

Ի. Վ. ՍԱՎԵԼԵՎ

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑ

I ՀԱՏՈՐ

ՄԵԽԱՆԻԿԱ, ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱԼԻՔՆԵՐ, ՄՈԼԵԿՈՒԼՅԱՐ ՖԻԶԻԿԱ

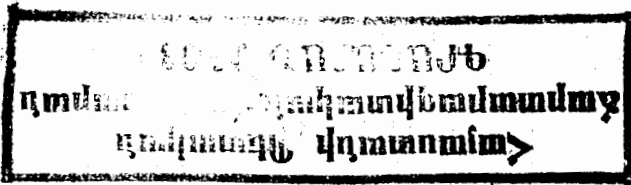
ԹԱՐԳՄԱՆՎԱԾ Է ՌՈՒՍԵՐԵՆ ՀԻՆԳԵՐՈՐԴ
ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

Թույլատրված է

ՍՍՀՄ բարձրագույն և միջնակարգ մասնագիտական կրթության
մինիստրության կողմից որպես ուսումնական ձեռնարկ
բարձրագույն տեխնիկական ուսումնական հաստատությունների
ուսանողների համար

«ԼՈՒՅՍ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ—1977

Գրքի գլխավոր նպատակն է ուսանողներին ծանոթացնել առաջին հերթին ֆիզիկայի հիմնական գաղափարների և մեթոդների հետ: Հատուկ ուշադրություն է դարձված ֆիզիկական օրենքների իմաստի բացատրման և նրանց գիտակցական կիրառման վրա: Ձևայած գրքի համեմատաբար ոչ մեծ ծավալին, այն իրենից ներկայացնում է լուրջ ձեռնարկ, որը ապահովում է բավարար պատրաստություն հետագայում տեսական ֆիզիկայի և այլ ֆիզիկական առարկաների նախը յուրացման համար:



U $\frac{702 \ 1977}{60406 \ 150 \ 77}$

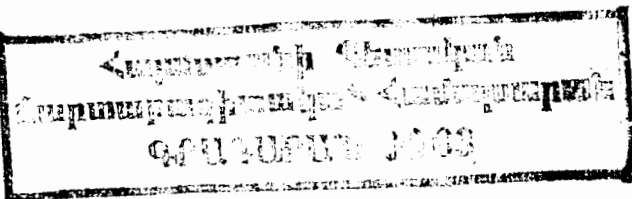
Игорь Владимирович Савельев
КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ТОМ I

(на армянском языке)

Издательство „Луйс“

Ереван, 1977



ՉՈՐՐՈՐԴ ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՋԱԲԱՆԸ

Սույն հրատարակութիւնը նախապատրաստելիս գիրքը զգալիորեն վերամշակվել է: Նորից են գրվել (լրիվ կամ մասամբ) 7, 17, 18, 22, 27, 33, 36, 37, 38, 40, 43, 68, 88 պարագրաֆները: Էական լրացումներ կամ փոփոխութիւններ են արված 2, 11, 81, 89, 104, 113 պարագրաֆներում:

Երկրորդ և երրորդ հրատարակութիւնները նախապատրաստելիս նորից են գրվել 14, 73, 75 պարագրաֆները: Էական փոփոխութիւններ կամ լրացումներ են մտցվել 109, 114, 133, 143 պարագրաֆներում:

Այսպիսով, առաջին հրատարակութեան հետ համեմատած առաջին հատորի պատկերը զգալիորեն փոխվել է: Այդ փոփոխութիւնները արտացոլում են այն մեթոդական փորձը, որ կուտակել է հեղինակը վերջին տասը տարում Մոսկվայի ինժեներա-ֆիզիկական ինստիտուտում ընդհանուր ֆիզիկա դասավանդելով:

1969 թ. նոյեմբեր

Ի. Սավելև

ԱՌԱՋԻՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՋԱԲԱՆԻՑ

Ընթերցողների ուշադրութեանը ներկայացվող գիրքը բառահանրի համար ընդհանուր ֆիզիկայի դասընթացի ուսումնական ձեռնարկի առաջին հատորն է: Հեղինակը մի քանի տարվա ընթացքում ընդհանուր ֆիզիկա է դասավանդել Մոսկվայի ինժեներա-ֆիզիկական ինստիտուտում: Ուստի բնական է, որ նա ձեռնարկը գրել է ամենից առաջ բառահանրի ինժեներա-ֆիզիկական մասնագիտութիւնների ուսանողների համար:

Գիրքը գրելիս հեղինակը ձգտել է սովորողներին ծանոթացնել ֆիզիկական գիտություն հիմնական գաղափարների և մեթոդների հետ, սովորեցնել նրանց ֆիզիկորեն մտածել: Այդ պատճառով գիրքը իր բնույթով հանրագիտարանային է: Նրա բովանդակությունը հիմնականում նվիրված է ֆիզիկական օրենքների իմաստը պարզաբանելուն և այդ օրենքները գիտակցորեն կիրառել սովորեցնելուն:

Հեղինակը ձգտել է հասնել ոչ թե հարցերի առավելագույն չափով լայն շրջանի վերաբերյալ ընթերցողի իրազեկությանը, այլ ֆիզիկական գիտության ֆունդամենտալ հիմունքների խոր իմացությանը:

1961 թ.

Ի. Սավելև

Ա.Ռ.Ա.ՋԻՆ ՄԱՍ

ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մեխանիկան ուսմունք է մատերիայի շարժման պարզագույն ձևի մասին, որը կայանում է մարմինների կամ նրանց մասերը իրար նկատմամբ տեղափոխման մեջ:

Մարմինների տեղաշարժը շարունակ տեսնում ենք առօրյա կյանքում: Այստեղից հետևում է մեխանիկական պատկերացումների ակնառությունը: Հենց սրանով է բացատրվում այն հանգամանքը, որ բնական գիտությունների մեջ մեխանիկայի մասին գիտությունը բոլորից առաջ է լայն զարգացում ստացել:

Նույն մարմնի շարժումը տարբեր մարմինների նկատմամբ կարող է տարբեր բնույթ ունենալ: Օրինակ, եթե 1 մարմինը մեր նկատմամբ գտնվում է հանգստի վիճակում, իսկ 2 և 3 մարմինները նույն կողմն են շարժվում միևնույն արագությամբ, ապա 3 մարմինը 1 մարմնի նկատմամբ կտեղաշարժվի, իսկ 2 մարմնի նկատմամբ կգտնվի հանգստի վիճակում: Ուստի շարժումը նկարագրելու համար անհրաժեշտ է պայմանավորվել, թե որ մարմնի (կամ իրար նկատմամբ անշարժ մարմինների խմբի) նկատմամբ է հաշվվելու տվյալ մարմնի տեղաշարժը: Այդ նպատակով ընտրված մարմինը (կամ մարմինների խումբը) կազմում է հաշվանքի համակարգ:

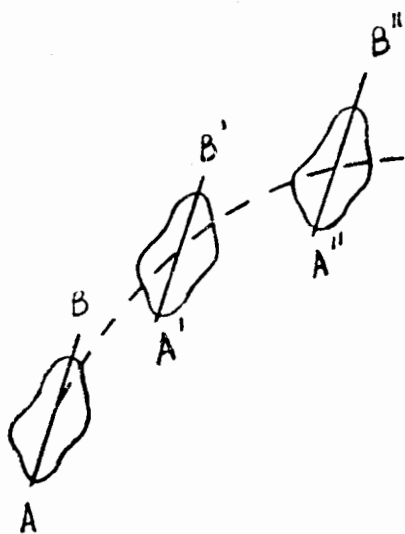
Գործնականորեն շարժումը նկարագրելու համար հարկ է լինում հաշվանքի համակարգը կազմող մարմինների հետ

կապել որևէ կոորդինատային համակարգ, օրինակ՝ կոորդինատների ղեկարայան կամ ուղղանկյունային համակարգը:

Մարմնի կոորդինատները հնարավորություն են տալիս որոշել նրա դիրքը տարածության մեջ: Սակայն շարժում տեղի է ունենում ինչպես տարածության մեջ, այնպես էլ ժամանակի ընթացքում (տարածությունը և ժամանակը մատերիայի գոյություն անբաժանելի ձևերն են): Ուստի շարժումը նկարագրելու համար անհրաժեշտ է նաև հաշվել ժամանակը: Այն հաշվում են ժամացույցի օգնությամբ:

Ընտրված հաշվանքի համակարգի հետ կապված կոորդինատային համակարգ և ժամացույց օգտագործելով, կարելի է անցնել մարմինների շարժման նկարագրմանը:

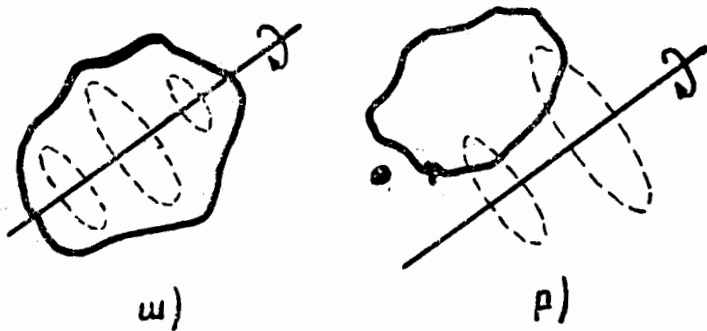
Մարմիններն ընդհանրապես շարժվում են ուժերի ազդեցության տակ: Այդ ուժերի ազդեցությունը, շարժման բնույթը որոշելուց բացի, առաջացնում է նաև մարմինների դեֆորմացիա, այսինքն փոփոխում է նրանց չափերը և ձևը: Շատ հաճախ դեֆորմացիաները այնքան աննշան են լինում, որ մարմնի շարժումը նկարագրելիս արհամարհում են: Այն մարմինը, որի դեֆորմացիա-



Նկ. 1

ները կարելի է արհամարհել քննարկվող ինդրի պայմաններում, կոչվում է բացարձակ պինդ մարմին: Պետք է նկատի ունենալ, որ բնության մեջ բացարձակ պինդ (այսինքն՝ բոլորովին չդեֆորմացվող) մարմիններ գոյություն չունեն: Միայն դեֆորմացիաների արհամարհելիորեն փոքր դերը մարմինների շարժման ժամանակ հնարավորություն է տալիս որոշակի պայմաններում մարմինները դիտել որպես բացարձակ պինդ մարմիններ:

Երբեմն մարմինների շարժումները քննարկելիս արհամարհում են նրանց չափերը: Դա տեղի է ունենում այն դեպքերում, երբ մարմնի չափերը ավելի փոքր են այն չափերից, որոնց հետ հարկ է լինում գործ ունենալ տվյալ խնդրի պայմաններում: Օրինակ՝ Լենինգրադից Մոսկվա գնալու ժամանակ անցած ճանապարհը որոշելիս ավտոմեքենայի չափերը լրիվ կարելի է արհամարհել:



Նկ. 2

Այն մարմինը, որի չափերը տվյալ խնդրի պայմաններում կարելի է արհամարհել, կոչվում է նյութակապակետ: Այն հարցը, թե տվյալ կոնկրետ մարմինը կարելի է դիտել որպես նյութական կետ, թե ոչ, կախում ունի ոչ թե մարմնի չափերից, այլ խնդրի պայմաններից: Նույն մարմինը որոշ դեպքերում համարվում է նյութական կետ, իսկ այլ դեպքերում՝ որպես տարածական մարմին: Այսպես, Արեգակի շուրջը Երկրի շարժման հետադիծը հաշվելիս Երկիրը կարելի է դիտել որպես նյութական կետ: Իսկ Երկրի մակերևույթի վրայով մարմինների շարժումը քննարկելիս Երկիրը պետք է դիտել որպես տարածական մարմին:

Պինդ մարմնի յուրաքանչյուր շարժումը կարելի է բաժանել շարժման երկու հիմնական տեսակների՝ համընթացի և պտտականի:

Համընթաց շարժումը այնպիսի շարժում է, որի դեպքում շարժվող մարմնի հետ կապված ցանկացած ուղիղը մնում է ինքն իրեն զուգահեռ (Նկ. 1):

Պտտական շարժման դեպքում մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները գտնվում

են միեւնույն ուղղի՝ պտտման առանցքի վրա (նկ. 2): Պտրտման առանցքը կարող է գտնվել մարմնից դուրս (նկ. 2, բ):

Քանի որ որպես նյութական կետ ընդունված որևէ մարմնի մասին խոսելիս վերանում ենք նրա տարածական լինելու գաղափարից, այդպիսի մարմնի համար նրա միջով անցնող առանցքի շուրջը պտտական շարժման հասկացութիւնը կիրառելի չէ:

Մեխանիկան ստորաբաժանվում է երեք բաժինների. 1) կինեմատիկա, 2) ստատիկա և 3) դինամիկա: Կինեմատիկան ուսումնասիրում է մարմինների շարժումը այդ շարժումը պայմանավորող պատճառներից անկախ, ստատիկան ուսումնասիրում է մարմինների հավասարակշռութիւն պայմանները և, վերջապես, դինամիկան ուսումնասիրում է մարմինների շարժումը՝ կախված շարժման բնույթը պայմանավորող պայմաններից (մարմինների միջև գոյութիւն ունեցող փոխազդեցութիւնից): Քանի որ հավասարակշռութիւնը շարժման մասնավոր դեպքն է, ապա ստատիկայի օրենքները դառնում են դինամիկայի օրենքների բնական հետևանքները: Այդ պատճառով ֆիզիկայի դասընթացներում ստատիկան սովորաբար առանձին չի ուսումնասիրվում:

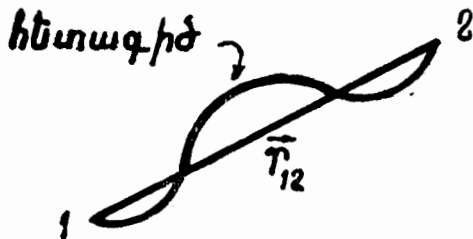
I Գ Լ Ո Ւ Խ

ԿԻՆԵՄԱՏԻԿԱ

§ 1. Կետի տեղափոխումը: Վեկտորներ և սկալյարներ

Նյութական կետը իր շարժման ժամանակ գծում է մի ինչ-որ գիծ: Այդ գիծը կոչվում է հետագիծ: Ըստ հետագծի ձևի լինում են ուղղագիծ, շրջանագծային, կորագիծ և այլ շարժումներ:

Դիցուք նյութական կետը (հետագայում համառոտալթյան համար կանվանենք պարզապես կետ) ինչ-որ հետագծով 1 կետից տեղափոխվել է 2 կետը (նկ. 3): Հետագծի երկարությունը 1 կետից մինչև 2 կետը հաշված հեռավորությունը իրենից ներկայացնում է անցած ճանապարհը, որը կնշանակենք S -ով:



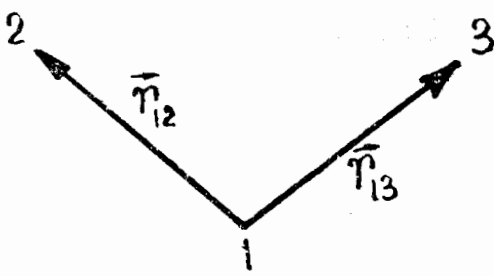
նկ. 3

1 կետը 2 կետին միացնող ուղիղ հատվածը կոչվում է տեղափոխում: Նշանակենք այն \vec{r}_{12} -ով: Տեղափոխումը, բացի իր մեծությունից, որը հավասար է \vec{r}_{12} հատվածի երկարությանը, բնութագրվում է նաև ուղղությամբ: Իսկապես, քննարկենք մեծությամբ հավասար երկու՝ \vec{r}_{12} և \vec{r}_{13} տեղափոխումները (նկ. 4): Չնայած այս հատվածների երկարությունների հավասարությանը, նրանք բացահայտորեն բոլորովին տարբեր տեղափոխումներ են:

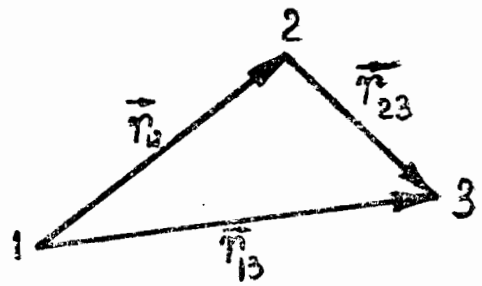
Տեղափոխմանը նման մեծությունները ենթարկվում են գումարման հասուկ կանոնի, որը կարելի է բացատրել հետևյալ օրինակով: Գրքուք կետը հաջորդաբար կատարում է $\vec{\Gamma}_{12}$ և $\vec{\Gamma}_{23}$ տեղափոխումներ (նկ. 5): Բնականաբար այս երկու տեղափոխումների գումար է կոչվում այն տեղափոխումը, որից ստանում են նույն արդյունքը, ինչ ստացվում է առաջին երկու տեղափոխումներից միասին:

Տեղափոխման նման մեծությունները, որոնք բնութագրվում են թվային արժեքով և ուղղությունը, և գումարվում են նկ. 5-ում ցույց արված կանոնի համաձայն, կոչվում են վեկտորներ: Վեկտորների թվին են պատկանում արագությունը, արագացումը, ուժը և մի շարք այլ մեծություններ:

Այն մեծությունները, որոնց արտահայտման համար բավարար է միայն թվային արժեքը, կոչվում են սկալյարներ: Սկալյարներ են, օրինակ՝ ճանապարհը, ժամանակը, մասսան և այլն:



նկ. 4



նկ. 5

Ընդունված է վեկտորները նշանակել հաստ տպատառերով (թավ տառեր): Օրինակ՝ 1 կետից դեպի 2 կետը տեղաշարժման վեկտորը նշանակվում է $\vec{\Gamma}_{12}$ -ով: Սովորական տպատառով գրված նույն տառը արտահայտում է վեկտորի թվային արժեքը կամ, ինչպես ասում են, համապատասխան վեկտորի մոդուլը: Գրելիս վեկտորները նշանակում են տառերով, որոնց վրա դրվում են սլաքներ (օրինակ, $\vec{\Gamma}_{12}$), նույն տառը առանց սլաքի արտահայտում է վեկտորի մոդուլը: Այս գրքում օգտվելու ենք վերջին նշանակումից: Մոդուլը

նշանակելու համար նույնպես օգտվում են վեկտորի պայմանանշանից, այն պարփակելով երկու ուղղահայաց դժիկների միջև: Այսպիսով՝

$$|\vec{A}| = A = \vec{A} \text{ վեկտորի մոդուլին,}$$

$$|\vec{\Gamma}_{12}| = \Gamma_{12} = \vec{\Gamma}_{13} \text{ վեկտորի մոդուլին:}$$

Վեկտորի մոդուլը սկալյար է, ընդ որում միշտ ունի դրական արժեք:

Գծագրերում վեկտորները պատկերվում են ծայրում սլաքների ունեցող ուղղագիծ հատվածներով: Հատվածի երկարությունը ըստ սահմանված մասշտաբի վեկտորի մոդուլն է, իսկ հատվածի սլաքով ցույց տրված ուղղությունը՝ վեկտորի ուղղությունը:

Նկ. 5-ում պատկերված վեկտորների գումարման գործողությունը սիմվոլիկ ձևով գրվում է հետևյալ կերպ.

$$\vec{\Gamma}_{12} + \vec{\Gamma}_{23} = \vec{\Gamma}_{13}:$$

§ 2. Որոշ տեղեկություններ վեկտորների մասին

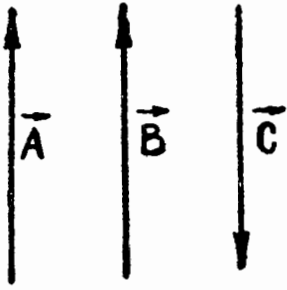
Զուգահեռ ուղիղների ուղղությունամբ (միևնույն կամ հակառակ) գնացող վեկտորները կոչվում են կոլինեար վեկտորներ:

Միևնույն հարթությանը զուգահեռ վեկտորները կոչվում են կոմպլանար:

Նույն կողմն ուղղված և միատեսակ մոդուլներով վեկտորները համարվում են իրար հավասար¹:

¹ Նկատի են առնվում, այսպես կոչված, ազատ վեկտորները, այսինքն՝ այն վեկտորները, որոնք կարող են տարվել տարածության ցանկացած կետից: Ազատ վեկտորներից բացի, լինում են նաև սահող վեկտորներ, որոնց սկիզբը կարող է սահել այդ վեկտորով անցնող ուղիղ դժով, և կապված վեկտորներ, որոնք կիրառված են որոշակի կետում: Վեկտորների վերջին երկու տեսակները կարելի է արտահայտել ազատ վեկտորների միջոցով: Այդ պատճառով վեկտորական հաշվի հիմքում դրված է ազատ վեկտորի գաղափարը, որը սովորաբար կոչվում է պարզապես վեկտոր:

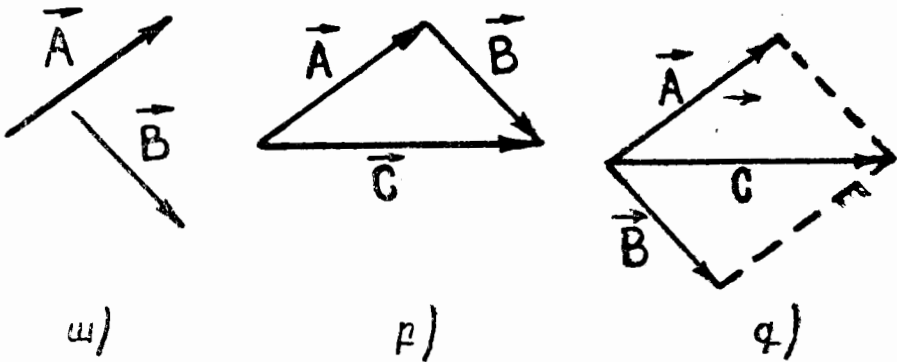
Համարվում է, որ հավասար մոդուլներով, բայց հակառակ ուղղված կոլինեար վեկտորները իրարից տարբերվում են նշանով: Այսպես, նկ. 6-ում պատկերված վեկտորների և նրանց մոդուլների միջև գոյություն ունեն հետևյալ առնչությունները.



$$\vec{A} = \vec{B}; \quad \vec{A} = -\vec{C}; \quad \vec{B} = -\vec{C};$$

$$A = B = C \text{ կամ } |\vec{A}| = |\vec{B}| = |\vec{C}|:$$

Վեկտորների գումարումը: Նախորդ պարագրաֆում խոսվեց այն մասին, թե ինչպես են գումարվում երկու վեկտորները և ստացվում արդյունարարը: Այժմ այս հարցը քննարկենք ավելի մանրամասն:



նկ. 7

Դիցուք արված են \vec{A} և \vec{B} երկու վեկտորները (նկ. 7, ա): Արդյունարար \vec{C} վեկտորը ստանալու համար \vec{B} վեկտորը տեղափոխենք ինքն իրեն զուգահեռ այնպես, որպեսզի նրա սկիզբը համընկնի \vec{A} վեկտորի վերջի հետ¹ (նկ. 7, բ): Այդ դեպքում \vec{A} վեկտորի սկիզբը \vec{B} վեկտորի վերջի հետ միաց-

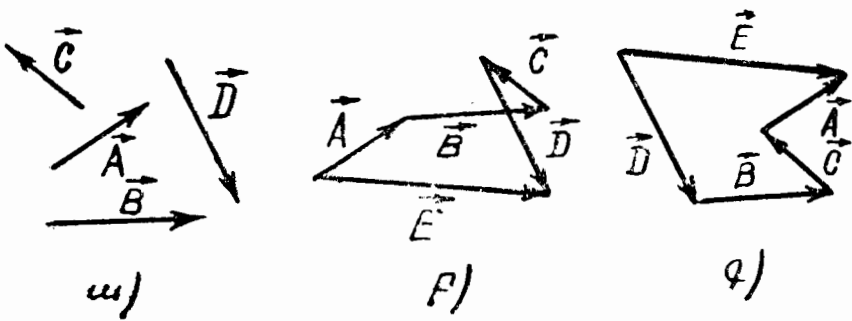
¹ Այսպիսի տեղաշարժը կարելի է դիտել որպես \vec{B} վեկտորի փոխարինում իրեն հավասար այնպիսի մի վեկտորով, որի սկիզբը համընկնում է \vec{A} վեկտորի ծայրի հետ:

նույն \vec{C} վեկտորը իրենից կներկայացնի արդյունարար վեկտորը.

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}.$$

Սակայն այս կառուցումը կարելի է իրականացնել և այլ ձևով (նկ. 7, գ): \vec{B} (կամ \vec{A}) վեկտորը տեղափոխենք այնպես, որպեսզի երկու վեկտորների սկիզբերը համընկնեն: Այնուհետև \vec{A} և \vec{B} վեկտորներով կազմենք զուգահեռագիծ: Ակնհայտ է, որ այս զուգահեռագծի անկյունագիծը համընկնում է նկ. 7, բ-ում պատկերված եղանակով ստացված \vec{C} վեկտորի հետ: Այդ պատճառով երբեմն ասում են, որ վեկտորները գումարվում են զուգահեռագծի կանոնով:

Քննարկված երկու՝ բ) և գ) եղանակները տալիս են նույն արդյունքը: Սակայն երկուսից ավելի վեկտորների գումարման դեպքում բ) եղանակը ավելի պարզ է և հարմար: Դիցուք տրված են \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} և \vec{D} վեկտորները (նկ. 8): Վեկ-

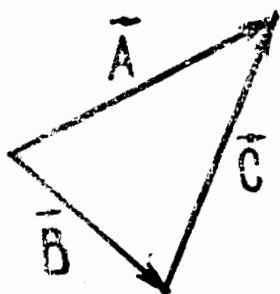


նկ. 8

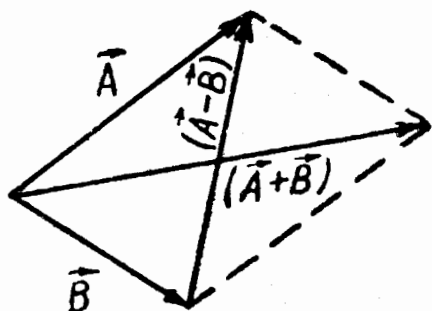
տորները իրենք իրենց նկատմամբ զուգահեռ տեղափոխենք այնպես, որ հաջորդ վեկտորի սկիզբը համընկնի նախորդի վերջի հետ: Կստացվի բեկյալ գիծ: Արդյունարար վեկտորը կլինի \vec{E} վեկտորը, որ միացնում է գումարելի վեկտորներից առաջին \vec{A} վեկտորի սկիզբը վերջին \vec{D} վեկտորի ծայրի հետ: Հեշտ է համոզվել, որ արդյունարար \vec{E} վեկտորը կախված չէ տրված վեկտորների գումարման հաջորդա-

կանությունից: Նկ. 8, բում ցույց է տրված $\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ դեպքը, իսկ նկ. 8, գում $\vec{E} = \vec{D} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A}$ դեպքը:

Վեկտորների հանումը: Երկու վեկտորների $\vec{A} - \vec{B}$ տարբերություն է կոչվում \vec{C} վեկտորը, որի և \vec{B} վեկտորի գումարը



Նկ. 9



Նկ. 10

մարը տալիս է \vec{A} վեկտոր (նկ. 9): Քանի որ $\vec{A} - \vec{B}$ տարբերությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

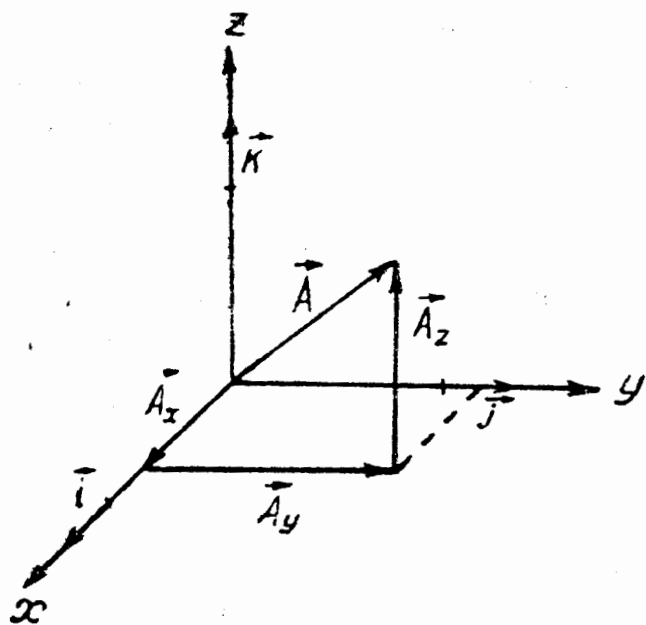
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}),$$

ուրեմն $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ վեկտորը կարելի է ստանալ \vec{A} վեկտորը \vec{B} վեկտորին մեծությամբ հավասար, բայց նրան հակառակ ուղղություն ունեցող վեկտորի հետ գումարելով:

Նկ. 10-ում համեմատված են \vec{A} և \vec{B} վեկտորների գումարն ու տարբերությունը:

Վեկտորների վերածումը բաղադրիչների: Յուրաքանչյուր \vec{A} վեկտորը կարելի է փոխարինել մի քանի՝ \vec{A}_1, \vec{A}_2 և այլն, վեկտորներով, որոնց գումարը տալիս է \vec{A} վեկտոր: Այս դեպքում \vec{A}_1, \vec{A}_2 և այլն վեկտորները կոչվում են \vec{A} վեկտորի բաղադրիչներ: \vec{A} վեկտորը մի քանի վեկտորներով փոխարինելու գործողությունը կոչվում է \vec{A} վեկտորի վերածում բաղադրիչների: Նկ. 11-ում ցույց է տրված \vec{A} վեկ-

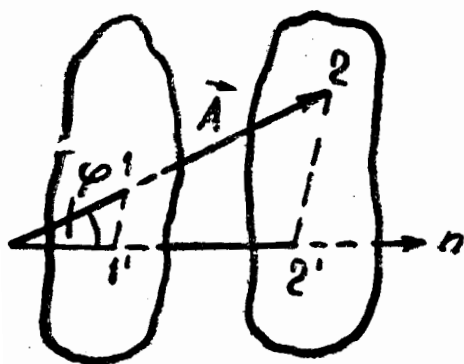
տորի վերածումը ուղղանկյուն կոորդինատային առանցքների ուղղութիւններ ունեցող բաղադրիչների. \vec{A}_x , \vec{A}_y , \vec{A}_z պայմանանշաններով նշանակված են \vec{A} վեկտորի բաղադրիչները x , y և z առանցքների ուղղութիւնը:



Նկ. 11

Վեկտորի պրոյեկցիան առանցքի վրա: Ենթադրենք արված են \vec{A} վեկտորը և մի որևէ ուղղութիւն տարածութեան մեջ (առանցք), որը կնշանակենք, օրինակ, n տառով (նկ. 12): Տանենք

\vec{A} վեկտորի սկզբով և վերջով n ուղղութեանը ուղղահայաց երկու հարթութիւններ: 1' և 2' կետերը, որտեղ այդ հարթութիւնները հատվում են n առանցքի հետ, կոչվում են \vec{A} վեկտորի սկզբի և վերջի պրոյեկցիաներ n առանցքի վրա: Առանցքի հատվածը, որը պարփակված է երկու հարթութիւնների միջև, կոչվում է \vec{A} վեկտորի պրոյեկցիա n ուղղութեան (կամ առանցքի) վրա: Վեկտորի պրոյեկցիան սկալյար մեծութիւն է: Եթե 1' կետը 2' կետի հետ միացնող ուղղի ուղղութիւնը համընկնում է n ուղղութեան հետ, պրոյեկցիան համարվում է դրական, հակառակ դեպքում պրոյեկցիան բացասական է:



Նկ. 12

Պրոյեկցիան նշանակվում է նույն տառով, ինչ որ վեկտորը՝ մեկ ինդեքսի հավելումով, որը ցույց է տալիս այն ուղղութիւնը,

որի վրա պրոյեկցված է վեկտորը: Օրինակ, \vec{A} վեկտորի պրոյեկցիան n ուղղութիւն վրա նշանակվում է A_n -ով:

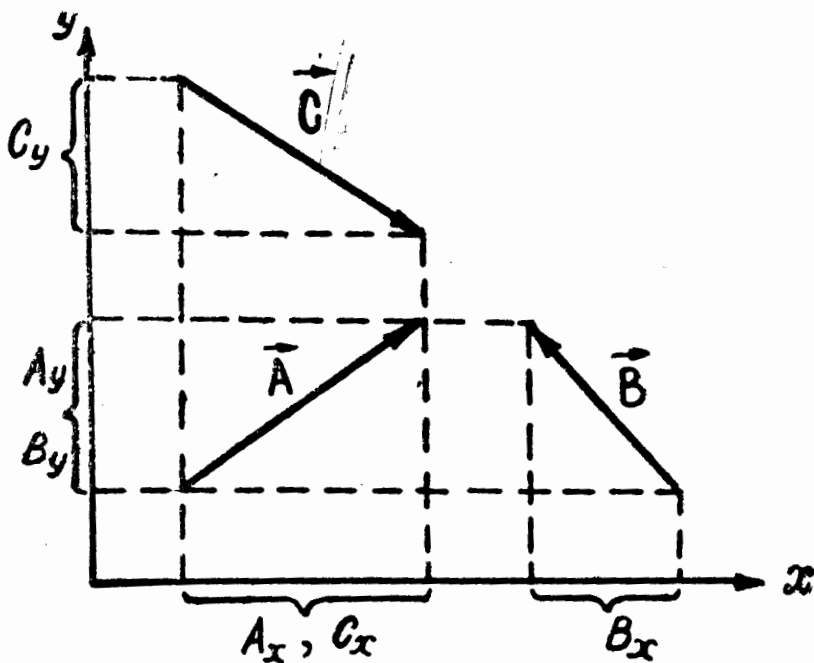
Քննարկենք φ անկյունը, որը կազմված է \vec{A} վեկտորով և n առանցքով (նկ. 12): Ակնհայտ է, որ A_n պրոյեկցիան կարելի է հաշվել հետևյալ կերպ.

$$A_n = A \cos \varphi, \quad (2.1)$$

որտեղ A -ն \vec{A} վեկտորի մոդուլն է:

Եթե վեկտորը տվյալ ուղղութիւն հետ կազմում է սուր անկյուն, այդ անկյան կոսինուսը դրական է, և վեկտորի պրոյեկցիան նույնպես դրական է: Եթե վեկտորը առանցքի հետ կազմում է բութ անկյուն, այդ անկյան կոսինուսը բացասական է, և պրոյեկցիան նույնպես բացասական է: Եթե վեկտորը ուղղահայաց է տվյալ առանցքին, նրա պրոյեկցիան հավասար է զրոյի:

Նկ. 13-ում ցույց են տրված մի քանի վեկտորների պրոյեկցիաները x և y կոորդինատային առանցքների վրա: Այս



Նկ. 13

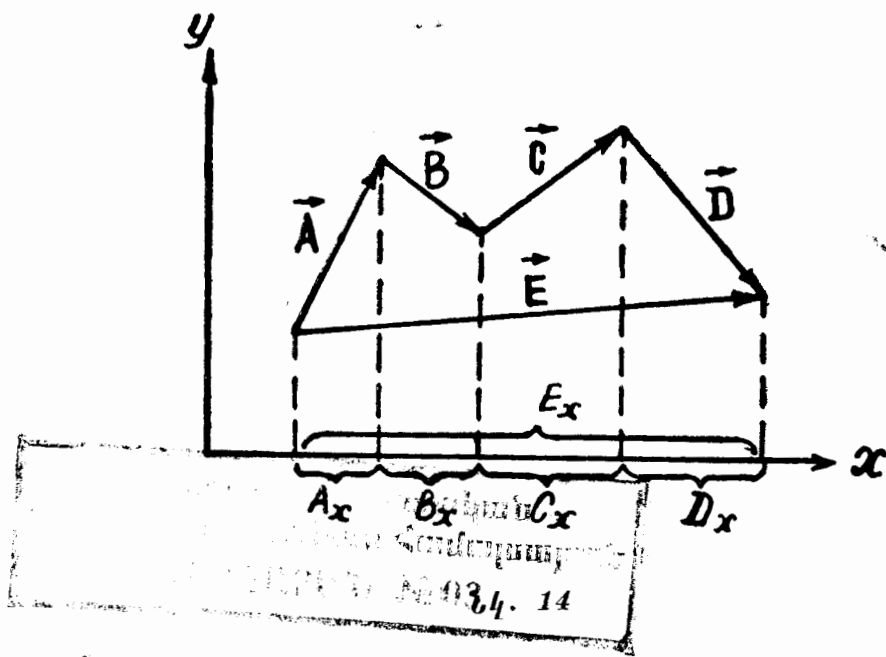
պրոյեկցիաների համար իրավացի են հետևյալ առնչութիւնները.

$$\begin{aligned} A_x = C_x > 0, & \quad B_x < 0, \\ A_y = B_y > 0, & \quad C_y < 0: \end{aligned}$$

Եթե \vec{A} վեկտորը x , y և z առանցքների հետ կազմում է α , β և γ անկյուններ, նրա պրոյեկցիաները հավասար կլինեն՝

$$\left. \begin{aligned} A_x &= A \cos \alpha, \\ A_y &= A \cos \beta, \\ A_z &= A \cos \gamma: \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Հետո է հասկանալ, թե ինչպես երեք կոորդինատային առանցքների վրա արված պրոյեկցիաների միջոցով կարելի է կառուցել վեկտորը: Հետևաբար, ամեն մի վեկտոր կարելի է որոշել երեք թվերով՝ կոորդինատների առանցքների վրա նրա պրոյեկցիաներով: Հիշենք, որ սկալյար մեծությունը արվում է միայն մեկ թվով:



Քննարկենք մի քանի վեկտորների $\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ գումարը (նկ. 14): Ակնհայտ է, որ

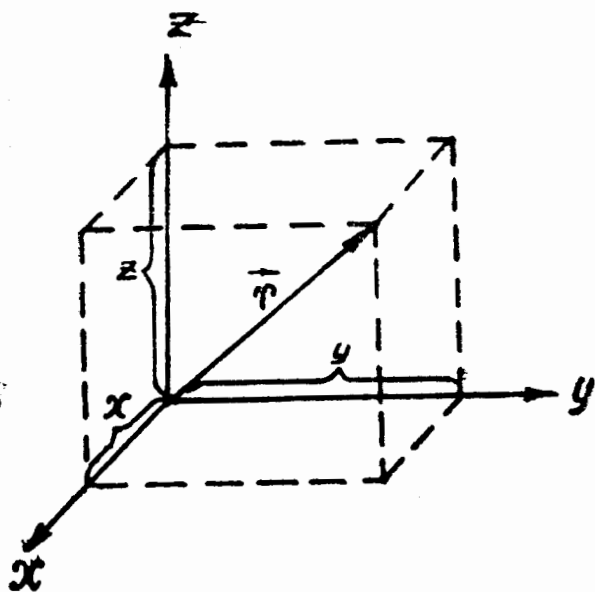
$$E_x = A_x + B_x + C_x + D_x, \quad (2.3)$$

այսինքն՝ վեկտորների գումարի պրոյեկցիան որևէ ուղղությամբ վրա հավասար է նույն ուղղությամբ վրա գումարվող վեկտորների պրոյեկցիաների գումարին:

Շառավիղ-վեկտոր: Կետի շառավիղ-վեկտոր է կոչվում կոորդինատների սկզբնակետից դեպի տվյալ կետը տարած

վեկտորը (նկ. 15): \vec{r} շառավիղ-վեկտորը միարժեք որոշում է կետի դիրքը տարածություն մեջ: Ինչպես երևում է նկարից, նրա պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա հավասար են կետի ղեկարայան կոորդինատներին՝

$$r_x = x, \quad r_y = y, \quad r_z = z: \quad (2.4)$$



Նկ. 15

\vec{r} վեկտորի մոդուլի քառակուսին հավասար է նրա կոորդինատների քառակուսիների գումարին՝

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2: \quad (2.5)$$

Վեկտորի բազմապատկումը սկալյարով:

A վեկտորի և a սկալյարի բազմապատկումից ստացվում է մի նոր \vec{B} վեկտոր, որի մոդուլը a անգամ ավելի մեծ է \vec{A}

վեկտորի մոդուլից, իսկ ուղղությունը համընկնում է \vec{A} վեկտորի ուղղության հետ, եթե a սկալյարը դրական է, և վեկտորին հակառակ է ուղղված, եթե a սկալյարը բացասական է: Եթե $\vec{B} = a\vec{A}$, ապա $B = |a|A$:

Վեկտորի բաժանումը b սկալյարի վրա համազոր է վեկտորի բազմապատկմանը $a = 1/b$ սկալյարով:

Միավոր վեկտոր: Յուրաքանչյուր \vec{A} վեկտորին կարելի է համադրել \vec{A} միավոր միավոր վեկտոր, որը ունի նույն ուղղությունը, ինչ որ \vec{A} -ն, իսկ մոդուլը հավասար է մեկի: Ակնհայտ են հետևյալ աննշույթյունները՝

$$\left. \begin{aligned} \vec{A} &= A \cdot \vec{A}_{\text{միավոր}} \\ \vec{A}_{\text{միավոր}} &= \frac{\vec{A}}{A} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Միավոր վեկտորը կոչվում է նաև օրտ: Կոորդինատային առանցքների վրա վեկտորի բաղադրիչների \vec{A}_x , \vec{A}_y և \vec{A}_z մոդուլները հավասար են այդ առանցքների վրա վեկտորի պրոյեկցիաների բացարձակ արժեքներին.

$$|\vec{A}_x| = |A_x|,$$

$$|\vec{A}_y| = |A_y|,$$

$$|\vec{A}_z| = |A_z|:$$

Մացնենք կոորդինատային առանցքների ուղղությունների հետ համընկնող միավոր վեկտորներ: Դրանք ընդունված է նշանակել հետևյալ կերպ. x առանցքի ուղղությամբ ուղղված միավոր վեկտորը՝ \vec{i} պայմանանշանով, y առանցքի ուղղությամբ ուղղվածը՝ \vec{j} -ով և z առանցքի ուղղությամբ ուղղվածը՝ \vec{k} պայմանանշանով¹: \vec{i} , \vec{j} և \vec{k} վեկտորները համապատասխանաբար կոչվում են x , y և z առանցքների օրտեր:

Այդ դեպքում, օրինակ, \vec{A}_x բաղադրիչը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով (նկ. 11)¹

$$\vec{A}_x = A_x \vec{i} \quad (2.7)$$

Իրոք, $A_x \vec{i}$ վեկտորի մոդուլը հավասար է $|A_x|$ -ի, այսինքն՝ $|\vec{A}_x|$ -ին: Այնուհետև, եթե \vec{A}_x վեկտորը ուղղված է x առանցքի կողմը, այսինքն՝ ուղղությամբ համընկնում է \vec{i} օրտի հետ, ապա, ինչպես հեշտ է նկատել նկ. 11-ից, A_x -ը դրական է. եթե \vec{A}_x -ը ուղղված է բացասական x -երի կողմը, այսինքն՝ \vec{i} վեկտորի հակառակ կողմը, պարզվում է, որ A_x -ը բացասական է, այնպես որ $A_x \vec{i}$ վեկտորն ունի \vec{i} -ին հակա-

¹ Կիրառվում են նաև \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z նշանակումները:

ուակ ուղղությունն է, հետևաբար՝ \vec{A}_x վեկտորի ուղղության հետ համընկնող ուղղությունն:

Մյուս երկու՝ \vec{A}_y և \vec{A}_z , բաղադրիչների համար կարելի է գրել (2.7)-ին նման արտահայտություններ՝

$$\vec{A}_y = A_y \vec{j}, \quad \vec{A}_z = A_z \vec{k}:$$

Քանի որ \vec{A} վեկտորը հավասար է իր բաղադրիչների գումարին, կարելի է գրել

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}: \quad (2.8)$$

Այսպիսով, ցանկացած վեկտորը կարելի է արտահայտել կորորդինատների առանցքների վրա նրա պրոյեկցիաների և այդ առանցքների միավոր վեկտորների (օրտերի) միջոցով:

Վեկտորի ածանցյալը: Ենթադրենք (2.8) վեկտորը ժամանակի ընթացքում փոխվում է $\vec{A}(t)$ հայտնի օրենքով: Այդ նշանակում է, որ վեկտորի պրոյեկցիաները կորորդինատային առանցքների վրա իրենցից ներկայացնում են ըստ t ժամանակի հայտնի ֆունկցիաներ.

$$\vec{A}(t) = \vec{i}A_x(t) + \vec{j}A_y(t) + \vec{k}A_z(t)$$

(եթե կորորդինատային առանցքները չեն շրջվում տարածության մեջ, առանցքների օրտերը ժամանակի ընթացքում չեն փոփոխվում):

Դիցուք Δt ժամանակում վեկտորի պրոյեկցիաները ստանում են ΔA_x , ΔA_y , ΔA_z աճերը, որոնց հետևանքով վեկտորը ստանում է $\Delta \vec{A} = \vec{i}\Delta A_x + \vec{j}\Delta A_y + \vec{k}\Delta A_z$ աճը: \vec{A} վեկտորի փոփոխման արագությունը ըստ t ժամանակի կարելի է բնութագրել հետևյալ հարաբերությամբ՝

$$\frac{\Delta \vec{A}}{\Delta t} = \vec{i} \frac{\Delta A_x}{\Delta t} + \vec{j} \frac{\Delta A_y}{\Delta t} + \vec{k} \frac{\Delta A_z}{\Delta t}: \quad (2.9)$$

Մեր գրած արտահայտությունը տալիս է \vec{A} -ի փոփոխման միջին արագությունը Δt ժամանակամիջոցում: Դիցուք

\vec{A} -ն ժամանակի ընթացքում փոխվում է անընդհատ, առանց թռիչքների: Այդ դեպքում, որքան փոքր է Δt ժամանակը, այնքան (2.9) մեծությունը ավելի ճշգրիտ է բնութագրում \vec{A} -ի փոփոխման արագությունը Δt ժամանակի ցանկացած պահին: Այսպիսով, \vec{A} վեկտորի փոփոխման արագությունը ժամանակի t պահին հավասար է (2.9) արտահայտության սահմանին, որը ստացվում է Δt -ի անսահման փոքրացման դեպքում:

$$\begin{aligned} \vec{A}\text{-ի փոփոխման արագությունը} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{A}}{\Delta t} = \\ &= \vec{i} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_x}{\Delta t} + \vec{j} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_y}{\Delta t} + \vec{k} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_z}{\Delta t}: \end{aligned}$$

Ճի ֆունկցիայի աճի և Δt արգումենտի աճի հարաբերության սահմանը, որ ստացվում է Δt -ն զրոյի ձգտելու դեպքում, կոչվում է f ֆունկցիայի ածանցյալ ըստ t -ի և նշանակվում է $\frac{df}{dt}$ պայմանանշանով: Հետևաբար, \vec{A} վեկտորի փոփոխման արագությունը ըստ ժամանակի կլինի

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{i} \frac{dA_x}{dt} + \vec{j} \frac{dA_y}{dt} + \vec{k} \frac{dA_z}{dt}: \quad (2.10)$$

Համեմատելով ստացված արտահայտությունը (2.8) բանաձևի հետ, հեշտ է նկատել, որ (2.10)-ում օրտերի բազմապատկիչները $\frac{d\vec{A}}{dt}$ վեկտորի պրոյեկցիաներն են կորդինատային առանցքների վրա.

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_{\text{պր } x} &= \frac{dA_x}{dt}, \\ \left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_{\text{պր } y} &= \frac{dA_y}{dt}, \\ \left(\frac{d\vec{A}}{dt} \right)_{\text{պր } z} &= \frac{dA_z}{dt}: \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Նշանակումները պետք է կատարել շատ կանոնավոր: Այսպես, $\frac{d\vec{A}}{dt}$ վեկտորի պրոյեկցիան x առանցքի վրա չի կարելի նշանակել $\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_x$ -ով, որովհետև այդպիսի պայմանանշանը \vec{A}_x -ի նման $\frac{d\vec{A}}{dt}$ վեկտորի բաղադրիչն է x առանցքի վրա: Այս պրոյեկցիան նույնպես չի կարելի նշանակել $\left(\frac{dA}{dt}\right)_x$ -ով (\vec{A} վեկտորի պրոյեկցիան A_x -ով նշանակելու նման), քանի որ $\left|\frac{dA}{dt}\right|$ -ն ընդհանրապես տարբերվում է $\left|\frac{d\vec{A}}{dt}\right|$ -ից: Այդ պատճառով հարկ է լինում դիմել $\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{\text{պր. } x}$ -ի տիպի և այլ նշանակումներին:

§ 3. Արագություն

Նյութական կետի (հետագայում հակիրճություն համար առենք պարզապես կետի) դիրքը տարածության մեջ կարելի է որոշել \vec{r} շառավիղ-վեկտորով: Կետի շարժման ժամանակ \vec{r} վեկտորը ընդհանուր դեպքում փոփոխվում է և՛ ըստ մեծության, և՛ ըստ ուղղության¹:

Նշենք ժամանակի որեէ t պահ: Նրան համապատասխանում է շառավիղ-վեկտորի \vec{r} արժեքը (նկ. 16): t պահին հաջորդող փոքր Δt ժամանակում (այն կանվանենք տարրական) կետը անցնում է ΔS տարրական ճանապարհ և ստանում է $\vec{\Delta r}$ տարրական տեղափոխում, որը համ-

¹ Հանձնարարվում է վարժություն կարգով ցույց տալ թե ինչ հետադրի դեպքում կետի շառավիղ-վեկտորը փոփոխվում է ա) միայն ըստ մեծության, բ) միայն ուղղությանը:

ընկնում է Δt ժամանակում¹ շառավիղ-վեկտորի ունեցած աճի հետ:

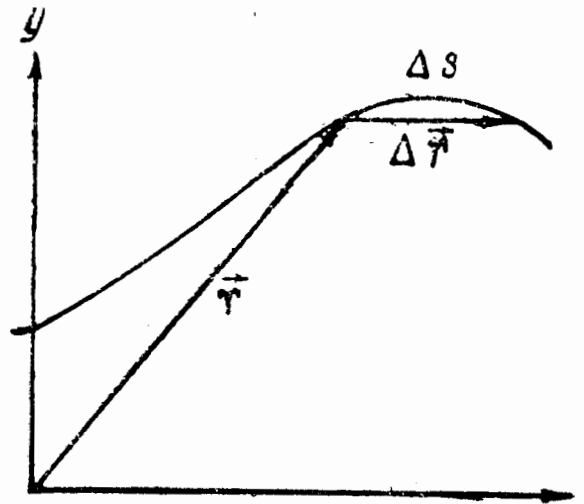
Կազմենք հետևյալ հարաբերությունը՝

$$\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}; \quad (3.1)$$

Տվյալ t -ի դեպքում (3.1) վեկտորի մոդուլը և ուղղությունը ընդհանրապես կախված են Δt ժամանակամիջոցի անողությունից: Փոքրացնենք Δt -ն (համեմատաբար կիռքրանան նաև Δs -ը և $\vec{\Delta r}$ -ը) (3.1) հարաբերության փոփոխման ընթացքին հետևելով: Պարզվում է, որ Δt -ի բավականին փոքր արժեքների դեպքում (3.1) վեկտորը գործնականորեն դադարում է փոփոխվելուց՝ ինչպես ըստ մեծություն, այնպես էլ ըստ ուղղության:

Այդ նշանակում է, որ Δt -ն զրոյի ձրգտելիս (3.1) հարաբերությունը ձգտում է որոշակի սահմանի: Այս սահմանը կոչվում է շարժվող կետի \vec{v} արագություն ժամանակի t պահին: Վերևում ասվածը կարելի է արտահայտել հետևյալ կերպ՝

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}; \quad (3.2)$$

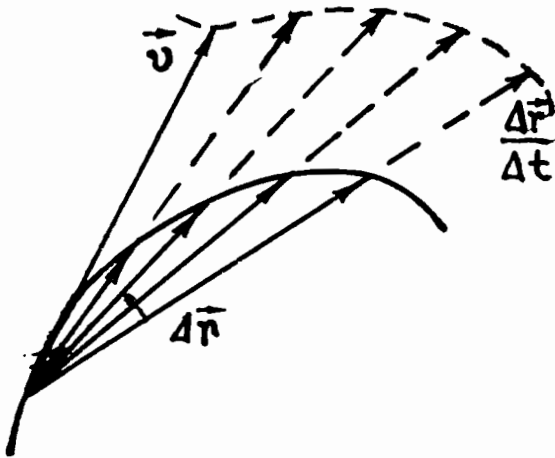


Նկ. 16

¹ Δ (դելտա) սլայմանանշանից կօգտվենք հետևյալ երկու դեպքերում՝ ա) որևէ մեծություն մի մասի նշանակման համար, օրինակ, քննարկվող դեպքում Δt -ն ամբողջ ժամանակի այն մասն է, որի ընթացքում կատարվում է շարժում, Δs -ը ամբողջ ճանապարհի այն մասն է, որն անցնում է կետը.

բ) որևէ մեծություն աճի նշանակման համար: Տվյալ դեպքում $\vec{\Delta r}$ -ը \vec{r} շառավիղ-վեկտորի աճն է Δt ժամանակում:

Այսպիսով, արագություն է կոչվում այն սահմանը, որին ձգտում է $\vec{\Delta r}$ -ի հարաբերությունը Δt -ին՝ Δt -ի անսահման փոքրացման դեպքում: Հետևաբար, արագությունը կարելի է սահմանել որպես շարժվող կետի շառավիղ-վեկտորի ածանցյալ ըստ ժամանակի՝



Նկ. 17

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3.3)$$

Ինչպես հետևում է սահմանումից, արագությունը վեկտորական մեծություն է: Նկ. 17-ից երևում է, որ հետագծի համար $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ վեկտորը հատող գիծ է:

(3.2) սահմանային անցման դեպքում այս վեկտորի և հետագծի հատման կետերը ավելի են իրար մոտենում (ΔS -ը ձգտում է զրոյի), վերջին հաշվով ձուլվելով մեկ կետում, որի հետևանքով հատողը վեր է ածվում շոշափողի: Այսպիսով, արագության վեկտորը ուղղված է հետագծի համապատասխան կետում տարված շոշափողի ուղղությամբ:

(3.2) բանաձևի համաձայն արագության վեկտորի մոդուլը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

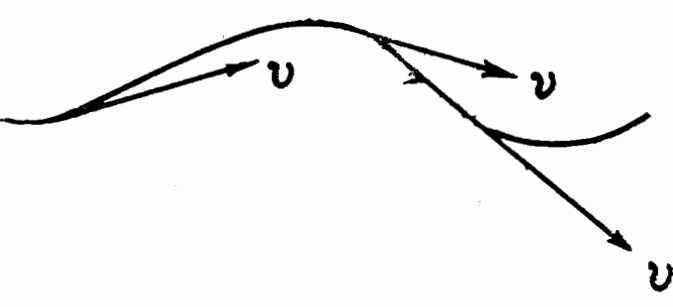
$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \quad (3.4)$$

Այս արտահայտության մեջ չի կարելի $|\Delta \vec{r}|$ -ի փոխարեն գրել Δr : $\Delta \vec{r}$ -ը \vec{r} վեկտորի աճի մոդուլն է, մինչդեռ Δr -ը \vec{r} վեկտորի մոդուլի աճն է, այսինքն՝ $\Delta |\vec{r}|$: Այս երկու մեծությունները իրար հավասար չեն՝

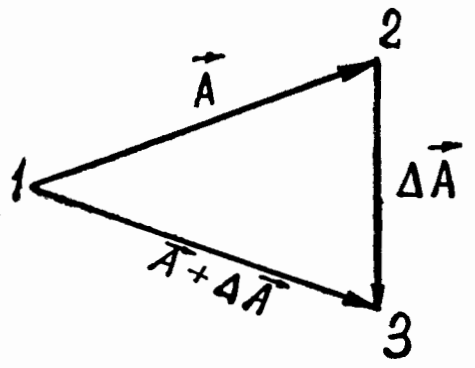
$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta |\vec{r}| = \Delta r:$$

Դրանում կարելի է համոզվել հետևյալ օրինակով (նկ. 19):

Դիցուք որևէ \vec{A} վեկտոր ստանում է այնպիսի $\Delta\vec{A}$ աճ, որից նրա մոդուլը չի փոփոխվում, այսինքն՝



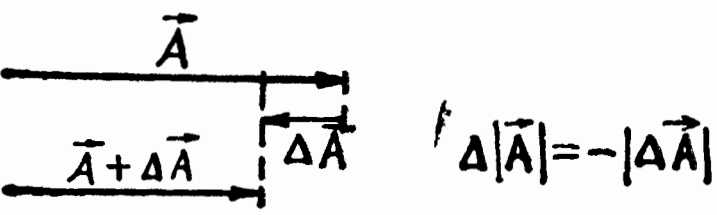
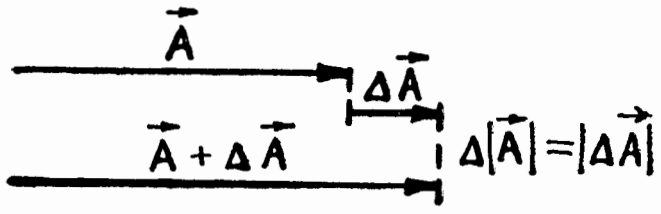
նկ. 18



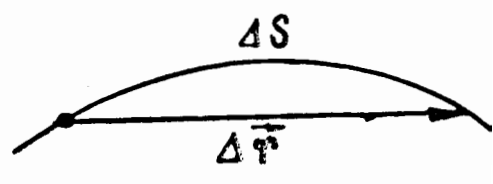
նկ. 19

$$|\vec{A} + \Delta\vec{A}| = |\vec{A}|:$$

Հետևաբար, \vec{A} վեկտորի մոդուլի աճը հավասար է զրոյի ($\Delta|\vec{A}| = \Delta A = 0$): Մինչդեռ վեկտորի աճի մոդուլը՝ $|\Delta\vec{A}|$ զրոյից տարբեր է (այն հավասար է 2-3



նկ. 20



նկ. 21

հատվածի երկարությունը): նկ. 20-ում պարզաբանվում է, որ տրված $|\Delta\vec{A}|$ -ի դեպքում մոդուլի $\Delta|\vec{A}|$ աճը կարող է ունենալ $-|\Delta\vec{A}|$ -ից մինչև $+|\Delta\vec{A}|$ սահմաններում գտնվող արժեքներ:

ΔS տարրական ճանապարհը, ընդհանրապես, մեծությամբ տարբերվում է $|\Delta\vec{r}|$ տարրական տեղափոխման մոդուլից (նկ. 21): Սակայն, եթե վերցնենք փոքր Δt ժամանակամի-

չոցներին համապատասխանող ΔS ճանապարհի հատվածներ և $\vec{\Delta r}$ տեղափոխումներ, ապա ΔS -ի և $|\vec{\Delta r}|$ -ի միջև տարբերությունը կլինի փոքր, ընդ որում Δt -ի փոքրացման դեպքում ΔS ճանապարհը առավել մեծ ճշտությամբ կհամընկնի $|\vec{\Delta r}|$ -ի հետ: Սրա հիման վրա կարելի է գրել

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\vec{\Delta r}|}{\Delta r} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

որտեղից, (3.4)-ին համապատասխան, արագության մոդուլի համար ստացվում է հետևյալ բանաձևը՝

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (3.5)$$

§ 4. Անցած ճանապարհի հաշվումը

(3.5) արտահայտությունից հետևում է, որ փոքր Δt -ի դեպքում

$$v \cong \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad (4.1)$$

Որքան փոքր է Δt -ն, այնքան ավելի ճշգրիտ է վերջին մոտավոր հավասարումը: Եթե հայտնի է v արագությունը որպես t ժամանակի ֆունկցիա, ապա կարելի է հաշվել կետի անցած ճանապարհը t_1 պահից մինչև t_2 պահը: Իրա համար $t_2 - t_1$ ժամանակամիջոցը բաժանենք N հատ փոքր՝ $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N$, ժամանակամիջոցների, որոնք ըստ արժեքի կարող են լինել տարբեր: Կետի անցած ամբողջ S ճանապարհը կարելի է ներկայացնել $\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_N$ ճանապարհների գումարի տեսքով, որ կետն անցնում է համապատասխան Δt ժամանակամիջոցներում, այսինքն՝

$$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_N = \sum_{i=1}^N \Delta S_i.^1$$

¹ Միևնույն տեսակի N գումարելիների գումարը կրճատ ձևով ընդունված է գրել Σ նշանով:

Ըստ (4.1)-ի յուրաքանչյուր ΔS_i գումարելին (i -ն 1-ից մինչև N -ը կարող է ընդունել ցանկացած արժեք) կարելի է ներկայացնել հետևյալ մոտավոր տեսքով՝

$$\Delta S_i \cong v_i \Delta t_i,$$

որտեղ Δt_i -ն այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում կեան անցել է ΔS_i ճանապարհը, իսկ v_i -ն արագության արժեքներից մեկն է Δt_i ժամանակի ընթացքում: Այսպիսով՝

$$S \cong \sum_{i=1}^N v_i \Delta t_i: \quad (4.2)$$

Որքան փոքր են Δt_i ժամանակամիջոցները, այնքան ավելի ճշգրիտ է գրված հավասարությունը: Մահմանային դեպքում, երբ բոլոր Δt_i -երը ձգտում են զրոյի (Δt_i ժամանակամիջոցների քանակը այդ դեպքում անսահման կաճի), աջ կողմում գրված գումարը կհավասարվի S -ին՝

$$S = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N v_i \Delta t_i: \quad (4.3)$$

Արագությունը ժամանակի ֆունկցիա է, այսինքն՝ $v = v(t)$: Մաթեմատիկայում a -ից մինչև b սահմաններում պարփակված X -ի արժեքների համար կազմված

$$\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x_i$$

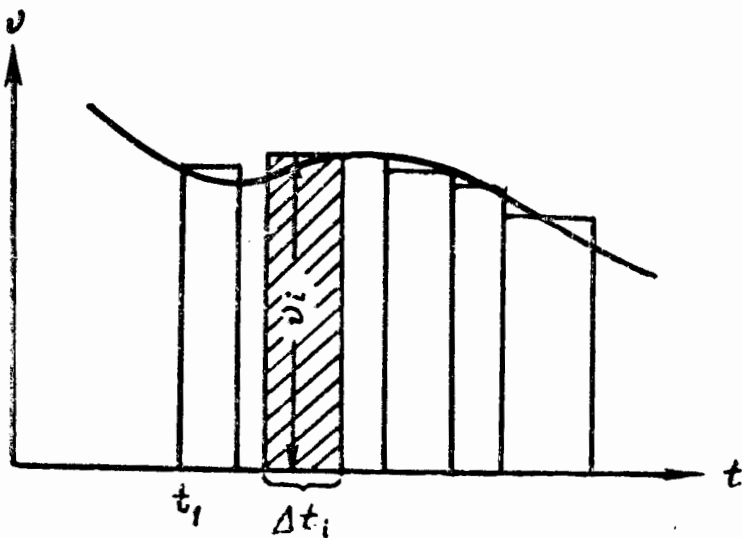
արտահայտությունը կոչվում է որոշյալ ինտեգրալ և գրվում է հետևյալ կերպ՝

$$\int_a^b f(x) dx:$$

Հետևաբար, t_1 -ից մինչև t_2 -ը ընկած ժամանակամիջոցում կետի անցած ճանապարհը հավասար կլինի հետևյալ որոշյալ ինտեգրալին՝

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt: \quad (4.4)$$

Ցույց տանք, որ անցած ճանապարհի մեծությունը կարելի է ներկայացնել մի պատկերի մակերեսով, որը պարփակված է t ժամանակից v արագության կախվածությունը պատկերող կորով: Կառուցենք $v = v(t)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը (նկ. 22): $v_i \Delta t_i$ արտադրյալը թվապես հավասար է ստվերագծված (i -րդ) շերտի մակերեսին: Այսպիսի արտադրյալների գումարը հավասար կլինի մի մակերեսի, որը սահմանափակված է t առանցքով, $t = t_1$ և $t = t_2$ ուղիղներով, ինչպես նաև բոլոր նման շերտերի վերևի կողմերով կազմված բեկյալ գծով: Δt_i -ն զրոյի ձգտելու դեպքում բոլոր շերտերի լայնությունը նվազում է (միաժամանակ նրանց թիվը աճում է) և բեկյալ գիծը սահմանային դեպքում ձուլվում է $v = v(t)$ կորի հետ:



Նկ. 22

Այսպիսով, t_1 պահից մինչև t_2 պահը ընկած ժամանակամիջոցում անցած ճանապարհը թվապես հավասար է այն պատկերի մակերեսին, որը սահմանափակված է $v = v(t)$ գրաֆիկով, ժամանակի t առանցքով և $t = t_1$ ու $t = t_2$ ուղիղներով:

§ 5. Հավասարաչափ շարժում

Այն շարժումը, որի դեպքում արագությունը, իր ուղղությունը ցանկացած ձևով փոխելով, մնում է մեծությամբ հաստատուն, կոչվում է հավասարաչափ:

Հավասարաչափ շարժման ժամանակ (3.4) բանաձևում բոլոր v_i -երը կլինեն միատեսակ և v -ին հավասար: v ընդհանուր արտադրիչը կարելի է գումարի նշանի տակից դուրս բերել.

$$s = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} v \sum \Delta t_i = v \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum \Delta t_i$$

Տարրական ժամանակամիջոցների գումարը տալիս է t ժամանակը, որի ընթացքում կետը անցնում է s ճանապարհ¹:

Այսպիսով, կարելի է գրել

$$s = vt: \quad (5.1)$$

(5.1) բանաձևից հետևում է, որ հավասարաչափ շարժման դեպքում արագությունը հավասար է s ճանապարհի և այն t ժամանակի հարաբերությանը, որի ընթացքում կետն անցել է այդ ճանապարհը.

$$v = \frac{s}{t}: \quad (5.2)$$

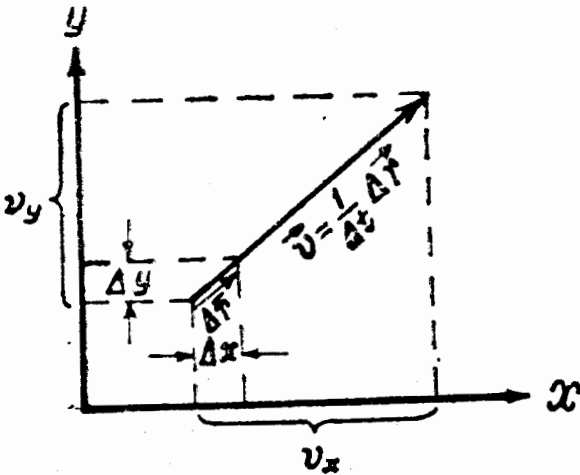
(5.2)-ի համաձայն կարելի է ասել, որ արագությունը հավասարաչափ շարժման ժամանակ մեծությամբ հավասար է այն ճանապարհին, որ անցնում է շարժվող կետը միավոր ժամանակում: Անհավասարաչափ շարժման դեպքում այսպիսի պնդումը իրավացի չէ: Այս դեպքում կարելի է ասել, որ արագության արժեքը ժամանակի տվյալ t պահին հավասար է այն ճանապարհին, որ կետը կանցնեք միավոր ժամանակի ընթացքում, եթե նա հետագայում պահպաներ t պահին ունեցած արագության իր արժեքը:

¹ t տառը կարող է կիրառվել ինչպես ժամանակամիջոցի (ինչպես այդ արված է տվյալ դեպքում), այնպես էլ ժամանակի պահի նշանակման համար, (այդպես արված էր, օրինակ, § 3-ի սկզբում): Հարկավոր է այս երկու դեպքերը իրարից խստորեն տարբերել:

§ 6. Արագության վեկտորի պրոյեկցիաները կորդինատային առանցքների վրա

Արագության հասկացությունը սահմանող (3.2) արտահայտության մեջ սահմանի նշանի տակ գտնվում է $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

վեկտորը: (3.2)-ի մեջ այս վեկտորի փոխարեն վերցնելով նրա պրոյեկցիան որևէ ուղղության վրա, ակնհայտ է, որ կստանանք \vec{v} վեկտորի պրոյեկցիան նույն ուղղության վրա.



Նկ. 23

$$\text{պր. } \vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\text{պր. } \Delta \vec{r}}{\Delta t}; \quad (6.1)$$

Ինչպես երևում է նկ. 23-ից, $\Delta \vec{r}$ վեկտորի պրոյեկցիաները կորդինատային առանցքների վրա հավասար են շարժվող կետի համապատասխան կորդինատների աճերին՝

$$(\Delta \vec{r})_x = \Delta x,$$

$$(\Delta \vec{r})_y = \Delta y,$$

$$(\Delta \vec{r})_z = \Delta z:$$

Տեղադրելով այս արտահայտությունները (6.1) բանաձևի մեջ, կստանանք արագության վեկտորի պրոյեկցիաները կորդինատային առանցքների վրա.

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta \vec{r})_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt},$$

$$v_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta \vec{r})_y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt},$$

$$v_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta \vec{r})_z}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{dz}{dt}.$$

Ֆիզիկայում ընդունված է մեծությունների ածանցյալները ըստ ժամանակի նշանակել համապատասխան մեծությունների վրա կես դրված պայմանանշանով: Օրինակ՝

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \frac{dr}{dt} = \dot{r}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \text{ և այլն:}$$

Օգտագործելով այս նշանակումները, \vec{v} վեկտորի պրոյեկցիաները կորդինատային առանցքների վրա կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝

$$v_x = \dot{x}, \quad v_y = \dot{y}, \quad v_z = \dot{z}: \quad (6.2)$$

Նշենք, որ (6.2) բանաձևը կարելի է ստանալ (2.11) բանաձևերից, նրանց մեջ տեղադրելով $\vec{A} = \dot{\vec{r}}$:

§ 7. Արագացում

§ 2-ում վեկտորի ածանցյալի մասին ասվածի համաձայն նյութական կետի \vec{v} արագության փոփոխման արագությունը է ժամանակամիջոցում բնութագրվում է հետևյալ մեծությամբ՝

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}: \quad (7.1)$$

Այս մեծությունը կոչվում է կետի արագացում:

Եթե հայտնի են արագացումը որպես ժամանակի ֆունկցիա՝ $\vec{w}(t)$, և \vec{v}_0 արագությունը սկզբնական պահին (երբ $t = 0$ -ի), ապա կարելի է գտնել \vec{v} արագությունը t ժամանակի ցանկացած պահի համար: Այդ կարելի է գրել հետևյալ բանաձևով՝

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{w} dt:$$

Այն դեպքում, երբ \vec{w} -ն հաստատուն է,

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{w}t, \quad (7.2)$$

Արագության վեկտորը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով [տե՛ս (6.2)-ը]՝

$$\vec{v} = i v_x + j v_y + k v_z = i \dot{x} + j \dot{y} + k \dot{z}:$$

Ածանցելով այս արտահայտությունը ըստ t -ի, կստանանք՝

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = i \frac{d}{dt} (\dot{x}) + j \frac{d}{dt} (\dot{y}) + k \frac{d}{dt} (\dot{z}):$$

Բայց $\frac{d}{dt} (\dot{x})$ -ն x -ի երկրորդ կարգի ածանցյալն է ըստ t -ի, որը կարելի է նշանակել \ddot{x} պայմանանշանով: Նման ձևով $\frac{d}{dt} (\dot{y}) = \ddot{y}$, $\frac{d}{dt} (\dot{z}) = \ddot{z}$: Հետևաբար՝

$$\vec{w} = i \ddot{x} + j \ddot{y} + k \ddot{z}, \quad (7.3)$$

Համեմատելով (7.3) և (2.8) բանաձևերը, կորոզինատային առանցքների վրա արագացման վեկտորի պրոյեկցիաների համար հեշտությունը կարելի է ստանալ հետևյալ արտահայտությունները՝

$$w_x = \ddot{x}, \quad w_y = \ddot{y}, \quad w_z = \ddot{z}: \quad (7.4)$$

§ 8. Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում

Ուղղագիծ շարժման ժամանակ արագության վեկտորը միշտ ուղղված է միևնույն ուղղի՝ հետագծի երկարությունը, որի հետևանքով \vec{w} վեկտորի ուղղությունը կամ համընկնում է \vec{v} վեկտորի ուղղության հետ, կամ ունի նրան հակառակ ուղղություն: Եթե \vec{w} -ի ուղղությունը համընկնում է \vec{v} -ի ուղղության հետ, ապա արագության մեծությունը աճում է և շար-

ժումը դառնում է արագացող: Երբ \vec{W} -ն ունի \vec{V} -ին հակառակ ուղղություն, արագությունը փոքրանում է. շարժումը դառնում է դանդաղող:

Հաստատուն արագացումով ուղղագիծ շարժումը կոչվում է հավասարաչափ փոփոխական: Ժամանակի ընթացքում արագության փոփոխման վարքից կախված տարբերում են հավասարաչափ արագացող և հավասարաչափ դանդաղող շարժումներ:

Հավասարաչափ փոփոխական շարժման ժամանակ իրավացի է (7.2) բանաձևը, ընդ որում նրա մեջ մտնող բոլոր վեկտորները՝ \vec{V} -ն, \vec{V}_0 -ն և \vec{W} -ն, ուղղված են միևնույն ուղղի երկարություն: Պրոյեկտելով այս վեկտորները X ուղղության վրա, որը համընկնում է V_0 վեկտորի ուղղության հետ, կստանանք

$$V_x = V_{0x} + W_x t; \quad (8.1)$$

V_x , V_{0x} և W_x պրոյեկցիաները հավասար են համապատասխան վեկտորների մոդուլներին՝ վերցված «+» նշանով, եթե վեկտորի ուղղությունը համընկնում է X ուղղության հետ, և «-» նշանով, եթե վեկտորը և X -ը ունեն հակառակ ուղղություններ:

Սովորաբար ուղղագիծ շարժումը դիտարկելիս (8.1) հավասարման մեջ X ինդեքսները բաց են թողնում և ուղղակի գրում են

$$v = v_0 + wt; \quad (8.2)$$

(8.2) հավասարման մեջ մտնող մեծությունների հետ վարվում են այնպես, ինչպես վարվում են վեկտորների պրոյեկցիաների հետ: Այս դեպքում օգտվում են ոչ ճշգրիտ (բայց բոլորի կողմից ընդունված) տերմինաբանությունից՝ անվանելով, օրինակ, W -ն արագացում և համարելով այն դրական կամ բացասական՝ W_x -ի նշանին համապատասխան: Ինտեգրելով (8.2) ֆունկցիան 0 -ից մինչև ժամանակի կա-

մավոր t պահի սահմաններում, կգտնենք անցած ճանապարհի բանաձևը [տե՛ս (4.4)].

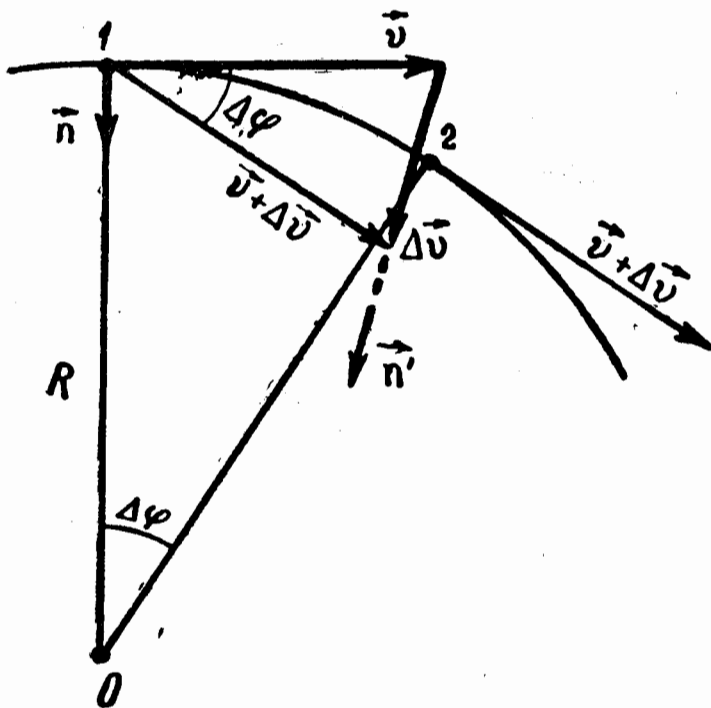
$$s = \int_0^t (v_0 + wt) dt = v_0 t + \frac{wt^2}{2}, \quad (8.3)$$

որտեղ W -ն հանրահաշվական մեծություն է:

Նշենք, որ այս բանաձևը տալիս է անցած ճանապարհի համար ճիշտ արդյունք միայն այն դեպքում, երբ t ժամանակի ընթացքում կետի շարժման ուղղությունը (արագության նշանը) չի փոփոխվում:

§ 9. Արագացումը կորագիծ շարժման ժամանակ

Նախքան շարժման ընդհանուր դեպքում արագացման գտնելը, քննարկենք կորագիծ շարժման պարզագույն դեպքը՝ կետի հավասարաչափ շարժումը շրջանագծով:



Նկ. 24

Դիցուք ժամանակի դիտարկվող t պահին կետը գտնվում է 1 դիրքում (նկ. 24): Δt ժամանակ անցնելուց հետո կետը, անցնելով 1–2 աղեղին հավասար Δs ճանապարհը, կգտնվի 2 դիրքում: Ընդ որում կետի \vec{v} արագությունը ստանում է $\vec{\Delta v}$ աճ, որի հետևանքով արագության վեկտորը, մեծությամբ անփոփոխ մնալով (հավասարաչափ շարժման ժամանակ $|\vec{v}| = \text{const}$), պտտվում է $\Delta\varphi$ անկյունով, որի մեծությունը համընկնում է Δs երկարությամբ աղեղի վրա հենված կենտրոնական անկյան հետ՝

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}, \quad (9.1)$$

որտեղ R -ը այն շրջանագծի շառավիղն է, որով շարժվում է կետը:

Գտնենք արագության վեկտորի $\vec{\Delta v}$ աճը: Դրա համար տեղափոխենք $(\vec{v} + \vec{\Delta v})$ վեկտորը այնպես, որ նրա սկիզբը համընկնի \vec{v} վեկտորի սկզբի հետ: Այդ դեպքում $\vec{\Delta v}$ -ն կըպատկերվի մի հատվածով, որը \vec{v} վեկտորի ծայրը միացնում է $(\vec{v} + \vec{\Delta v})$ -ի ծայրի հետ: Այդ հատվածը հիմք է ծառայում \vec{v} և $(\vec{v} + \vec{\Delta v})$ կողմերով և գաղաթում $\Delta\varphi$ անկյուն ունեցող հավասարակողմ եռանկյան համար: Եթե $\Delta\varphi$ անկյունը մեծ չէ (որը տեղի ունի փոքր Δt -ի համար), եռանկյան կողմերի համար մոտավոր ճշտությամբ կարելի է գրել

$$|\vec{\Delta v}| \cong v \Delta\varphi^1:$$

$\vec{\Delta v}$ վեկտորը կարելի է ներկայացնել նրա մոդուլի և $\vec{\Delta v}$ -ի ուղղությունն ունեցող միավոր վեկտորի արտադրյալի տեսքով: Այս միավոր վեկտորը նշանակենք \vec{n}' -ով: Այդ դեպքում

$$\vec{\Delta v} = |\vec{\Delta v}| \vec{n}' \cong v \Delta\varphi \vec{n}':$$

¹ Այստեղ $|\vec{\Delta v}|$ -ի փոխարեն չի կարելի գրել Δv : Այս դեպքում $\Delta v = 0$:

Տեղադրելով այստեղ $\Delta\varphi$ -ն (9.1)-ից, կստանանք

$$\vec{\Delta v} \cong v \frac{\Delta s}{R} \vec{n}' : \quad (9.2)$$

Բաժանելով $\vec{\Delta v}$ -ն Δt -ի վրա և կատարելով սահմանափին անցում, կստանանք արագացումը՝

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t} \vec{n}' :$$

Այս արտահայտության մեջ v -ն և R -ը հաստատուններ են, $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ հարաբերությունը սահմանում կտա v արագության մոդուլը. միավոր \vec{n}' վեկտորը սահմանում ձուլվում է 1 կետում շրջանագծին նորմալ և դեպի նրա կենտրոնը ուղղված \vec{n} միավոր վեկտորի հետ: Այսպիսով՝

$$\vec{w}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} : \quad (9.3)$$

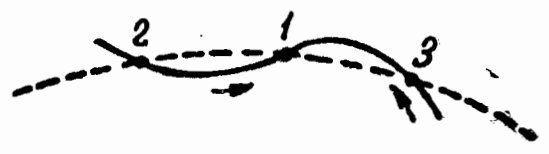
Ստացված արագացումը ուղղված է հետագծի նորմալի ուղղությամբ, այն կոչվում է նորմալ արագացում և նշանակում են \vec{w}_n -ով (այնպես, ինչպես արդեն վարվել էինք (9.3) արտահայտության մեջ): Նորմալ արագացման մոդուլը՝

$$w_n = \frac{v^2}{R} : \quad (9.4)$$

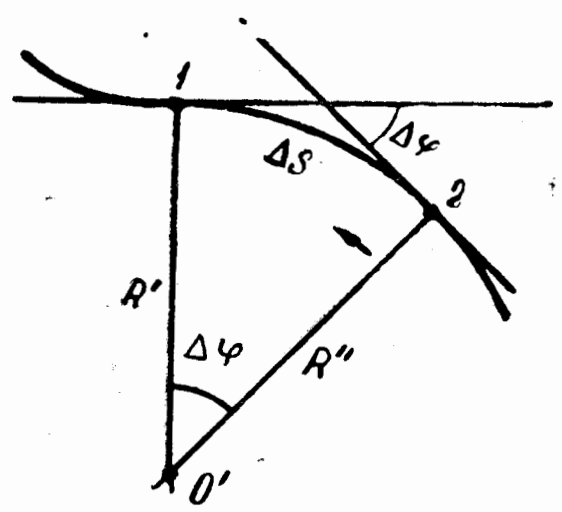
Որքան կոր է հետագիծը (որքան փոքր է R շառավիղը), այնքան ավելի մեծ է w_n -ն v արագության միևնույն մեծության դեպքում: Որպես կորության չափ օգտվում են $1/R$ մեծությունից, որը կոչվում է շրջանագծի կորություն:

Ակնհայտ է, որ կամավոր կորով շարժվող կետի արագացումը նույնպես կախված է հետագծի կորությունից, որը տարբեր կետերում տարբեր է: Հետագայում պարզության համար կսահմանափակվենք միայն հարթ կորերի դիտարկումով: Հարթ գծի կորությունը նրա որևէ կետում հավասար

է այն շրջանագծի կորուժյանը, որը տվյալ տեղում ձուլվում է նրա անսահման փոքր տեղամասի կորի հետ: 1 կետում կորուժյան շրջանը սառնալու համար (նկ. 25) պետք է վարվել հետևյալ կերպ: Վերցնենք կորի վրա գտնվող 2 և 3 կետերը, որոնք մոտիկ են 1 կետին: 1, 2 և 3 կետերով անցկացնենք մի շրջանագիծ: Այս շրջանագծի սահմանային դիրքը, որ ստացվում է 2 և 3 կետերը անսահմանորեն 1 կետին մոտեցնելու դեպքում, իրենից կներկայացնի կորուժյան շրջան: Այս շրջանի շառավիղը տալիս է գծի կորուժյան շառավիղը 1 կետում, իսկ շրջանի կենտրոնը՝ 1 կետի կորուժյան կենտրոնը:



նկ. 25



նկ. 26

Անալիտիկորեն կորի C կորուժյունը որոշվում է հետևյալ արտահայտությունից՝

$$C = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta s} = \frac{d\varphi}{ds},$$

որտեղ $\Delta \varphi$ -ն կորի վրա իրարից Δs հեռավորության վրա գտնվող կետերում տարված շոշափողների միջև կազմված

անկյունն է (նկ. 26): Այսպիսով, կորուժյունը բնութագրվում է կորի ուղղության փոփոխման արագությունը, այսինքն՝ կորի երկարությամբ տեղափոխվող շոշափողի պտտման արագությամբ: C-ի հակառակ մեծությունը հավասար է կորուժյան R շառավիղին: Հեշտ է համոզվել նրանում, որ շրջանագծի դեպքում այս ձևով որոշված կորուժյան շառավիղը համընկնում է շրջանագծի շառավիղի հետ:

Նորից դիմենք նկ. 26-ին: Կառուցենք ուղղահայացներ 1 և 2 կետերում տարված շոշափողներին: Այս ուղղահայացները կհատվեն որևէ O' կետում, ընդ որում R' և R'' հե-

աավորութիւնները, ընդհանուր առմամբ, կլինեն տարբեր: Կազմենք $\frac{\Delta\varphi}{\Delta s}$ հարաբերութիւնը: Δs մեծութիւնը մոտավորապէս կարելի է փոխարինել $R'\Delta\varphi$ -ով: Այդ դեպքում

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \approx \frac{1}{R'}$$

Վերջին մոտավոր հավասարութիւնը տեղի կունենա այնքան ավելի ճշգրիտ, ինչքան ավելի մոտիկ են 1 և 2 կետերը, այսինքն՝ որքան փոքր է Δs -ը: Δs -ը զրոյի ձգտելու դեպքում կստանանք կորութիւնը՝

$$C = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{1}{R'}$$

Եթե 2 կետը անսահման մոտեցնենք 1 կետին, ապա ուղղահայացների հատման կետը՝ O' -ը կձգտի որևէ կետի, որը իրենից կներկայացնի կորութիւնի կենտրոնը: Երկու՝ R' և R'' հեռավորութիւնները կձգտեն միեւնոյն R սահմանին, որը հավասար է կորութիւնի շառավղին: R -ի հակառակ մեծութիւնը տալիս է գծի կորութիւնը 1 կետում:

Այժմ գտնենք կամավոր հարթ կորով շարժվող կետի արագացումը: Արագութիւնի աճի $\vec{\Delta v}$ վեկտորը (որը համապատասխանում է Δt ժամանակամիջոցին, որի ընթացքում կետը 1 դիրքից տեղափոխվում է 2 դիրքը) վերածենք երկու՝ $\vec{\Delta v}_n$ և $\vec{\Delta v}_\tau$ բաղադրիչների (նկ. 27): Ընտրենք այս բաղադրիչները այնպէս, որ 1 կետից մինչև $\vec{\Delta v}_n$ վեկտորի ծայրը եղած հեռավորութիւնը հավասար լինի \vec{v} արագութիւնի մոդուլին՝ սկզբնական պահին: Այդ դեպքում ակնհայտ է, որ $\vec{\Delta v}_\tau$ վեկտորի մոդուլը հավասար կլինի արագութիւնի մոդուլի աճին, այսինքն՝

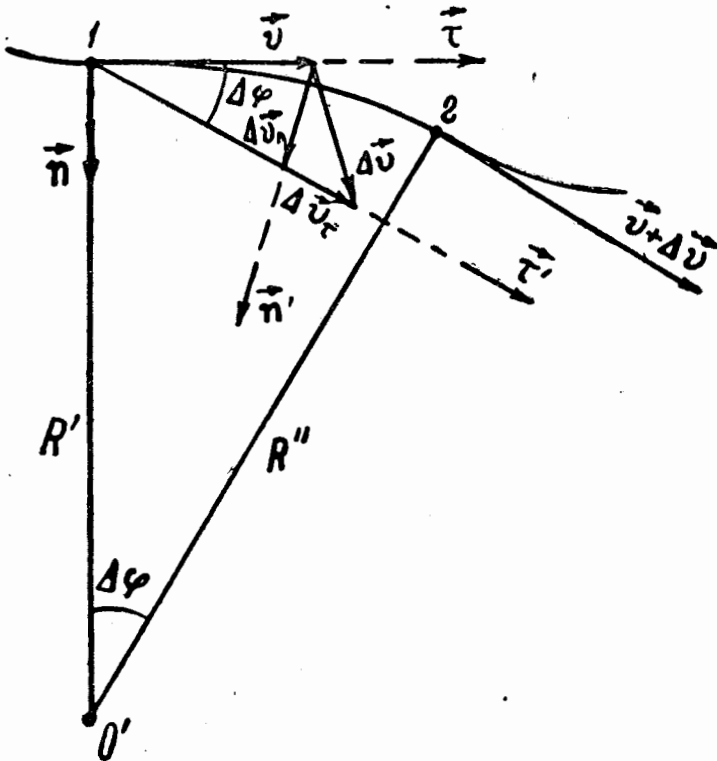
$$|\vec{\Delta v}_\tau| = \Delta |\vec{v}| = \Delta v:$$

Մտցնելով $\vec{\tau}'$ միավոր վեկտորը, որը ուղղութիւնամբ համ-

ընկնում է $\vec{\Delta v}_\tau$ վեկտորի հետ, վերջինը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով՝

$$\vec{\Delta v}_\tau = \Delta v_\tau \vec{\tau}; \quad (9.5)$$

Կրկնելով այն դատողությունները, որոնք հանգեցրին (9.4) բանաձևին, կարելի է ստանալ



Նկ. 27

$$\vec{\Delta v}_n = v \frac{\Delta s}{R'} \vec{n}'; \quad (9.6)$$

Լրիվ արագացման վեկտորը սահմանման համաձայն հավասար կլինի՝

$$\vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}_n + \vec{\Delta v}_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}_\tau}{\Delta t};$$

Հաշվի առնելով (9.6)-ը՝

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta v}_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{R'} \frac{\Delta s}{\Delta t} \vec{n}',$$

Սահմանում $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ -ն կտա \vec{v} արագություն մոդուլը, R' -ը՝ կորության շառավիղը, իսկ \vec{n}' վեկտորը կհամընկնի հետագծի 1 կետում տարած նորմալի միավոր \vec{n} վեկտորի հետ: Նշանակենք այս սահմանը \vec{W}_n -ով՝

$$\vec{W}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \vec{n} ; \quad (9.7)$$

Հաշվի առնելով (9.5)-ը, երկրորդ սահմանը (նշանակենք այն \vec{W}_τ -ով) հավասար կլինի՝

$$\vec{W}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \vec{\tau}' ;$$

Սահմանային պայմանի դեպքում $\vec{\tau}'$ վեկտորը կհամընկնի $\vec{\tau}$ միավոր վեկտորի հետ, որն ուղղված է հետագծի 1 կետում տարված շոշափողով, համընկնում է շարժման ուղղության հետ և նույնական է արագություն \vec{v} միավոր վեկտորի հետ [(ան՝ս (2.6))].

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{v} ;$$

Վերջնականապես կտանանք

$$\vec{W}_\tau = \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \right) \vec{\tau} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} ; \quad (9.8)$$

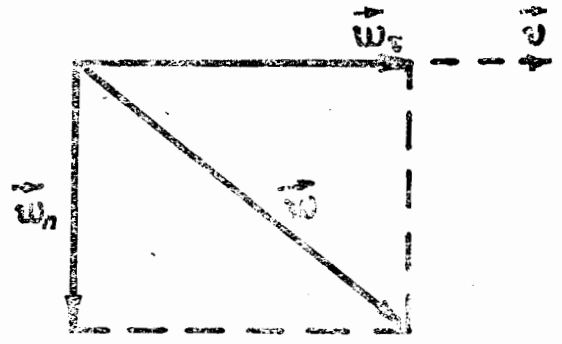
Այսպիսով, \vec{W} վեկտորը կարելի է ներկայացնել \vec{W}_n և \vec{W}_τ երկու վեկտորների գումարի տեսքով (նկ. 28), որոնցից մեկը (\vec{W}_n) ուղղահայաց է \vec{v} արագություն վեկտորին և ուղղված է դեպի հետագծի կորության կենտրոնը, իսկ երկրորդը (\vec{W}_τ) ուղղված է հետագծի շոշափողի ուղղությամբ

Եթե արագությունը աճում է ըստ մեծության ($\frac{dv}{dt}$ -ն դրա-

կան է), ապա \vec{W}_τ -ն ուղղված է շարժման ուղղությամբ, իսկ եթե արագությունը ըստ մեծության նվազում է

($\frac{dv}{dt}$ -ն բացասական է),

ապա \vec{W}_τ -ն ուղղված է շարժման հակառակ ուղղությամբ:



Նկ. 28

\vec{W}_τ վեկտորը կոչվում է տանգենցիալ արագացում: Այն բնութագրում է արագության փոփոխումը ըստ մեծության: Եթե արագության արժեքը չի փոփոխվում, տանգենցիալ արագացումը հավասար է զրոյի և $\vec{W} = \vec{W}_n$:

\vec{W}_n վեկտորը (նորմալ արագացում) բնութագրում է արագության փոփոխումը ըստ ուղղության: Եթե արագության ուղղությունը չի փոփոխվում, շարժումը կատարվում է ուղղագիծ հետագծով: Ուղղի կորությունը հավասար է զրոյի (համապատասխանորեն կորության R շառավիղը հավասար է անսահմանության), հետևաբար, նորմալ արագացումը հավասար է զրոյի և $\vec{W} = \vec{W}_\tau$ -ի:

Ընդհանուր դեպքում լրիվ արագացման մոդուլը (Նկ. 28)՝

$$W = \sqrt{W_n^2 + W_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

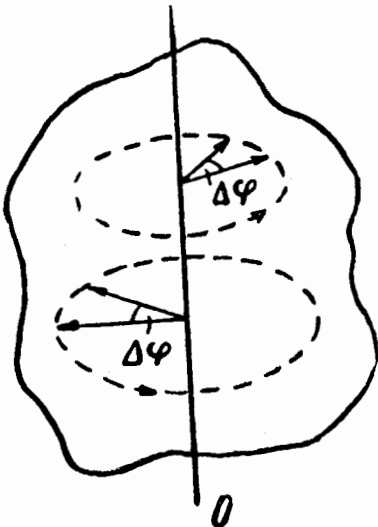
§ 10. Պտտական շարժման կինեմատիկան

Որևէ ՕՕ առանցքի շուրջը (Նկ. 29) պտտվող բացարձակ պինդ մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները գտնվում են պտտման առանցքի վրա: Յուրաքանչյուր կետի շառավիղ-վեկտորը (հա-

մապատասխան շրջանագծի կենտրոնից դեպի տվյալ կետը անցկացրած վեկտորը) $\Delta\psi$ ժամանակամիջոցում պտտվում է միևնույն $\Delta\varphi$ անկյունով, որը պինդ մարմնի պտտման անկյունն է:

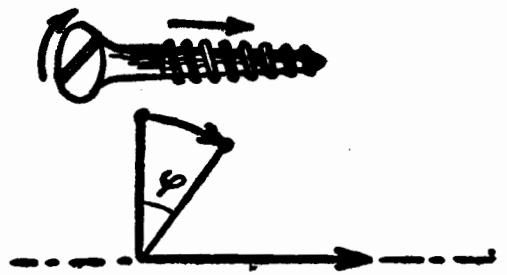
Մարմնի պտույտը որևէ φ անկյունով կարելի է ներկայացնել մի հատվածով, որի երկարությունը հավասար է φ -ի, իսկ ուղղությունը համընկնում է այն առանցքի հետ, որի

շուրջը կատարվում է այդ պտույտը: Տվյալ առանցքի շուրջը պտտման ուղղությունը ցույց տալու համար կարելի է պտույտի ուղղությունը և պտույտը պատկերող հատվածը ըստ պայմանավորվածության իրար հետ կապել, այսպես կոչված, աջ պտուտակի կանոնով: Այս կանոնի համաձայն հատվածը այնպես պետք է ուղղված լինի, որ նրա ուղղությամբ նայելիս (նկ. 30) կատարվող պտույտը համընկնի ժամացույցի սլաքի շարժման ուղղության հետ (աջ պտուտակի գլխիկը ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ պտտելով, այն մեզանից կհեռանա): Այսպիսով, մարմնի պտույտին կարելի է տալ թվային արժեք և ուղղություն:



Նկ. 29

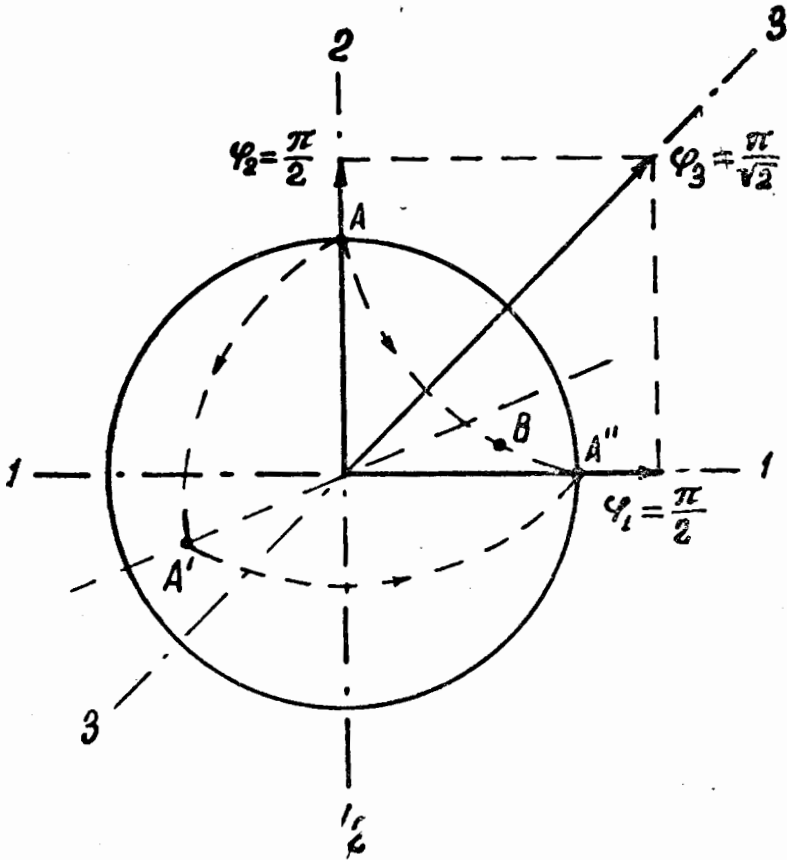
Սակայն այս դեռ բավական չէ, որպեսզի պտույտը կարելի լիներ ընդունել որպես վեկտոր. անհրաժեշտ էր, որ այս ձևով պատկերված պտույտները գումարվեին զուգահեռագծի կանոնով: Կամավոր մեծությունների պտույտների համար վերջին պայմանը տեղի չի ունենում: Դա ցույց կտանք գնդի պտտման օրինակի վրա (նկ. 31): Գնդի պտույտը 1 — 1 առանցքի շուրջը $\pi/2$ անկ-



Նկ. 30

42

յունով (այս պտույտը պատկերված է φ_1 հատվածով) և նրան հաջորդող պտույտը $\pi/2$ անկյունով $2-2$ առանցքի շուրջը (φ_2 հատվածը) հանգեցնում են նրան, որ գնդի A կետը սկզբում տեղափոխվում է A' դիրքը, իսկ հետո՝ A'' դիրքը: φ_1 -ից և φ_2 -ից զուգահեռագծի կանոնով ստացված φ_3 հատվածով (այս հատվածն ունի $\pi/\sqrt{2}$ երկարություն) պատկերված պտույտը A կետը տեղափոխում է B դիրքը, որը

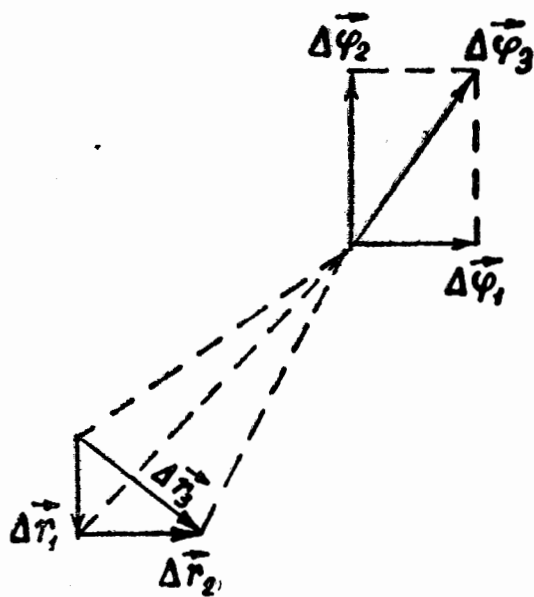


Նկ. 31

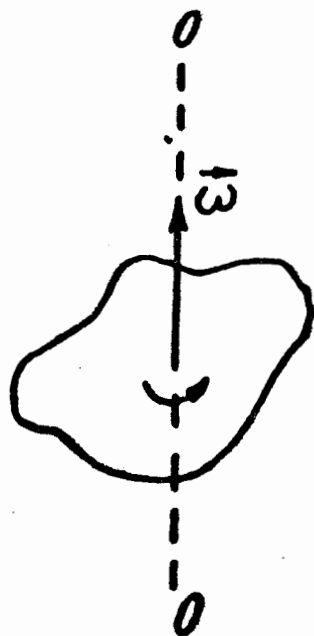
չի համընկնում A''-ի հետ: φ_3 հատվածով պատկերված պտույտը երբեք համազոր չէ մեկը մյուսի հետևից կատարված φ_1 և φ_2 պտույտներին և այդ պատճառով հավասար չէ նրանց գումարին: Այսպիսով, համոզվեցինք, որ թեև մարմնի պտույտը առանցքի շուրջը կարելի է պատկերել ուղղված հատվածի միջոցով, բայց այն չի կարելի ընդունել որպես վեկտոր:

Գործը այլ կերպ է դասավորվում պտտման շատ փոքր $\Delta\varphi$ անկյունների համար: Մարմնի ցանկացած կետի անցած ճանապարհը շատ փոքր պտույտի դեպքում կարելի է համարել ուղղագիծ: Ինչպես երևում է նկ. 32-ից, երկու հաջորդաբար կատարվող $\Delta\varphi_1$ և $\Delta\varphi_2$ փոքր պտույտները մարմ-

նի ցանկացած կետի համար պայմանավորում են նույն-
պիսի $\vec{\Delta r}_1 + \vec{\Delta r}_2$ տեղափոխություն, ինչպիսին $\Delta\varphi_1$ -ից և
 $\Delta\varphi_2$ -ից զուգահեռագծի կանոնից ստացված $\Delta\varphi_3$ պատույտը:
Այստեղից հետևում է, որ շատ փոքր պատույտները կարող
են դիտարկվել որպես վեկտորներ (գրենք նրանց $\vec{\Delta\varphi}$ կամ



Նկ. 32



Նկ. 33

$\vec{d\varphi}$ տեսքով):

$\vec{d\varphi}$ վեկտորի ուղղությունը որոշեցինք, կապելով նրան որոշակի ձևով մարմնի պտտման ուղղության հետ: \vec{v} արագություն, \vec{W} արագացման, \vec{r} շառավիղ-վեկտորի նման մեծությունները քննարկելիս նրանց ուղղության ընտրման մասին հարց չառաջացավ. այն բնականաբար բխեց հենց այդ մեծությունների բնույթից: Նման վեկտորները կոչվում են բևեռային: $\vec{d\varphi}$ -ի տիպի վեկտորները, որոնց ուղղությունը կապված է պտտման (կամ շրջանցման) ուղղության հետ, կոչվում են առանցքային վեկտորներ:

Հետևյալ վեկտորական մեծությունը՝

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (10.1)$$

(որտեղ Δt -ն այն ժամանակն է, որի ընթացքում կատար-

վում է $\Delta\varphi$ պտույտը), կոչվում է մարմնի անկյունային արագություն¹: ω վեկտորը ուղղված է այն առանցքի երկարությամբ, որի շուրջը մարմինը պտտվում է աջ պտուտակի կանոնով որոշվող ուղղությամբ և իրենից ներկայացնում է առանցքային վեկտոր:

Անկյունային արագության վեկտորի մոդուլը հավասար է $\frac{d\varphi}{dt}$ -ի: Հաստատուն անկյունային արագությամբ շրջանաձև պտույտը կոչվում է հավասարաչափ, ընդ որում $\omega = \varphi/t$: Այսպիսով, հավասարաչափ պտույտի դեպքում ω -ն ցույց է տալիս, թե ինչ անկյունով է պտտվում մարմինը միավոր ժամանակի ընթացքում:

Հավասարաչափ պտույտը կարելի է բնութագրել T պտուտման պարբերությամբ, որը այն ժամանակն է, որի ընթացքում մարմինը կատարում է մեկ պտույտ, այսինքն՝ պտուտվում է 2π անկյունով: Քանի որ $\Delta t = T$ ժամանակամիջոցին համապատասխանում է $\Delta\varphi = 2\pi$ պտտման անկյունը, ապա

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (10.2)$$

որտեղից

$$T = \frac{2\pi}{\omega}: \quad (10.3)$$

Ակնհայտ է, որ v պտույտների թիվը միավոր ժամանակում կլինի

$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}: \quad (10.4)$$

(10.4)-ից հետևում է, որ անկյունային արագությունը հավասար է 2π -ն բազմապատկած միավոր ժամանակում կատարված պտույտների թվով՝

$$\omega = 2\pi v: \quad (10.5)$$

¹ Սկզբում քննարկված \vec{v} արագությունը անկյունային արագությունից տարբերելու համար անվանում են դժային արագություն: Հետագայում դժային բառը չի օգտագործվի այն դեպքերում, երբ թյուրիմացություն վտանգ չկա:

Պատման պարբերությունն և միավոր ժամանակում կատարված պտույտների թիվ հասկացությունները կարելի է պահպանել նաև անհավասարաչափ պտտման համար՝ որպես T ակնթարթային արժեք հասկանալով այն ժամանակը, որի ընթացքում մարմինը կկատարեր մեկ պտույտ, եթե այն պտտվեր հավասարաչափ՝ անկյունային արագության տրված ակնթարթային արժեքով, իսկ որպես ν հասկանալով այն պտույտների թիվը, որը կկատարեր մարմինը միավոր ժամանակում համանման պայմանների դեպքում:

ω վեկտորը կարող է փոփոխվել ինչպես առանցքի շուրջը մարմնի պտտման արագության փոփոխման պատճառով (այս դեպքում այն փոփոխվում է ըստ մեծության), այնպես էլ տարածության մեջ պտտման առանցքի շրջվելու պատճառով (այս դեպքում $\vec{\omega}$ -ն փոփոխվում է ըստ ուղղության): Դիցուք Δt ժամանակում $\vec{\omega}$ վեկտորը ստանում է $\vec{\Delta\omega}$ աճ: Անկյունային արագության վեկտորի փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում բնութագրվում է հետևյալ մեծությամբ՝

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad (10.6)$$

որը կոչվում է անկյունային արագացում: $\vec{\beta}$ վեկտորը, ինչպես նաև $\vec{\omega}$ -ն, առանցքային է:

Երբ պտտման առանցքի ուղղությունը տարածության մեջ մնում է հաստատուն, անկյունային արագությունը փոփոխվում է միայն ըստ արժեքի և $|\Delta\vec{\omega}| = |\Delta\omega|$: Այս դեպքում (10.6)-ից անկյունային արագացման մոդուլի համար ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\omega|}{\Delta t} = \left| \frac{d\omega}{dt} \right|, \quad (10.7)$$

Եթե β ասելով հասկանում ենք $\vec{\beta}$ վեկտորի պրոյեկցիան $\vec{\omega}$ ուղղության վրա, ապա (10.7) բանաձևը կգրվի հետևյալ ձևով՝

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}, \quad (10.8)$$

(10.8) բանաձևի մեջ β -ն հանրահաշվական մեծություն է, որը դրական է, եթե ω -ն ժամանակի ընթացքում մեծանում է (այս դեպքում $\vec{\beta}$ և $\vec{\omega}$ վեկտորներն ունեն միևնույն ուղղությունը), և բացասական է, եթե ω -ն փոքրանում է (այս դեպքում $\vec{\beta}$ -ի և $\vec{\omega}$ -ի ուղղությունները հակառակ են):

Պատվող մարմնի առանձին կետերն ունեն տարբեր \vec{v} գծային արագություններ: Յուրաքանչյուր կետի արագությունը, որ ուղղված է համապատասխան շրջանագծին տարած շոշափողի ուղղությամբ, անընդհատ փոխում է իր ուղղությունը: v արագության մեծությունը որոշվում է մարմնի ω պտտման արագությամբ և քննարկվող կետից մինչև պտտման առանցքն ընկած R հեռավորությամբ: Դիցուք, Δt փոքր ժամանակամիջոցում մարմինը պտտվում է $\Delta\varphi$ անկյունով (նկ. 34): Առանցքից R հեռավորության վրա գտնվող կետը անցնում է Δs ճանապարհ, որը հավասար է՝

$$\Delta s = R \Delta\varphi:$$

Ըստ սահմանման կետի գծային արագությունը՝

$$\begin{aligned} v &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \\ &= R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega, \end{aligned}$$

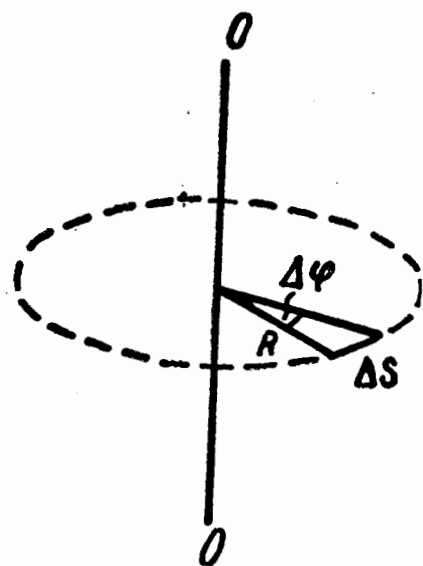
այսինքն՝

$$v = \omega R: \quad (10.9)$$

Այսպիսով, որքան ավելի հեռու է գտնվում կետը պտտման առանցքից, այնքան ավելի մեծ գծային արագությամբ է այն շարժվում:

Գտնենք պտտվող մարմնի կետերի գծային արագացումը: (9.4)-ի համաձայն նորմալ արագացումը հավասար է՝

$$W_n = \frac{v^2}{R}:$$



Նկ. 34

Տեղադրելով այս արտահայտության մեջ v -ն (10.9)-ից, կգտնենք

$$w_n = \omega^2 R; \quad (10.10)$$

Տանգենցիալ արագացման մոդուլը (9.8)-ին համապատասխան հավասար է $\left| \frac{dv}{dt} \right|$ -ի: Նորից օգտվելով (10.9) հավասարումից, կստանանք

$$\begin{aligned} w_\tau &= \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(\omega R)}{\Delta t} \right| = \\ &= \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right| = R \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right| = R \beta, \end{aligned}$$

այսինքն՝

$$w_\tau = \beta R; \quad (10.11)$$

Այսպիսով, ինչպես նորմալ, այնպես էլ տանգենցիալ արագացումը աճում են R -ից՝ պտտման առանցքից կետի ունեցած հեռավորությունից գծայնորեն կախված:

§ 11. \vec{v} և $\vec{\omega}$ վեկտորների կապը

Նախկինում քննարկված վեկտորների գումարման և հանման գործողություններից բացի, ինչպես նաև վեկտորը սկալյարով բազմապատկելուց բացի (տե՛ս § 2), գոյություն ունեն նաև վեկտորների բազմապատկման գործողություններ: Երկու վեկտորներ կարելի է բազմապատկել երկու եղանակով. առաջին եղանակը արդյունքում տալիս է որևէ նոր վեկտոր, իսկ երկրորդը՝ սկալյար մեծություն: Նշենք, որ վեկտորը վեկտորի վրա բաժանելու գործողություն գոյություն չունի:

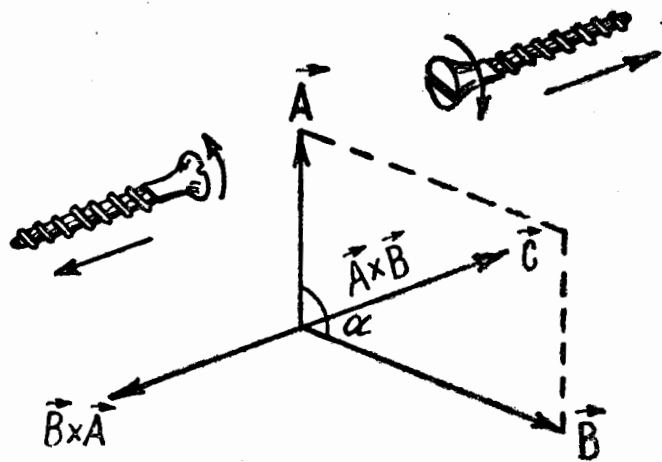
Այժմ քննարկենք վեկտորների վեկտորական արտադրյալը: Վեկտորների սկալյար արտադրյալը կքննարկենք ավելի ուշ, երբ այդ մեզ պետք կգա:

\vec{A} և \vec{B} երկու վեկտորների վեկտորական արտադրյալ է կոչվում \vec{C} վեկտորը, որը օժտված է հետևյալ հատկություններով.

1) \vec{C} վեկտորի մոդուլը հավասար է բազմապատկվող վեկտորների մոդուլների և նրանցով կազմված α անկյան սինուսի արտադրյալին (նկ. 35).

$$C = AB \sin \alpha;$$

2) \vec{C} վեկտորը ուղղահայաց է այն հարթությանը, որի վրա գտնվում են \vec{A} և \vec{B} վեկտորները, ընդ որում նրա ուղղությունը կապված է \vec{A} և \vec{B} ուղղությունների հետ աջ պտուտակի կանոնով. եթե \vec{C} վեկտորի հետևից նայենք, ապա առաջին արտադրիչից երկրորդին ամենակարճ ճանապարհով անցնելու համար պտույտը պետք է կատարել ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ:



նկ. 35

վեկտորական արտադրյալը սիմվոլիկ ձևով կարելի է գրել երկու եղանակով՝

$$[\vec{A}\vec{B}] \text{ կամ } \vec{A} \times \vec{B}:$$

Կօդավենք այս երկու եղանակներից երկրորդից: Ըստ վերը ասվածի վեկտորական արտադրյալի մոդուլը կգրվի

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \alpha: \quad (11.1)$$

Քանի որ վեկտորական արտադրյալի ուղղությունը որոշվում է առաջին արտադրիչից դեպի երկրորդը կատարվող պտույտի ուղղությամբ, երկու վեկտորների վեկտորական բազմապատկման արդյունքը կախված կլինի արտադրիչների կարգից: Արտադրիչների կարգի փոփոխությունը արդյունաբար վեկտորի ուղղությունը փոխում է հակառակ կողմը (նկ. 35)՝

$$\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$$

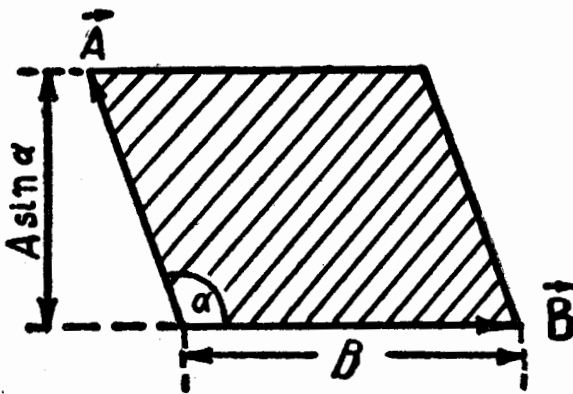
Այսպիսով, վեկտորական արտադրյալը տեղափոխական հատկութիւնն չունի:

Կարելի է ապացուցել, որ վեկտորական արտադրյալը բաշխական է, այսինքն՝

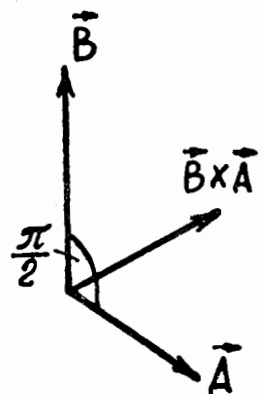
$$\vec{A} \times (\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_N) = \vec{A} \times \vec{B}_1 + \vec{A} \times \vec{B}_2 + \dots + \vec{A} \times \vec{B}_N, \quad (11.2)$$

Երկու բեռային կամ երկու առանցքային վեկտորների արտադրյալը առանցքային վեկտոր է, իսկ առանցքային և բեռային (կամ հակառակը) վեկտորների վեկտորական արտադրյալը՝ բեռային: Այս դեպքում առանձին վեկտորների ուղղութիւնը որոշող պայմանի փոփոխումը հակառակով հանգեցնում է վեկտորական արտադրյալի առջևի և միաժամանակ արտադրիչներից մեկի առջևի նշանների փոփոխմանը: Արդյունքում վեկտորական արտադրյալով արտահայտված մեծութիւնը մնում է անփոփոխ:

Վեկտորական արտադրյալի մոդուլին կարելի է տալ պարզ երկրաչափական մեկնաբանութիւն. $AB \sin \alpha$ արտահայտութիւնը թվապես հավասար է \vec{A} և \vec{B} վեկտորներով կազմված զուգահեռագծի մակերեսին (նկ. 36. $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ վեկտորը այս դեպքում ուղղված է գծագրի մակերեսին ուղղահայաց, դեպի գծագրի հետևի կողմը):



Նկ. 36



Նկ. 37

Դիցուք \vec{A} և \vec{B} վեկտորները փոխադարձաբար ուղղահայաց են իրար (նկ. 37): Կազմենք այս վեկտորների կրկնակի վեկտորական արտադրյալը.

$$\vec{D} = \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{A}),$$

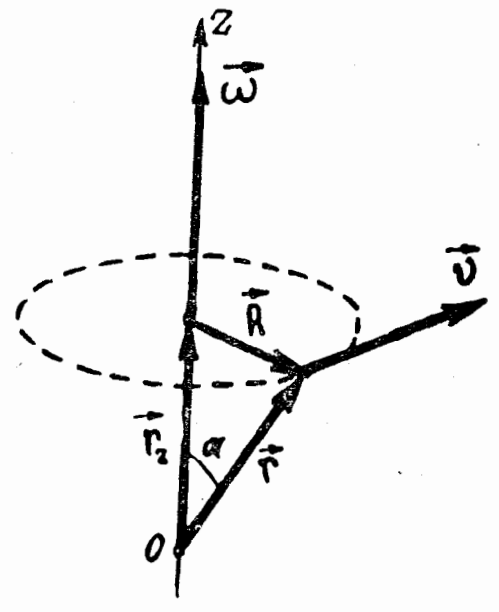
այսինքն՝ \vec{B} վեկտորը բազմապատկենք \vec{A} -ով, իսկ հետո՝ \vec{A} վեկտորը առաջին բազմապատկումից ստացված վեկտորով: $\vec{B} \times \vec{A}$ վեկտորն ունի BA-ին հավասար մոդուլ ($\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} = 1$) և \vec{A} ու \vec{B} վեկտորների հետ կազմում է $\pi/2$ -ին հավասար անկյուններ: Հետևաբար, \vec{D} վեկտորի մոդուլը՝ $|\vec{A}| \cdot |\vec{B} \times \vec{A}| = A \cdot BA = A^2 B$: \vec{D} վեկտորի ուղղությունը՝ ինչպես հեշտ է նկատել նկ. 37-ից, համընկնում է \vec{B} վեկտորի ուղղության հետ: Սա մեզ հիմք է տալիս գրել հետևյալ հավասարությունը՝

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{A}) = A^2 \vec{B} \quad (11.3)$$

Հետագայում հաճախակի ենք օգտվելու (11.3) բանաձևից: Ընդգծենք, որ այն իրավացի է միայն այն դեպքում, երբ \vec{A} և \vec{B} վեկտորները փոխադարձաբար ուղղահայաց են իրար:

(10.9) հավասարումը կապ է հաստատում \vec{v} և $\vec{\omega}$ վեկտորների մոդուլների միջև: Վեկտորական արտադրյալի օգնությունով կարելի է գրել մի արտահայտություն, որը տալիս է հենց վեկտորների միջև գոյություն ունեցող կապը:

Ենթադրենք մարմինը պտտվում է z առանցքի շուրջը $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ (նկ. 38): Հեշտ է նկատել, որ $\vec{\omega}$ -ի և այն կետի \vec{r} շառավիղ-



նկ. 38

վեկտորի վեկտորական արտադրյալը, որի \vec{v} արագությունը ուզում ենք գտնել, իրենից ներկայացնում է մի վեկտոր, որը ուղղությամբ համընկնում է \vec{v} վեկտորի հետ և ունի

որ $\sin \alpha = \omega R$ -ին հավասար մոդուլ, այսինքն՝ v [տե՛ս (10.9)-ը]: Այսպիսով, $\vec{\omega} \times \vec{r}$ վեկտորական արտադրյալը թե՛ ուղղությամբ և թե՛ մոդուլով հավասար է \vec{v} վեկտորին՝

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (11.4)$$

(11.4) բանաձևին կարելի է տալ այլ տեսք: Դրա համար \vec{r} շառավիղ-վեկտորը ներկայացնենք երկու բաղադրիչների՝ Z առանցքին զուգահեռ \vec{r}_z վեկտորի և Z առանցքին ուղղահայաց \vec{R} վեկտորի գումարի տեսքով, այսինքն՝ $\vec{r} = \vec{r}_z + \vec{R}$ (տե՛ս նկ. 38): Տեղադրելով այս արտահայտությունը (11.4) բանաձևի մեջ և օգտվելով վեկտորական արտադրյալի բաշխականությունից [տե՛ս (11.2)], կստանանք

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{\omega} \times (\vec{r}_z + \vec{R}) = \vec{\omega} \times \vec{r}_z + \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$\vec{\omega}$ և \vec{r}_z վեկտորները համագիծ են (կոլինեար): Ուստի նրանց վեկտորական արտադրյալը հավասար է զրոյի ($\sin \alpha = 0$): Հետևաբար, կարելի է գրել

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \quad (11.5)$$

Հետագայում, պտտական շարժումը քննարկելիս \vec{R} -ով միշտ կնշանակենք առանցքի վրա գտնվող կետից տարված \vec{r} շառավիղ-վեկտորի բաղադրիչը, որը ուղղահայաց է պտտման առանցքին: Այս վեկտորի մոդուլը տալիս է կետի R հեռավորությունը առանցքից:

II Գ Լ Ո Ի Խ

ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

§ 12. Դասական մեխանիկա: Նրա կիրառելիության սահմանները

Կինեմատիկան նկարագրում է մարմինների շարժումը՝ չընդափեւելով այն հարցը, թե ինչու մարմինը շարժվում է հենց այսպես (օրինակ, հավասարաչափ՝ շրջանագծով, կամ հավասարաչափ-արագացող՝ ուղիղ գծով) և ոչ այլ կերպ:

Դինամիկան ուսումնասիրում է մարմինների շարժումը այն պատճառների հետ կապված (մարմինների միջև փոխազդեցությունների), որոնք պայմանավորում են շարժման բնույթը:

Այսպես կոչված դասական կամ նյուտոնյան մեխանիկայի հիմքում ընկած են դինամիկայի երեք օրենքները, որոնք ձևակերպել է Նյուտոնը 1687 թ.:

Նյուտոնի օրենքները (ինչպես նաև մնացած բոլոր ֆիզիկական օրենքները) առաջացել են մեծ թվով փորձնական փաստեր ընդհանրացնելով: Նրանց ճշտությունը (թեև շատ լայն, բայց և այնպես սահմանափակ երևույթների շրջանակի համար) հաստատվում է փորձի տվյալների հետ այդ օրենքներից բխող հետևանքների համաձայնեցմամբ:

Նյուտոնյան մեխանիկան երկու հարյուրամյակի ընթացքում հասել էր այնպիսի հսկայական հաջողությունների, որ XIX դարի շատ ֆիզիկոսներ համոզվել էին նրա ամենա-

կարողության մեջ: Կարծիք կար, որ ցանկացած ֆիզիկական երևույթ բացատրելը նշանակում է այն հանգեցնել մի մեխանիկական պրոցեսի, որը ենթարկվում է Նյուտոնի օրենքներին: Սակայն գիտության զարգացման հետ հայտնաբերվում էին նոր փաստեր, որոնք չէին տեղավորվում դասական մեխանիկայի շրջանակներում: Այդ փաստերը իրենց բացատրությունը ստացան նոր տեսություններում՝ հատուկ հարաբերականության տեսությունում և քվանտային մեխանիկայում:

Հատուկ հարաբերականության տեսությունում, որը 1905 թ. ստեղծել է էյնշտեյնը, նյուտոնյան պատկերացումները տարածության և ժամանակի մասին ենթարկվեցին արմատական վերանայման: Այս վերանայումը հանգեցրեց «մեծ արագությունների մեխանիկայի» կամ, ինչպես ասում են, ռելյատիվիստական մեխանիկայի ստեղծմանը: Սակայն նոր մեխանիկան չհանգեցրեց հին նյուտոնյան մեխանիկայի լրիվ բացառմանը: Ռելյատիվիստական մեխանիկայի հավասարումները սահմանային դեպքում (լույսի արագության համեմատ փոքր արագությունների համար) վերածվում են դասական մեխանիկայի հավասարումների: Այսպիսով, դասական մեխանիկան մտավ ռելյատիվիստական մեխանիկայի մեջ որպես նրա մասնակի դեպք և պահպանեց իր նախկին նշանակությունը լույսի արագությունից զգալիորեն ավելի փոքր արագությամբ կատարվող շարժումների նկարագրման համար:

Նման ձևով են առնչվում նաև դասական մեխանիկան և քվանտային մեխանիկան. վերջինը առաջացավ մեր դարի 20-ական թվականներին ատոմի ֆիզիկայի զարգացման հետևանքով: Քվանտային մեխանիկայի հավասարումները սահմանային դեպքում նույնպես տալիս են (ատոմի մասսաներից մեծ մասսաների համար) դասական մեխանիկայի հավասարումները: Հետևաբար, դասական մեխանիկան մտավ քվանտային մեխանիկայի մեջ որպես նրա սահմանային դեպք:

Այսպիսով, գիտության զարգացումը չհերքեց դասական մեխանիկան, այլ միայն ցույց տվեց նրա սահմանափակ

կիրառումը: Նյուտոնի օրենքների վրա հիմնված դասական մեխանիկան մեծ մասսա ունեցող (ատոմների մասսայի հետ համեմատած) մարմինների մեխանիկան է, որոնք շարժվում են փոքր (լույսի արագության հետ համեմատած) արագությամբ:

§ 13. Նյուտոնի առաջին օրենքը: Հաշվանքի իներցիալ համակարգերը

Նյուտոնի առաջին օրենքը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ. ամեն մի մարմին գտնվում է հանգստի կամ հավասարաչափ և ուղղագիծ շարժման վիճակում, քանի դեռ այլ մարմինների ներգործությունը չի ստիպել նրան փոխելու այդ վիճակը: Երկու նշված վիճակները բնորոշ են նրանով, որ մարմնի արագացումը հավասար է զրոյի: Ուստի առաջին օրենքի ձևակերպմանը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը. ցանկացած մարմնի արագությունը մնում է հաստատուն (մասնավորապես զրո), քանի դեռ այլ մարմինների ներգործությունը չի առաջացրել այդ մարմնի արագության փոփոխություն:

Հարկավոր է նշել, որ բնության մեջ գոյություն չունեն այլ մարմինների որևէ աստիճանի ներգործության չենթարկված մարմիններ: Գործնականում հանգստի կամ հավասարաչափ և ուղղագիծ շարժման դեպքերում գործ ունենք այնպիսի մարմինների հետ, որոնց վրա ներգործությունները հավասարակշռում են միմյանց: Օրինակ, սեղանի վրա դրված գիրքը ենթարկվում է ինչպես երկրագնդի (ձգում), այնպես էլ սեղանի (ճնշում) ազդեցությանը, ընդ որում այս երկու ազդեցություններն էլ հավասարակշռում են միմյանց, որի հետևանքով գիրքը գտնվում է հանգստի վիճակում:

Առաջին օրենքում շարադրված պնդումը բոլորովին էլ ակնառու չէ: Գալիլեյից (1564—1642) առաջ հաշվում էին, որ ներգործությունը անհրաժեշտ է ոչ թե արագության փոփոխման համար, այլ նրան անփոփոխ պահելու համար: Այս կարծիքը հիմնավորում են առօրյա կյանքից վերցրած

այնպիսի հայտնի փաստերով, ինչպիսին է հարթ հորիզոնական ճանապարհով շարժվող սայլակը անընդհատ հրելու անհրաժեշտությունը, որպեսզի նրա շարժումը չդանդաղի: Այժմ գիտենք, որ հրելով հավասարակշռում ենք սայլակը շփման պատճառով նրա վրա առաջացած աղդեցությունը: Սակայն, այս հանգամանքը բավարար չափով չգիտակցելու դեպքում հեշտությունը կարելի է հանգել այնպիսի եզրակացություն, որ ներգործությունը պայմանավորում է արագությունը, և ոչ թե նրա փոփոխությունը (այսինքն՝ արագացումը):

Նյուտոնի առաջին օրենքը տեղի ունի հաշվանքի ոչ բոլոր համակարգերում: Մենք արդեն նշել ենք, որ շարժման բնույթը կախված է հաշվանքի համակարգի ընտրությունից: Քննարկենք հաշվանքի երկու համակարգեր, որոնք շարժվում են իրար նկատմամբ որևէ արագացումով: Եթե նրանցից մեկի նկատմամբ մարմինը հանգստի վիճակում է, ապա ակնհայտ է, որ մյուսի նկատմամբ այն կշարժվի արագացումով: Հետևաբար, Նյուտոնի առաջին օրենքը չի կարող տեղի ունենալ միաժամանակ երկու համակարգերում:

Հաշվանքի այն համակարգը, որտեղ իրագործվում է Նյուտոնի առաջին օրենքը, կոչվում է ինեյրցիալ: Այս օրենքը երբեմն անվանում են իներցիալի օրենք: Հաշվանքի այն համակարգը, որտեղ Նյուտոնի առաջին օրենքը չի իրագործվում, կոչվում է հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգ: Գոյություն ունեն անվերջ բազմություն միներցիալ համակարգեր: Ցանկացած հաշվանքի համակարգը, որը որևէ իներցիալ համակարգի նկատմամբ շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ (այսինքն՝ հաստատուն արագությունով), նույնպես իներցիալ է: Ավելի մանրամասն այս մասին կխոսվի § 17-ում:

Փորձնական ճանապարհով հաստատված է, որ հաշվանքի այն համակարգը, որի կենտրոնը համընկնում է Արևի հետ, իսկ առանցքները ուղղված են դեպի համապատասխան ձևով ընտրված աստղերը, իներցիալ է: Այդ համակարգը կոչվում է հելիոցենտրիկ հաշվանքի համակարգ (հելիոս՝ հունարեն արև): Ցանկացած հաշվանքի համակարգը, որը շարժվում է հավասարաչափ և ուղղագիծ հելիոցենտրիկ համակարգի նկատմամբ, նույնպես իներցիալ է:

Երկրագունդը Արևի և աստղերի նկատմամբ շարժվում է կորագիծ հետադժով, որը ունի էլիպսի ձև: Կորագիծ շարժումը միշտ կատարվում է որևէ արագացումով: Բացի դրանից, Երկրագունդը պտտվում է իր առանցքի շուրջը: Այդ պատճառներով երկրագնդի մակերևույթի հետ կապված հաշվանքի համակարգը հեյխոցենտրիկ հաշվանքի համակարգի նկատմամբ շարժվում է արագացումով և իներցիալ չէ: Սակայն այսպիսի համակարգի արագացումը այնքան փոքր է, որ շատ դեպքերում այն կարելի է համարել գործնականորեն իներցիալ: Բայց երբեմն երկրագնդի հետ կապված հաշվանքի համակարգի ոչ իներցիալությունը զգալի ազդեցություն է գործում նրա նկատմամբ դիտվող մեխանիկական երևույթների բնույթի վրա: Այս դեպքերից մի քանիսը կքննարկենք հետագայում:

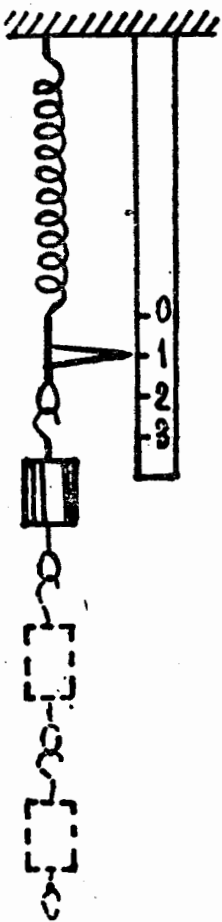
§ 14. Նյուտոնի երկրորդ օրենքը

Նյուտոնի երկրորդ օրենքում հանդես են գալիս երկու նոր ֆիզիկական մեծություններ՝ ուժ և մասսա: Ուժը տալիս է տվյալ մարմնի վրա այլ մարմինների ազդեցություն ուղղությունը և քանակական բնութագիրը: Մասսան տալիս է այդ ազդեցությունների նկատմամբ մարմնի «զգայնություն» քանակական բնութագիրը:

Ինչպես արդեն նշվել է, որևէ մարմնի վրա կատարվող ազդեցության հետևանքով առաջանում են երկու ձևի երևույթներ. փոխել մարմնի արագությունը կամ դեֆորմացնել (այսինքն՝ փոփոխել չափերը և ձևը): Քանի որ այս երկու էֆեկտները (թե՛ արագացումը և թե՛ դեֆորմացիան) ենթակա են չափման, նրանցից ցանկացածը կարող է օգտագործվել ազդեցությունների քանակական դնահատման համար, այսինքն՝ ուժերի համեմատման և չափման համար:

Քննարկենք հետևյալ փորձը: Վերցնենք վերին ծայրը անշարժ ամրացված մի զսպանակ: Զսպանակի ներքևի ծայրին կախենք որևէ բեռ (նկ. 39): Այդ բեռի ազդեցության տակ (և այն մարմնի, որին ամրացված է զսպանակի վերին

ծայրը) զսպանակը որոշ չափով երկարում է, որի հետևանքով սլաքը, որը ամրացված է զսպանակին, կտեղափոխվի անշարժ սանդղակի վրա 0 նշագծից 1 նշագիծը: Ընտրենք մի քանի, այդ իմաստով միատեսակ, բեռներ, որոնցից յուրաքանչյուրը առանձին վերցրած զսպանակը երկարացնում է միևնույն չափով: Այդ դեպքում կարելի է պնդել, որ այս բեռներից յուրաքանչյուրը, զսպանակից կախելով, առաջացնում է միևնույն ազդեցությունը նրա վրա, որը կարելի է բնութագրել որպես զսպանակի ծայրին ազդող որոշակի մեծության ուժ:



Նկ. 39

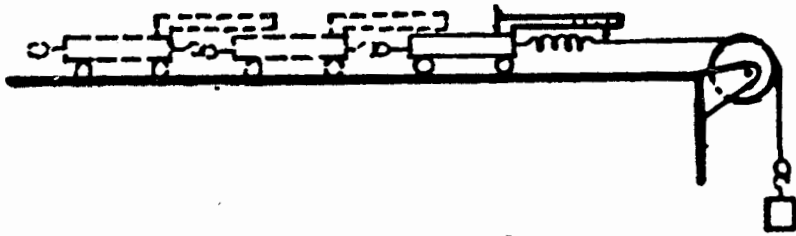
Այժմ զսպանակից միաժամանակ կախենք երկու այդպիսի բեռներ: Նրանցից յուրաքանչյուրը միևնույն ձևով է ազդում ոչ միայն ըստ մեծության, այլև ըստ ուղղության: Ակնհայտ է, որ այս դեպքում զսպանակի վրա ազդող ուժը 2 անգամ ավելի մեծ է: Ինչպես ցույց է տալիս փորձը, զսպանակն էլ է 2 անգամ ավելի երկարում: Երեք հավասար բեռներ միաժամանակ ներգործելու դեպքում առաջացնում են զսպանակի եռակի դեֆորմացիա:

Հետևաբար, զսպանակի երկարացումը համեմատական է նրա վրա ազդող ուժին: Ճիշտ է, այս օրենքը, որը կոչվում է Հուկի օրենք, իրավացի է միայն ոչ շատ մեծ դեֆորմացիաների դեպքում: Երբ դեֆորմացիայի արժեքը գերազանցում է յուրաքանչյուր կոնկրետ զսպանակի հա-

մար բնորոշ դեֆորմացիայի սահմանը, համեմատականությունը դեֆորմացիայի և ուժի միջև դադարում է տեղի ունենալուց¹: Այսպիսով, ստացանք ուժերի քանակական հա-

¹ Հուկի օրենքին ենթարկվող դեֆորմացիան կոչվում է առաձգական դեֆորմացիա:

մեմա տուժյան եղանակ, երկու ուժերի արժեքների հարաբե-
րությունը հավասար է զսպանակի առաձգական դեֆորմա-
ցիաների հարաբերությանը, որն առաջանում է այդ ուժերի
ազդեցության տակ:



Նկ. 40

Սահմանելով ուժերի չափման եղանակը, հետազոտենք,
թե ինչպիսի կախման մեջ է գտնվում մարմնի արագացումը
նրա վրա ազդող ուժի մեծությունից: Այդ նպատակով կա-
տարենք հետևյալ փորձը (Նկ. 40): Հետազոտենք սալյակի
շարժումը բեռի միջոցով ձգված թելի ազդեցության տակ
հարթ հորիզոնական սեղանի վրա: Սալյակի և թելի միջև
դնենք զսպանակ, որի ձգվածությամբ կարելի է գնահատել
ներգործության ուժը: Ակնհայտ է, որ ներգործության ուղ-
ղությունը որոշվում է թելի ուղղությամբ: Թելից տարբեր
բեռներ կախելով, կարելի է փոփոխել ուժը, որի ազդեցու-
թյան տակ կատարվում է շարժումը:

Նման փորձը տալիս է հետևյալ արդյունքը. եթե զսպա-
նակի ձգվածությունը չի փոխվում, սալյակը շարժվում է հա-
վասարաչափ արագացումով, ընդ որում W արագացումը
համեմատական է կիրառված F ուժին՝

$$W \sim F: \quad (14.1)$$

Հարկավոր է նկատի ունենալ, որ սալյակի անիվների և
առանցքի, ինչպես նաև անիվների և սեղանի միջև գոյու-
թյուն ունեցող շփումը կաղավաղի ստացված արդյունքը:
Սակայն շփման փոքրացման հետ միասին ավելի շատ կմո-
տենանք (14.1) առնչությանը: Հաստատված այս օրինաչա-
փությունը մեզ տալիս է ուժերի քանակական համեմատու-

թյան ևս մի եղանակ, երկու՝ f_1 և f_2 ուժերի հարաբերությունը կարելի է գտնել, որոշելով W_1 և W_2 արագացումները, որոնք ձեռք են բերվում սրևէ մարմնի կողմից այս ուժերի ազդեցության տակ.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{W_1}{W_2}; \quad (14.2)$$

Եթե վերցնենք մի այլ սայլակ, ապա, չնայած նրա համար շարժման բնույթը և ուժի ու արագացման միջև կապը մնում են նույնը, սայլակի արագացումը միևնույն f ուժի դեպքում ընդհանրապես կլինի տարբեր: Սա բացատրվում է սայլակների տարբեր «չենթարկվողությամբ» ուժի ազդեցությանը կամ, ինչպես սսում են, նրանց տարբեր իներտությունը:

Ուժի ցանկացած մեծության և ուղղության դեպքում f ուժի մեծության և նրա հաղորդած W արագացման հարաբերությունը սվյալ մարմնի համար մնում է հաստատուն¹: Տարբեր մարմինների համար այս հարաբերությունը կլինի տարբեր: Ակնհայտ է, որ f/W հարաբերության մեծությունը բնութագրում է սվյալ մարմնի իներտությունը: Դրա համար մարմնի իներտության քանակական բնութագրման համար կիրառվում է f/W հարաբերությանը համեմատական մի ֆիզիկական մեծություն, որը կոչվում է մարմնի մասսա: Նշանակելով մարմնի մասսան m -ով, կարելի է գրել

$$m \sim \frac{f}{W}; \quad (14.3)$$

Այս ձևով որոշված մասսան մարմնի իներտության չափն է: (14.3) առնչությունից բխում է մասսաների համեմատության եղանակը, երկու մարմինների m_1 և m_2 մասսաների հարաբերությունը հավասար է այդ մարմիններին հավասար ուժերով հաղորդված W_1 և W_2 արագացումների հակառակ հարաբերությանը՝

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_2}{W_1}; \quad (14.4)$$

¹ Այս իրավացի է միայն այն դեպքում, եթե մարմնի արագությունը փոքր է դատարկության մեջ լույսի արագությունից (տե՛ս § 22):

Վերցնենք մի քանի սայլակներ, որոնք միատեսակ լինեն այն իմաստով, որ հավասար ուժերի կողմից նրանց հաղորդված արագացումները հավասար են ըստ մեծություն (ենթադրվում է, որ շփումը փոքր է և կարելի է արհամարհել): Այսպիսի սայլակներն ունեն հավասար մասսաներ: Երկու սայլակներ միացնենք իրար (տե՛ս նկ. 40): Փորձը ցույց է տվել, որ երկու միացված սայլակների արագացումը, որ նրանք ձեռք են բերում որևէ \vec{f} ուժի ազդեցության տակ, երկու անգամ ավելի փոքր է, քան յուրաքանչյուր սայլակի արագացումը առանձին վերցրած: Եթե միացնենք երեք միանման սայլակներ, արագացումը երեք անգամ ավելի փոքր կլինի և այլն: Այստեղից հետևում է, որ մասսան ունի աղիտիվ հատկություն. դա նշանակում է, որ բաղադրյալ մարմնի մասսան հավասար է նրա առանձին մասերի մասսաների գումարին¹:

(14. 3) արտահայտությունը գրենք հետևյալ տեսքով՝

$$w = k \frac{f}{m}, \quad (14.5)$$

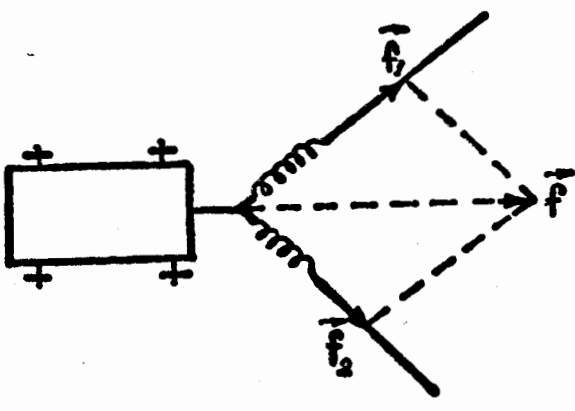
որտեղ k -ն համեմատականության գործակիցն է: (14.5) առնչությունը Նյուտոնի երկրորդ օրենքի անալիտիկ արտահայտությունն է:

Այսպիսով, Նյուտոնի երկրորդ օրենքը ձևակերպվում է հետևյալ ձևով. ամեն մի մարմնի արագացումը ուղիղ համեմատական է նրա վրա ազդող ուժին և հակադարձ համեմատական է մարմնի մասսային: Այս օրենքը, ինչպես նաև Նյուտոնի առաջին օրենքը, իրավացի է միայն հաշվանքի իներցիալ համակարգերում:

Մասնավոր դեպքում, երբ ուժը հավասար է զրոյի (մարմնի վրա այլ մարմինների ներգործության բացակայության դեպքում), արագացումը, ինչպես հետևում է (14.5)-ից, նույնպես հավասար կլինի զրոյի, որը և համընկնում է Նյուտոնի առաջին օրենքի պնդման հետ:

¹ Մասսայի՝ աղիտիվ հատկությամբ օժտված լինելու պնդումը իրավացի է նյուտոնյան մեխանիկայի շրջանակներում: Ռելյատիվիստական մեխանիկայում մասսայի աղիտիվությունն տեղի չունի:

Դրա համար կարող է թվալ, թե առաջին օրենքը մտնում է երկրորդ օրենքի մեջ՝ որպես նրա մասնավոր դեպք: Չնայած դրան, առաջին օրենքը ձևակերպվում է երկրորդից անկախ, քանի որ ըստ էության նա պարունակում է հաշվանքի ինտեգրիալ համակարգերի գոյություն մասին պոստուլատը (հաստատումը):



Նկ. 41

Միմյանց վրա մարմինների ներգործությունն ունի ուղղված բնույթ: Հետևաբար, ուժը ևս մի մեծություն է, որը, թվային արժեքից բացի, բնութագրվում է նաև ուղղությունով: Սակայն սա դեռ բավարար չէ ուժը վեկտորների կատեգորիայում դասելու համար:

Անհրաժեշտ է պարզել, թե գումարման որ օրենքին են ենթարկվում ուժերը: Դրա համար կատարենք մի փորձ սալյակի հետ, որը գտնվում է երկու ձգված թելերի ազդեցության տակ (Նկ. 41, սալյակի տեսքը վերևից է): Փորձը ցույց է տալիս, որ \vec{F}_1 և \vec{F}_2 ուժերի ազդեցության տակ կառքի ձեռք բերած արագացումն ունի նույն մեծությունը և ուղղությունը, ինչ որ միայն մեկ \vec{F} ուժի ազդեցության դեպքում է, որը ստացվում է \vec{F}_1 և \vec{F}_2 ուժերից՝ վեկտորների գումարման կանոնի համաձայն: Հետևաբար, ուժը վեկտորական մեծություն է:

Քանի որ ուժը վեկտոր է և արագացման ուղղությունը համընկնում է ուժի ուղղության հետ, (14.5) հավասարումը կարելի է գրել վեկտորական տեսքով՝

$$\vec{w} = k \frac{\vec{f}}{m}; \quad (14.6)$$

in մասսան և k համեմատականության գործակիցը սկալյար մեծություններ են: (14.5) հավասարումը դասական մեխանիկայի հիմնական հավասարումն է:

§ 15. Ֆիզիկական մեծությունների չափման միավորները և չափայնությունները

Ինչպես արդեն նշվեց, ֆիզիկայի օրենքները ֆիզիկական մեծությունների միջև սահմանում են քանակական առնչություններ: Այդպիսի առնչություններ սահմանելու համար անհրաժեշտ է ունենալ տարբեր ֆիզիկական մեծությունները չափելու հնարավորություն:

Չափել որևէ ֆիզիկական մեծություն (օրինակ՝ արագություն), նշանակում է համեմատել այն նույն տեսակի մեծության հետ (վերցրած օրինակում՝ արագության հետ), որը ընդունված է որպես միավոր:

Ընդհանրապես, յուրաքանչյուր ֆիզիկական մեծության համար կարելի է սահմանել կամայական չափման միավոր՝ մյուսներից անկախ: Սակայն պարզվում է, որ կարելի է սահմանափակվել միայն երեք մեծությունների (սկզբունքորեն՝ ցանկացած) չափման միավորների ցանկացած ընտրությամբ, որոնք ընդունված են որպես հիմնական մեծություններ: Բոլոր մնացած մեծությունների չափման միավորները կարելի է որոշել երեք հիմնական ֆիզիկական մեծություններից՝ օգտվելով այդ նպատակի համար այն ֆիզիկական օրենքներից, որոնք համապատասխան մեծությունները կապում են կամ հիմնական մեծությունների հետ, կամ այնպիսի մեծությունների հետ, որոնց չափման միավորներն արդեն որոշված են նման ձևով:

Բացատրենք դա հետևյալ օրինակով: Ենթադրենք, թե արդեն որոշել ենք մասսայի և արագացման չափման միավորները: (14.5) հարաբերակցությունը այս մեծությունները օրինաչափորեն կապում է երրորդ ֆիզիկական մեծության՝ ուժի հետ: Ընտրենք ուժի չափման միավորը այնպես, որ համեմատականության գործակիցը այս հավասարման մեջ լինի մեկ: Այդ դեպքում (14.5)-ը ընդունում է առավել պարզ տեսք՝

$$W = \frac{f}{m} ; \quad (15.1)$$

(15.1)-ից հետևում է, որ ուժի որոշված միավորը մի ուժ է, որի ազդեցության տակ մարմինը, որի մասսան մեկ է, ստանում է մեկին հավասար արագացում [(15.1)-ում տեղադրելով $f = 1$ և $m = 1$, ստացվում է $w = 1$]:

Չափման միավորները նշված եղանակով ընտրելու դեպքում ֆիզիկական առնչություններն ընդունում են ավելի պարզ տեսք: Չափման միավորների ամբողջականությունը կազմում է որոշակի համակարգ:

Գոյություն ունեն մի քանի համակարգեր, որոնք իրարից տարբերվում են հիմնական միավորների ընտրությունամբ: Այն համակարգերը, որոնց հիմքում դրված են երկարություն, մասսայի և ժամանակի միավորները, կոչվում են բացարձակ համակարգեր:

ՄՍՀՄ-ում 1963 թվականի հունվարի 1-ից հաստատված է ГОСТ 9867-61 պետական ստանդարտը, որը սահմանում է Միավորների միջազգային համակարգի կիրառումը և նշանակվում է СИ-ով: Միավորների այս համակարգը պետք է կիրառվի որպես նախընտրելի համակարգ գիտություն, տեխնիկայի և ժողովրդական տնտեսության բոլոր բնագավառներում, ինչպես նաև դասավանդման ժամանակ: СИ-ի հիմնական միավորներն են՝ երկարության միավորը՝ մետր (կրճաս նշանակումը մ), մասսայի միավորը՝ կիլոգրամ (կգ) և ժամանակի միավորը՝ վայրկյան (վրկ): Այսպիսով, СИ-ն պատկանում է բացարձակ համակարգերի թվին: Բացի նշված երեք միավորներից, СИ-ն որպես հիմնական միավորներ ընդունում է նաև հոսանքի ուժի միավորը՝ ամպեր (ա), թերմոդինամիկական ջերմաստիճանի միավորը՝ կելվինի աստիճանը ($^{\circ}\text{K}$) և լույսի ուժի միավորը՝ մոմ (մոմ): Այս միավորների մասին կխոսվի դասընթացի համապատասխան բաժիններում:

Մետրը ըստ սահմանման այն երկարությունն է, որը հավասար է կրիպտոն 86 էլեմենտի ատոմի $2p_{10}$ և $5d_5$ մակարդակների միջև տեղի ունեցող անցմանը¹ համապա-

¹ Այս նշանակումների իմաստը բացատրվելու է «Ատոմային ֆիզիկա» բաժնում:

տասխանող ճառագայթման (կրիպտոն 86-ի նաբնջագույն գծի) 1650763,73 ալիքի երկարությանը վակուումում: Մետրը մոտավորապես հավասար է երկրի միջօրեականի երկարության $\frac{1}{40000000}$ մասին: Կիրառվում են նաև բազմապատիկ և կոտորակային միավորներ՝ կիլոմետրը (1000 մ), սանտիմետրը (1/100 մ), միլիմետրը (1/1000 մ), միկրոնը (1/1000 000 մ) և այլն

Կիլոգրամը պլատին-իրիդիումային¹ մարմնի մասսան է, որը պահվում է Սերում (Փարիզի մոտ)՝ Չափերի և կշիռների միջազգային բյուրոյում: Այդ մարմինը կոչվում է կիլոգրամի միջազգային նախատիպ: Նախատիպի մասսան մոտ է 1000 սմ³ մաքուր ջրի մասսային 4°C-ի դեպքում: Գրամը 1/1000 կիլոգրամ է:

Վայրկյանը ըստ սահմանման հավասար է արևադարձային տարվա 1/315569259747¹ մասին՝ հաշված էֆեմերիդային ժամանակով 1900 թ. հունվարի 0-ի ժամը 12-ի համար²: Վայրկյանը մոտավորապես 1/86400 միջին արեգակնային օր է:

Ֆիզիկայում կիրառվում է նաև միավորների մի բացարձակ համակարգ, որը կոչվում է CGS: Այս համակարգի հիմնական միավորներն են սանտիմետրը, գրամը և վայրկյանը:

Կինեմատիկայի բաժնում մտցված մեծությունների միավորները (արագության և արագացման) հիմնական միավորների ածանցյալներն են: Այսպես, որպես արագության միավոր ընդունված է վերցնել հավասարաչափ շարժվող մարմ-

¹ Պլատինի և իրիդիումի համաձուլվածքը օժտված է մեծ կարծրությամբ և կոռոզիոն կայունությամբ (այսինքն՝ քիչ է ենթարկվում շրջապատող միջավայրի քիմիական ազդեցությանը):

² Այսինքն՝ 1899 թ. դեկտեմբերի 31-ի ժամը 12-ի համար էֆեմերիդային ժամանակ է կոչվում հավասարաչափ ընթացող ժամանակը, որը կարելի է գտնել Երկրի՝ իր առանցքի շուրջը կատարած անհավասարաչափ պտույտի մեջ ուղղուններ մտցնելու միջոցով: 1900 թ. վկայակոչումը բացատրվում է նրանով, որ արևադարձային տարին յուրաքանչյուր հարյուրամյակում փոքրանում է 0,5 վայրկյանով:

նի արագությունը, որը միավոր ժամանակում (վայրկյան) անցնում է միավոր երկարության (մետր կամ սանտիմետր) հավասար ճանապարհ: Այս միավորը նշանակվում է մ/վրկ-ով՝ SI համակարգում, և սմ/վրկ-ով՝ CGS համակարգում: Որպես արագացման միավոր ընդունված է վերցնել հավասարաչափ-փոփոխական շարժման արագացումը, որի դեպքում մարմնի արագությունը միավոր ժամանակում (վայրկյանում) փոխվում է մեկ միավորով (մ/վրկ-ով կամ սմ/վրկ-ով): Նշանակում են այդ միավորը սմ/վրկ²-ով՝ SI համակարգում և սմ/վրկ²-ով՝ CGS համակարգում:

Ուժի միավորը SI-ում կոչվում է Նյուտոն (ն): (15.1)-ի համաձայն նյուտոնը հավասար է այն ուժին, որի ազդեցության տակ 1 կգ մասսա ունեցող մարմինը ստանում է 1 մ/վրկ² արագացում: CGS սիստեմում ուժի միավորը կոչվում է դին (դին): Մեկ դինը հավասար է այն ուժին, որի ազդեցության տակ 1 գ մասսա ունեցող մարմինը ստանում է 1 սմ/վրկ² արագացում: Նյուտոնի և դինի միջև գոյություն ունի հետևյալ կապը՝

$$1 \text{ ն} = 1 \text{ կգ} \cdot 1 \text{ մ/վրկ}^2 = 10^3 \text{ գ} \cdot 10^2 \text{ սմ/վրկ}^2 = 10^5 \text{ դին}:$$

Տեխնիկայում լայնորեն կիրառվում էր MK_fS համակարգը (սովորաբար կոչվում է միավորների տեխնիկական համակարգ): Այս համակարգի հիմնական միավորներն են մետրը, ուժի միավոր՝ կիլոգրամ-ուժը (կՖ) և վայրկյանը: Կիլոգրամ-ուժը այն ուժն է, որը 1 կգ մասսային հաղորդում է 9,80655 մ/վրկ² արագացում: Այս սահմանումից հետևում է, որ 1 կՖ = 9,80655 ն (մոտավորապես 9,81 ն): MK_fS համակարգում որպես մասսայի միավոր (15.1)-ի համաձայն պետք է ընդունվի այնպիսի մարմնի մասսան, որը 1 կգ ուժի ազդեցության տակ ստանում է 1 մ/վրկ² արագացում: Այս միավորը նշանակվում է կՖ·վրկ²/մ-ով և հատուկ նշանակում չունի: Ակնհայտ է, որ 1 կՖ·վրկ²/մ = 9,80655 կգ (մոտավորապես 9,81 կգ):

Միավորների համակարգերի կառուցման եղանակից հետևում է, որ հիմնական միավորների փոփոխումը հանգեցնում է ածանցյալ միավորների փոփոխմանը: Եթե, օրինակ,

որպես ժամանակի միավոր վայրկյանի փոխարեն ընդունենք
րոպեն, այսինքն՝ ժամանակի միավորը մեծացնենք 60 ան-
գամ, ապա արագության միավորը կփոքրանա 60 անգամ,
իսկ արագացման միավորը՝ 3600 անգամ:

Այն առնչությունը, որը ցույց է տալիս, թե ինչպես է
փոխվում որևէ մեծության չափման միավորը հիմնական
միավորների փոփոխման դեպքում, կոչվում է այդ մեծու-
թյան չափայնություն: Կամավոր ֆիզիկական մեծության
չափայնության նշանակման համար օգտագործվում է նրա
տառային նշանակումը՝ վերցրած քառակուսի փակագծերի
մեջ: Այսպես, [v]-ն արագության չափայնությունն է: Հիմ-
նական մեծությունների չափայնության համար օգտագործ-
վում են հատուկ նշանակումներ, երկարության համար՝ L,
մասսայի համար՝ M և ժամանակի համար՝ T: Այսպիսով,
նշանակելով երկարությունը l-ով, մասսան m-ով և ժամա-
նակը t-ով, կարելի է գրել

$$[l] = L, \quad [m] = M, \quad [t] = T:$$

Կամայական ֆիզիկական մեծության չափայնությունը
նշված նշանակումների դեպքում կունենա հետևյալ տեսքը՝
 $L^\alpha M^\beta T^\gamma$ (α , β և γ կարող են լինել ինչպես դրական, այն-
պես էլ բացասական, մասնավոր դեպքում նրանք կարող են
հավասարվել նաև զրոյի): Այս գրառումը նշանակում է, որ
երկարության միավորը n_1 անգամ մեծացնելու դեպքում
տվյալ մեծության միավորը մեծանում է n_1^α անգամ (թիվը,
որով արտահայտվում է տվյալ մեծության արժեքը այս
միավորներով, համապատասխանաբար փոքրանում է n_1^α
անգամ), մասսայի չափման միավորը n_2 անգամ մեծացնե-
լու դեպքում տվյալ մեծության միավորը մեծանում է n_2^β
անգամ և, վերջապես, ժամանակի չափման միավորը n_3 ան-
գամ մեծացնելու դեպքում տվյալ մեծության միավորը մե-
ծանում է n_3^γ անգամ:

Քանի որ ֆիզիկական օրենքները կախված չեն օրենքնե-
րի մեջ հանդիպող մեծությունների չափման միավորների
ընտրությունից, ուրեմն այդ օրենքներն արտահայտող հավա-

սարումների երկու մասերի չափայնությունները պետք է լինեն միատեսակ: Այս պայմանը կարելի է կիրառել նախ՝ ստացված ֆիզիկական հարաբերակցությունների ճշտությունը ստուգելու համար, և երկրորդ՝ ֆիզիկական մեծությունների չափայնությունը սահմանելու համար: Այսպես, արագությունը որոշվում է $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ -ով: Δs -ի չափայնությունը հավասար է L-ի, Δt -ինը՝ T-ի: Գրված առնչության աջ մասի չափայնությունը՝ $[\Delta s]/[\Delta t] = L/T = LT^{-1}$: Չախ մասի չափայնությունը պետք է լինի նույնը: Հետևաբար՝

$$[v] = LT^{-1}, \quad (15.2)$$

Գրված առնչությունը կոչվում է չափայնության բանաձև, իսկ նրա աջ մասը՝ համապատասխան մեծության չափայնություն (սովյալ դեպքում արագության):

$w = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ առնչության հիման վրա կարելի է սահմանել արագացման չափայնությունը՝

$$[w] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2},$$

Ուժի չափայնությունը՝

$$[f] = [m][w] = MLT^{-2},$$

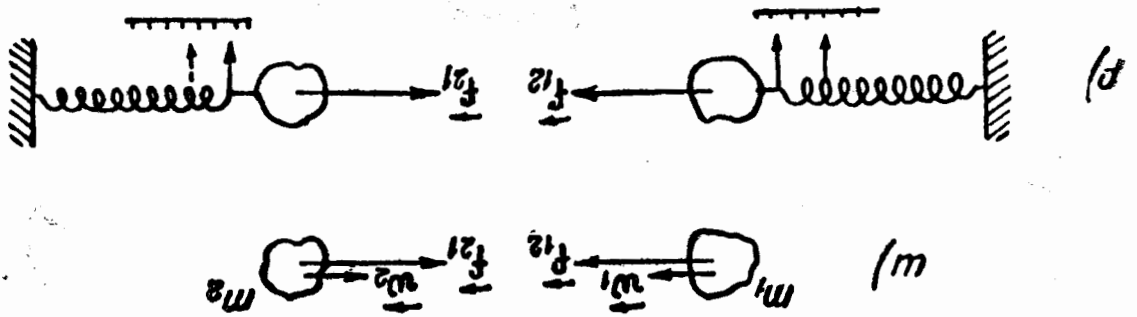
Նման ձևով սահմանվում են բոլոր մնացած մեծությունների չափայնությունները:

§ 16. Նյութոնի երրորդ օրենքը

Մարմինների՝ իրար վրա ունեցած շուրաքանչյուր ազդեցություն կրում է փոխազդեցության բնույթ. եթե M_1 մարմինը ազդում է M_2 մարմնի վրա որևէ \vec{f}_{21} ուժով, ապա M_2 մարմինը ևս իր հերթին կազդի M_1 մարմնի վրա \vec{f}_{12} ուժով:

Ինչպես ցույց է տալիս փորձը, ուժերը, որոնցով միմյանց վրա ազդում են փոխազդող ուժերը, միշտ հավասար են ըստ մեծության և հակառակ՝ ըստ ուղղության: Դիտենք հետևյալ օրինակը: m_1 և m_2 մասսաներով երկու մարմիններ,

որոնք մեկուսացված են արտաքին մարմինների ազդեցութ-
 թյունից, ձգում են (կամ վանում) միմյանց այն պատճա-
 ռով, որ կրում են, օրինակ, էլեկտրական լիցքեր (նկ. 42):
 \vec{f}_{12} և \vec{f}_{21} ուժերի ազդեցության տակ մարմինները համապա-



Նկ. 42

տասխանաբար ձեռք են բերում \vec{W}_1 և \vec{W}_2 արագացումներ:
 Պարզվում է, որ այս արագացումների արժեքները հակա-
 դարձ համեմատական են մարմինների մասսաներին՝

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_2}{m_1},$$

որտեղից հետևում է $m_1 W_1 = m_2 W_2$ հավասարությունը, հետե-
 վաբար նաև՝ ուժերի հավասարությունը՝ $f_{12} = f_{21}$: Ակնհայտ
 է, որ ուժերի ուղղությունները հակառակ են:

Նույն արդյունքին կարելի է հասնել ոչ միայն մարմին-
 ների արագացումները, այլ փոխազդող մարմինները ան-
 շարժ հենարաններին «կապող» տրամաչափված զսպանակ-
 ների ձգումները համեմատելով (նկ. 42, բ): Այս դեպքում
 պարզվում է, որ \vec{f}_{12} և \vec{f}_{21} ուժերը, որոնք չափված են զըս-
 պանակների դեֆորմացիաների միջոցով, նույնպես հավա-
 սար են ըստ մեծության:

Նյութոսնի երրորդ օրենքը այսպիսի փորձնական փաս-
 տերի ընդհանրացումն է: Ըստ Նյութոսնի այս օրենքը ձևա-
 կերպվում է հետևյալ կերպ՝ «Յուրաքանչյուր ազդեցության
 համար միշտ գոյություն ունի նրան հավասար և հակառակ
 ուղղված հակազդեցություն, այլ կերպ՝ երկու մարմինների

ազդեցությունները միմյանց վրա հավասար են իրար և ուղղված են հակառակ կողմեր»։ Այս ձևակերպման մեջ հիշատակվում են «ազդեցություն» և «հակազդեցություն» տերմինները, որի հետևանքով ստեղծվում է այնպիսի պատկերացում, որ ուժերը, որոնցով մարմինները ազդում են միմյանց վրա, իրարից տարբերվում են։ Ակամա «ազդեցությանը» տրվում է գլխավոր, իսկ «հակազդեցությանը»՝ ստորադաս դեր։ Իրականում \vec{f}_{12} և \vec{f}_{21} երկու ուժերը լրիվ իրավահավասար են։ Ուստի Նյուտոնի երրորդ օրենքը ավելի լավ է ձևակերպել հետևյալ կերպ. մարմինների՝ իրար վրա ունեցած յուրաքանչյուր ազդեցություն կրում է փոխազդեցության բնույթ. ուժերը, որոնցով փոխազդող մարմիններն ազդում են միմյանց վրա, միշտ հավասար են ըստ մեծության և հակառակ՝ ըստ ուղղության։ Օգտվելով նկ. 42-ում օգտագործված ուժերի նշանակումներից, երրորդ օրենքի էությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

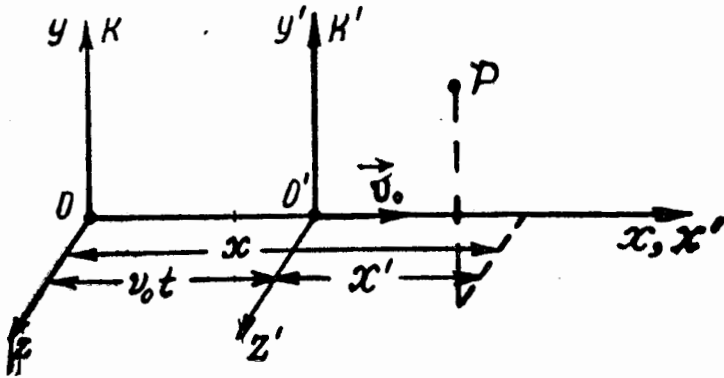
$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}. \quad (16.1)$$

Ասվածից հետևում է, որ ուժերը միշտ առաջանում են զույգ-զույգ. ամեն մի ուժին, որը կիրառված է որևէ մարմնի վրա, կարելի է հակադրել նրան մեծությունը հավասար և հակառակ ուղղված մի ուժ, որը կիրառված է տվյալ մարմնի հետ փոխազդող մի այլ մարմնի վրա։

§ 17. Չափիլեյի հարաբերականության սկզբունքը

Քննարկենք հաշվանքի երկու համակարգեր, որոնք իրար նկատմամբ շարժվում են հաստատուն \vec{v}_0 արագությամբ։ Այդ համակարգերից մեկը, որը նկ. 43-ում նշանակված է K տառով, պայմանականորեն ընդունենք, որ անշարժ է։ Այդ դեպքում երկրորդ՝ K' համակարգը կշարժվի ուղղադիտ և հավասարաչափ։ Ընտրենք K համակարգի x, y, z կոորդինատային առանցքները և K' համակարգի x', y', z' առանցքները այնպես, որ x և x' առանցքները համընկնեն, իսկ y և y' , ինչպես նաև z և z' առանցքները լինեն իրար զուգահեռ։

Գտնենք K համակարգում գտնվող որևէ P կետի x, y, z կոորդինատների և նույն կետի՝ K' համակարգում ունեցած x', y', z' կոորդինատների միջև գոյություն ունեցող կապը: Եթե ժամանակի հաշվանքը սկսենք այն պահին, երբ երկու համակարգերում կոորդինատների սկզբնակետերը համընկնում էին, ապա, ինչպես երևում է նկ. 43-ից, $x = x' + v_0 t$:



Նկ. 43

Բացի այդ, ակնհայտ է, որ $y = y'$ և $z = z'$: Այս առնչություններին ավելացնելով դասական մեխանիկայում ընդունված այն ենթադրությունը, որ ժամանակը երկու համակարգերում էլ ընթանում է միևնույն ձևով, այսինքն՝ $t = t'$, կստանանք հետևյալ չորս հավասարումները՝

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + v_0 t', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t', \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

որոնք կոչվում են Գալիլեյի վերափոխումներ:

Պարզվում է, որ (17.1) առնչություններից առաջինը և վերջինը իրավացի են միայն դատարկության մեջ լույսի արագության՝ c -ի հետ համեմատած v_0 -ի փոքր արժեքների դեպքում ($v_0 \ll c$): c -ի հետ համեմատելի v_0 -ի դեպքում Գալիլեյի վերափոխումները պետք է փոխարինվեն Լորենցի ավելի ընդհանուր վերափոխումներով, որոնց մասին կխոսվի «Օպտիկայում» [տե՛ս III հատ. (37.10) բանաձևերը]: Դասա-

կան մեխանիկայի սահմաններում (17.1) բանաձևերը համարվում են ճշգրիտ բանաձևեր:

Ածանցելով (17.1) առնչությունները ըստ ժամանակի, կգտնենք P կետի՝ հաշվանքի K և K' համակարգերի նկատմամբ որոշված արագությունների միջև գոյություն ունեցող կապը.

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}' + v_0 & \text{կամ} & v_x = v'_x + v_0, \\ \dot{y} &= \dot{y}' & \text{կամ} & v_y = v'_y, \\ \dot{z} &= \dot{z}' & \text{կամ} & v_z = v'_z. \end{aligned} \right\} \quad (17.2)$$

(17.2)-ի երեք սկալյար առնչությունները համարժեք են K համակարգի նկատմամբ \vec{v} արագության վեկտորի և K' համակարգի նկատմամբ \vec{v}' արագության վեկտորի միջև գոյություն ունեցող հետևյալ առնչությանը՝

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0. \quad (17.3)$$

Համոզվելու համար բավական է (17.3) վեկտորական հաստատությունը պրոյեկտել x , y , z առանցքների վրա: Արդյունքում կստացվեն (17.2) բանաձևերը:

(17.2) և (17.3) բանաձևերը տալիս են արագությունների գումարման կանոնները դասական մեխանիկայում: Պետք է նկատի ունենալ, որ ինչպես (17.3) առնչությունը, այնպես էլ ցանկացած այլ վեկտորական առնչություն իրավացի է մնում K և K' համակարգերի կորդինատային առանցքների կամավոր փոխադարձ ուղղությունների ընտրության դեպքում: (17.2) առնչությունները տեղի ունեն միայն նկ. 43-ում ցույց արված առանցքների ընտրության դեպքում:

§ 13-ում նշված է, որ հաշվանքի յուրաքանչյուր համակարգ, որը շարժվում է որևէ իներցիալ համակարգի նկատմամբ հաստատուն արագությամբ, նույնպես կլինի իներցիալ: Այժմ հնարավորություն ունենք ապացուցելու այդ դրույթը: Դրա համար ըստ ժամանակի ածանցենք (17.3) առնչությունը: Հաշվի առնելով, որ \vec{v}_0 -ն հաստատուն է, կստանանք

$$\vec{v} = \vec{v}' \quad \text{կամ} \quad \vec{w} = \vec{w}': \quad (17.4)$$

Այստեղից հետևում է, որ որևէ մարմնի արագացումը հաշվանքի բոլոր համակարգերում, որոնք շարժվում են միմյանց նկատմամբ ուղղագիծ և հավասարաչափ շարժումով, մնում է նույնը: Դրա համար, եթե այս համակարգերից մեկը իներցիալ է (այդ նշանակում է, որ ուժերի բացակայության դեպքում $\vec{W} = 0$ -ի), ապա մնացածներն էլ կլինեն իներցիալ (\vec{W}' -ն նույնպես հավասար է զրոյի):

Մեխանիկայի հիմնական հավասարումը՝ (14.6)-ը բնորոշ է նրանով, որ կինեմատիկական մեծություններից պարունակում է միայն արագացում, իսկ արագությունը նրա մեջ չի մտնում: Սակայն, ինչպես սահմանեցինք վերևում, որևէ մարմնի արագացումը երկու ցանկացած ձևով ընտրված K և K' իներցիալ հաշվանքի համակարգերում մնում է նույնը: Այստեղից նյութոնի երկրորդ օրենքի համաձայն K և K' համակարգերում մարմնի վրա ազդող ուժերը նույնպես կլինեն հավասար: Հետևաբար, դինամիկայի հավասարումները չեն փոփոխվում հաշվանքի իներցիալ մեկ համակարգից մյուսին անցնելիս, այսինքն՝ ինչպես ասում են, ինվարիանտ են հաշվանքի իներցիալ մեկ համակարգից մյուսին անցնելուն համապատասխանող կորդինատների վերափոխումների նկատմամբ: Մեխանիկայի տեսանկյունից հաշվանքի բոլոր իներցիալ համակարգերը կատարելապես համարժեք են. այսինքն՝ նրանցից ոչ մեկին չի կարելի նախընտրություն տալ մյուսների նկատմամբ: Գործնականում այս արտահայտվում է նրանով, որ հաշվանքի տվյալ համակարգի սահմաններում կատարված ոչ մի մեխանիկական փորձով չի կարելի որոշել, թե ի՞նչ վիճակում է գտնվում համակարգը՝ դադարի, թե հավասարաչափ և ուղղագիծ շարժման վիճակում: Օրինակ, գտնվելով գնացքի վագոնում, որը ուղղագիծ և հավասարաչափ շարժումով շարժվում է առանց ցնցումների, առանց պատուհանից դուրս նայելու չենք կարող որոշել վագոնը շարժվում է, թե կանգնած է: Մարմինների ազատ անկումը, նետված մարմինների շարժումը և բոլոր մյուս մեխանիկական պրոցեսները այս դեպքում կկատարվեն այնպես, ինչպես կկատարվեին անշարժ վագոնի դեպքում:

Նշված հանգամանքները պարզել է Գալիլեյը: Այն դրույթը, ըստ որի բոլոր մեխանիկական երևույթները հաշվանքի տարբեր իներցիալ համակարգերում ընթանում են միևնույն ձևով, և որի հետևանքով ոչ մի մեխանիկական փորձով չի կարելի որոշել, թե հաշվանքի սովյալ համակարգը գտնվում է հանգստի, թե ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակում, կոչվում է Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունք:

§ 18. Ծանրության ուժը և կշիռը

Երկրի ձգողական ուժի ազդեցության տակ բոլոր մարմիններն ընկնում են Երկրի մակերևույթի նկատմամբ միևնույն արագացումով, որն ընդունված է նշանակել g -ով: Դա նշանակում է, որ երկրի հետ կապված հաշվանքի համակարգում m մասսա ունեցող ցանկացած մարմնի վրա ազդում է

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad (18.1)$$

ուժ, որը կոչվում է ծանրության ուժ¹: Երբ մարմինը երկրի մակերևույթի նկատմամբ գտնվում է դադարի վիճակում, \vec{P} ուժը հավասարակշռվում է կախոցի կամ հենարանի \vec{F}_r հակազդումով², որը մարմինը պահում է անկումից ($\vec{F}_r = -\vec{P}$): Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն մարմինն ազդում է կախոցի կամ հենարանի վրա \vec{G} ուժով, որը հավասար է $-\vec{F}_r$ -ի, այսինքն՝

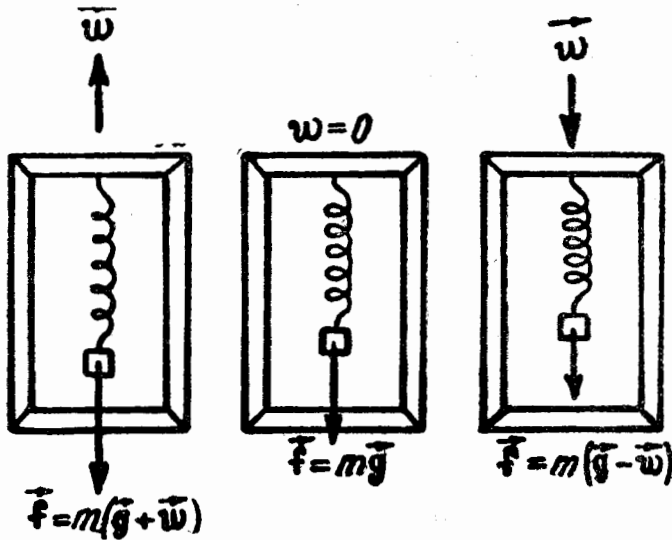
¹ Երկրի հետ կապված հաշվանքի համակարգի ոչ իներցիալ լինելու հետևանքով ծանրության ուժը որոշ չափով տարբերվում է այն ուժից, որով մարմինը ձգվում է երկրի կողմից: Ավելի մանրամասն այդ մասին կխոսվի § 47-ում:

² Հակազդումներ են կոչվում այն ուժերը, որոնցով սովյալ մարմնի վրա ազդում են այդ մարմնի շարժումը սահմանափակող մարմինները:

$$\vec{G} = \vec{P} = m\vec{g}$$

ուժով:

\vec{G} ուժը, որով մարմինն ազդում է կախոցի կամ հենարանի վրա, կոչվում է մարմնի կշիռ: Այդ ուժը հավասար է $m\vec{g}$ -ի միայն այն դեպքում, երբ մարմինն ու հենարանը (կամ կախոցը) երկրի նկատմամբ անշարժ են: Որևէ \vec{w} արագացումով շարժվելու դեպքում նրանց \vec{G} կշիռը հավասար չի լինի $m\vec{g}$ -ի: Այդ կարելի է պարզել հետևյալ օրինակով: Դիցուք շրջանակին ամրացված զսպանակի ձևով կախոցը մարմնի հետ միասին շարժվում է \vec{w} արագացումով (նկ. 44):



նկ. 44

Այդ դեպքում մարմնի շարժման հավասարումը կունենա

$$\vec{P} + \vec{F}_r = m\vec{w} \quad (18.2)$$

տեսքը, որտեղ \vec{F}_r -ը կախոցի հակազդումն է, այսինքն՝ այն ուժը, որով զսպանակն ազդում է մարմնի վրա: Ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի մարմինն ազդում է զսպանակի վրա $-\vec{F}_r$ -ին հավասար ուժով, որը ըստ սահմանման մարմնի \vec{G} կշիռն է տվյալ պայմաններում: Փոխարինելով (18.2)-ում \vec{F}_r

հակազդումը — \vec{G} ուժով, իսկ ծանրության ուժը՝ \vec{P} -ն, mg -ով, կատանանք

$$\vec{G} = m(\vec{g} - \vec{w}); \quad (18.3)$$

(18.3) բանաձևով որոշվում է մարմնի կշիռը ընդհանուր դեպքում: Այն իրավացի է ցանկացած տեսակի կախոցի կամ հենարանի համար:

Ենթադրենք, թե մարմինը և կախոցը շարժվում են ուղղաձիգ ուղղությամբ (դա պատկերված է նկ. 44-ում):

Պրոյեկտենք (18.3)-ը կախոցի ուղղության վրա՝

$$G = m(g \pm w); \quad (18.4)$$

Այս արտահայտության մեջ G -ն, g -ն և w -ն համապատասխան վեկտորների մոդուլներն են: «+» նշանը համապատասխանում է դեպի վեր ուղղված \vec{w} -ին, իսկ «-» նշանը՝ ներքև ուղղված \vec{w} -ին:

(18.4) բանաձևից հետևում է, որ \vec{G} կշիռը ըստ մոդուլի կարող է \vec{P} ծանրության ուժից ավելի մեծ կամ փոքր լինել: Կախոցով շրջանակի ազատ անկման ժամանակ $\vec{w} = \vec{g}$ և \vec{G} ուժը, որով մարմինն ազդում է կախոցի վրա, հավասար է զրոյի: Առաջանում է անկշռելիության վիճակ: Երկրի շուրջը անջատված շարժիչներով պտտվող տիեզերանավը, ինչպես նաև ազատ ընկնող շրջանակը, շարժվում են \vec{g} արագացումով, որի հետևանքով տիեզերանավի ներսում մարմինները գտնվում են անկշռելիության վիճակում և ճնշում չեն գործադրում իրենց հպվող մարմինների վրա:

Նշենք, որ հաճախ \vec{P} ծանրության ուժը շփոթում են մարմնի \vec{G} կշռի հետ: Դա պայմանավորված է նրանով, որ անշարժ հենարանի առկայության դեպքում \vec{P} և \vec{G} ուժերը ըստ մեծության և ուղղության համընկնում են (երկուսն էլ հավասար են mg -ի): Սակայն հարկավոր է հիշել, որ այդ ուժերը կիրառված են տարբեր մարմինների վրա. \vec{P} -ն կի-

բառված է հենց մարմնի վրա, իսկ \vec{G} -ն՝ կախոցի կամ հենարանի վրա, որոնք սահմանափակում են մարմնի ազատ շարժումը երկրի ձգողական ուժերի դաշտում: Բացի դրանից, \vec{P} ուժը հավասար է \vec{mg} -ի, անկախ նրանից մարմինը շարժվում է, թե գտնվում է դադարի վիճակում, իսկ \vec{G} կշռի ուժը կախված է հենարանի և մարմնի շարժման արագացումից, ըստ որում այն կարող է լինել ինչպես \vec{mg} -ից մեծ, այնպես էլ փոքր, և մասնավոր դեպքում՝ անկշռելիության վիճակում, այն դառնում է զրո:

Մարմնի կշռի և մասսայի միջև գոյություն ունեցող (18.3) առնչությունը հնարավորություն է ստեղծում համեմատել մարմինների մասսաները կշռման եղանակով. միևնույն պայմաններում (սովորաբար $\vec{W} = 0$ -ի դեպքում), մարմինների՝ երկրի մակերևույթի միևնույն կետում որոշված կշիռների հարաբերությունը հավասար է այդ մարմինների մասսաների հարաբերությանը.

$$G_1:G_2:G_3: \dots = m_1:m_2:m_3: \dots$$

Ինչպես ցույց կտրվի § 47-ում, ազատ անկման g արագացումը և ծանրության P ուժը կախում ունեն աշխարհագրական վայրի լայնությունից: Բացի դրանից, P -ն և g -ն կախում ունեն նաև ծովի մակերևույթի նկատմամբ տվյալ վայրի ունեցած բարձրությունից, ընդ որում երկրի կենտրոնից հեռանալիս նրանք փոքրանում են:

§ 19. Շփման ուժեր

Շփման ուժերն առաջանում են իրար հպվող մարմինները կամ նրանց մասերը մեկը մյուսի նկատմամբ տեղաշարժվելիս: Այն շփումը, որն առաջանում է երկու հպվող մարմինների հարաբերական տեղաշարժի ժամանակ, կոչվում է արտաքին. հոծ մարմնի (օբյեկտ, հեղուկ կամ գազ) մասերի միջև գոյություն ունեցող շփումը կոչվում է ներքին շփում:

Հեղուկ կամ գազային միջավայրում պինդ մարմնի շարժման ժամանակ առաջացած շփման ուժը հարկավոր է դասել ներքին շփման ուժերի շարքը: Սա կարելի է հիմնավորել նրանով, որ մարմնի հետ անմիջականորեն հպվող միջավայրի շերտերը մարմնի կողմից ներգրավվում են շարժման մեջ այնպիսի արագությամբ, որով օժտված է մարմինը, և մարմնի շարժման վրա իր ազդեցությունն է ունենում մարմնի հետ անմիջականորեն հպվող միջավայրի շերտերի և նրանց նկատմամբ արտաքին շերտերի միջև գոյություն ունեցող շփումը:

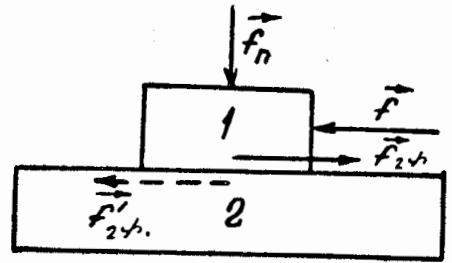
Երկու պինդ մարմինների մակերեսների միջև առաջացած շփումը նրանց արանքում որևէ լրացուցիչ շերտի, օրինակ՝ քսուքի բացակայություն դեպքում կոչվում է չոր շփում: Պինդ մարմնի և հեղուկ կամ գազանման միջավայրի միջև, ինչպես նաև այդպիսի միջավայրի (հեղուկ, գազանման) շերտերի միջև տեղի ունեցող շփումը կոչվում է մածուցիկ (կամ հեղուկ) շփում:

Չոր շփումը լինում է սահքի և գլորման:

Շփման ուժերը ուղղված են հպվող մակերեսների (կամ շերտերի) շոշափողի ուղղությամբ, ընդ որում այնպես, որ հակազդում են այդ մակերեսների (շերտերի) հարաբերական տեղափոխմանը: Եթե, օրինակ, հեղուկի երկու շերտերը, տարբեր արագություններով շարժվելով, սահում են իրար վրայով, ապա ավելի արագ շարժվող շերտի նկատմամբ կիրառված ուժը ունենում է շարժման հակառակ ուղղությունը, իսկ ավելի դանդաղ շարժվող շերտի վրա ազդող ուժը՝ շերտի շարժման ուղղությունը:

Չոր շփում: Չոր շփման դեպքում շփման ուժն առաջանում է ոչ միայն մեկ մակերեսը մյուսի վրայով սահելու ժամանակ, այլև այսպիսի սահում առաջացնելու փորձ անելու դեպքում: Վերջին դեպքում այն կոչվում է հանգստի շփման ուժ: 'Իտենք երկու շփվող՝ 1 և 2 մարմիններ, որոնցից վերջինը անշարժ ամրացված է (նկ. 45): 1 մարմինը 2 մարմնին սեղմում է \vec{F}_n ուժով, որն ուղղված է մարմինների շփման մակերեսի նորմալի ուղղությամբ: Այն կոչվում է նորմալ ճնշման ուժ և պայմանավորված է մարմնի

կշռով կամ այլ պատճառներով: Փորձենք տեղաշարժել 1 մարմինը, ազդելով նրա վրա արտաքին \vec{f} ուժով: Այս դեպքում պարզվում է, որ յուրաքանչյուր կոնկրետ զույգ մարմինների համար նորմալ ճնշման ուժի յուրաքանչյուր արժեքի դեպքում գոյություն ունի \vec{f} ուժի որոշակի մինիմալ f_0 արժեք, որի դեպքում 1 մարմինը հաջողվում է շարժել իր տեղից: $0 < f < f_0$ սահմաններում գտնվող արտաքին ուժի արժեքների դեպքում մարմինը մնում է հանգստի վիճակում: Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի դա հնարավոր է այն դեպքում, եթե \vec{f} ուժը հավասարակշռվում է մեծությամբ իրեն հավասար և հակառակ ուղղված ուժով, որը և դադարի շփման $\vec{f}'_{2\phi}$ ուժն է (նկ. 45): Այն ավտոմատ կերպով¹ ընդունում է արտաքին f ուժին հավասար մեծություն (այն պայմանով, որ վերջինը չի գերազանցում f_0 -ին): Հեշտ է նկատել, որ f_0 -ն հանգստի շփման ուժի ամենամեծ արժեքն է:



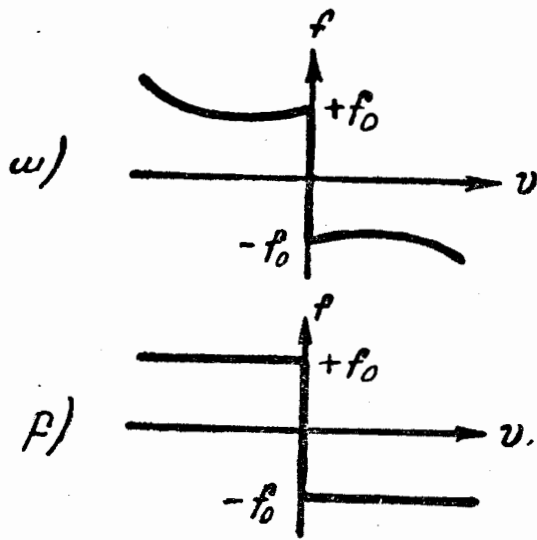
Նկ. 45

Նշենք, որ Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն 2 մարմնի վրա նույնպես ազդում է հանգստի շփման $\vec{f}'_{2\phi}$ ուժը (նկ. 45-ի վրա ցույց է տրված կետագծով), որը մեծությամբ հավասար է $\vec{f}_{2\phi}$ ուժին, բայց ունի նրան հակառակ ուղղություն:

Եթե \vec{f} արտաքին ուժը մեծությամբ գերազանցում է f_0 -ին, մարմինը սկսում է սահել, ընդ որում նրա արագացումը որոշվում է երկու արդյունարար՝ արտաքին \vec{f} և սահքի շրփման $\vec{f}'_{2\phi}$ ուժերով, որոնց մեծությունը այս կամ այն չա-

¹ Սա տեղի է ունենում այնպես, ինչպես գսպանակը ձգող ուժի ազդեցության տակ «ավտոմատ կերպով» ձեռք է բերում այնպիսի երկարացում, որի դեպքում առաձգականության ուժը ճշտորեն է հավասարակշռում արտաքին ուժը:

փոփոխված է սահքի արագությունից: Այդ կախվածու-
թյան բնույթը որոշվում է շփվող մակերեսի բնույթով և վիճա-
կով: Նկ. 46-ում պատկերված է ամենից ավելի հաճախ հան-
դիպող շփման ուժի կախումը արագությունից (առանցքների



Նկ. 46

վրա տեղադրված են շփման
ուժերի և արագությունների
պրոյեկցիաները այն ուղ-
ղությամբ, որի երկարու-
թյամբ կատարվում է սա-
հումը, ահնհայտ է, որ այս
պրոյեկցիաներն ունեն հա-
կառակ նշաններ): Գրաֆիկն
ընդգրկում է ինչպես հան-
գրաստի, այնպես էլ սահքի
դեպքերը: Ինչպես արդեն
նշվել է, հանգստի շփման
ուժը կարող է ընդունել

0-ից մինչև f_0 սահմաններում ընկած արժեքները, որը գրա-
ֆիկի վրա պատկերված է ուղղաձիգ հատվածով: Սահքի
շփման ուժը արագության մեծացման հետ սկզբում փոքր-
ինչ փոքրանում է, ընդ որում փոքրանում է այնպես, որ
 v -ն գրոյի ձգտելիս նրա մեծությունը ձգտում է f_0 -ի: Արա-
գություն հետագա մեծացման դեպքում շփման ուժը սկսում
է մեծանալ:

Այն դեպքերում, երբ մակերեսների վիճակը և բնույթը
չեն փոխվում¹, սահքի շփման ուժը գործնականորեն արա-
գությունից անկախ է մնում և հավասարվում է հանգստի
շփման ուժի մաքսիմալ f_0 արժեքին (նկ. 46, բ):

Չոր շփման օրենքները հանգում են հետևյալին. հանգստի
շփման մաքսիմալ ուժը, ինչպես նաև սահքի շփման ուժը
կախված չեն իրար վրայով սահող մարմինների հավող մա-
կերեսների չափերից և պարզվում է, որ մոտավորապես

¹ Մակերեսների փոփոխությունը կարող է տեղի ունենալ շփման
ժամանակ անհարթությունների հարթեցման, տաքացման հետևան-
քով մակերեսների օքսիդացման և այլ պատճառներով:

համեմատական են նորմալ ճնշման f_n ուժին, որի ազդեցութ-
 թյան տակ շփվող մակերեսները սեղմվում են միմյանց.

$$f_{շփ} = kf_n, \quad (19.1)$$

Շփման ուժի անկախությունը հպվող մակերեսի չափերից
 բացահայտորեն երևում է հետևյալ օրինակից: Եթե մարմինն
 ունի ուղղանկյուն-գուգահեռանիստի (աղյուսի) ձև և սեղմը-
 վում է մեկ այլ մարմնի միայն իր կշռի ազդեցության տակ,
 ապա շփման ուժի մաքսիմալ մեծությունը (կամ միևնույն
 արագության դեպքում վերցրած սահքի շփման ուժի մեծու-
 թյունը) կախված չէ նրանից, թե որ նիստով է այս մար-
 մինը հպվում մյուսի մակերեսին:

(19.1) հավասարության մեջ մտնող չափայնությունն չու-
 նեցող համեմատականության k գործակիցը կոչվում է շփ-
 ման գործակից (համապատասխանաբար՝ հանգստի կամ
 սահքի). այն կախված է շփվող մակերեսների բնույթից և
 վիճակից, մասնավոր դեպքում՝ նրանց անհարթությունից:
 Անհարթության դեպքում շփման գործակիցը դառնում է
 արագության ֆունկցիա:

Շփման գործակցի մեծության մասին որոշ գաղափար
 կազմելու համար բերենք հանգստի շփման գործակցի ար-
 ժեքները որոշ նյութերի համար:

Աղյուսակ 1

Նյութը	k
Մետաղը մետաղի վրայով (առանց քսուքի)	0,15—0,25
Մետաղը փայտի վրայով	0,5
Փայտը փայտի վրայով	0,65
Կաշին մետաղի վրայով	0,6

Շփման ուժերը բնության մեջ մեծ դեր են խաղում: Մեր
 առօրյա կյանքում շփումը հաճախ օգտակար է: Հիշենք այն
 մեծ դժվարությունները, որոնց հանդիպում են հետիոտները
 և փոխադրամիջոցները սառցակեղևի վրայով շարժվելու ժա-
 մանակ, երբ շփումը ճանապարհի սառցածածկի և հետիոտ-

ների ներբանների կամ փոխադրամիջոցների անիվների միջև զգալիորեն փոքրանում է: Եթե չլինեին շփման ուժերը, անհրաժեշտ կլիներ կահույքը ամրացնել հատակին, օրինակ, նավի մեջ նրա ճոճման ժամանակ, որովհետև հատակի փոքրը-ինչ ոչ հորիզոնական դիրքի դեպքում կահույքը կսահեր նավի ունեցած թեքությամբ: Ընթերցողը ինքը կարող է բերել նման օրինակներ:

Շատ դեպքերում շփման դերը ծայրահեղ բացասական է և կարիք է լինում միջոցներ ձեռք առնել՝ այն հնարավորին չափ փոքրացնելու համար: Այդպես է լինում, օրինակ, առանցքակալներում կամ սնիվի սոնակալի և սոնու միջև գոյություն ունեցող շփման դեպքում:

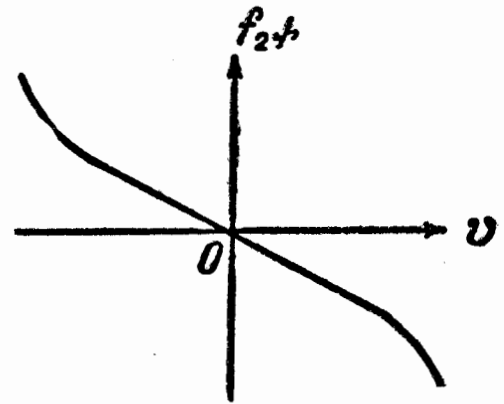
Շփման ուժերի փոքրացման ամենաարմատական միջոցը սահքի շփումը գլորման շփումով փոխարինելն է, որն առաջանում է, օրինակ, գլանաձև կամ գնդաձև մարմնի և այն հարթ կամ կորացած մակերեսի միջև, որով գլորվում է այդ մարմինը: Գլորման շփումը ձևականորեն ենթարկվում է նույն օրենքներին, ինչ որ սահքի շփումը, բայց շփման գործակիցը այս դեպքում զգալիորեն փոքր է:

Մածուցիկ շփում և միջավայրի դիմադրությունը: Ի տարբերություն չոր շփումի, մածուցիկ շփումը բնորոշ է նրանով, որ մածուցիկ շփման ուժը արագության հետ միաստամանակ դառնում է գրո: Ուստի որքան էլ փոքր լինի արտաքին ուժը, այն կարող է մածուցիկ միջավայրի շերտերին հաղորդել հարաբերական արագություն: Այդ օրենքները, որոնց ենթարկվում են միջավայրի շերտերի միջև գոյություն ունեցող շփման ուժերը, կքննարկվեն հեղուկների մեխանիկային նվիրված գլխում:

Այս պարագրաֆում կսահմանափակվենք պինդ մարմնի և մածուցիկ (հեղուկ կամ գազանման) միջավայրի միջև գոյություն ունեցող շփման ուժերի քննարկումով: Պետք է նկատի ունենալ, որ հեղուկ կամ գազանման միջավայրում մարմինների շարժվելու դեպքում շփման ուժերից բացի առաջանում են, այսպես կոչված, միջավայրի դիմադրող թյան ուժեր, որոնք զգալիորեն ավելի մեծ են լինում, քան շփման ուժերը: Այս ուժերի առաջացման

պատճառները մանրամասն քննարկելու հնարավորությունը չունենալու պատճառով կսահմանափակվենք միայն այն օրինաչափությունների շարադրմամբ, որոնց ենթարկվում են շփման և միջավայրի դիմադրություն ուժերը միաժամանակ, ընդ որում պայմանականորեն արդյունարար ուժը կանվանենք շփման ուժ: Այս օրինաչափությունները համառոտակի հանգում են հետևյալին:

Շփման ուժի մեծությունը կախում ունի մարմնի ձևից և չափերից, նրա մակերեսի վիճակից, միջավայրի նկատմամբ նրա ունեցած արագությունից և միջավայրի հատկություններից, որը կոչվում է մածուցիկություն: Շփման ուժի բնորոշ կախումը միջավայրի նկատմամբ ունեցած մարմնի արագությունից գրաֆիկորեն ցույց է տրված նկ. 47-ում: Համեմատաբար ոչ մեծ արագությունների դեպքում շփման ուժի և արագության կապը գծային է.



Նկ. 47

$$\vec{F}_{2\phi} = -k_1 \vec{v}, \quad (19.2)$$

որտեղ «—» նշանը ցույց է տալիս, որ շփման ուժը ուղղված է արագությանը հակառակ ուղղությամբ:

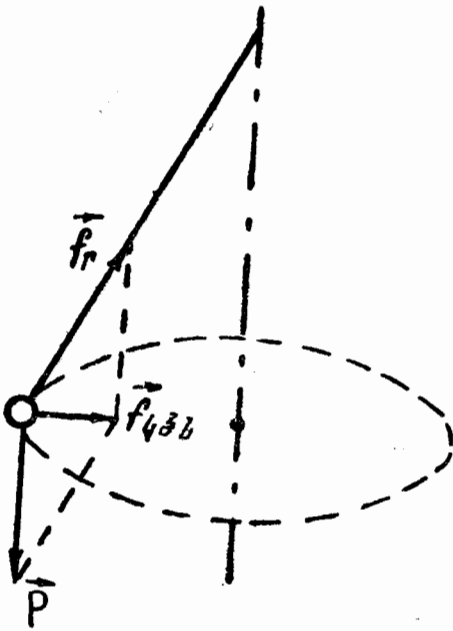
Մեծ արագությունների դեպքում գծային օրենքը փոխվում է քառակուսայինի, այսինքն՝ շփման ուժը սկսում է աճել արագության քառակուսուն համեմատական՝

$$\vec{F}_{2\phi} = -k_2 v^2 \frac{\vec{v}}{v}. \quad (19.3)$$

k_1 և k_2 գործակիցների մեծությունները (գրանք կոչվում են նաև շփման գործակիցներ) խիստ կերպով կախված են մարմնի չափերից և ձևից, մակերեսի վիճակից և միջավայրի մածուցիկ հատկություններից: Օրինակ՝ գլիցերինի համար նրանք ավելի մեծ են, քան ջրի համար: Արագության արժեքը, որի դեպքում (19.2) օրենքը անցնում է (19.3)-ին, կախում ունի հենց նույն պատճառներից:

§ 20. Կորագիծ շարժման ժամանակ ազդող ուժերը

Ինչպես ցույց էր տրված § 9-ում, կորագիծ շարժման ժամանակ արագացումը կարելի է ներկայացնել երկու բաղադրիչների՝ \vec{W}_n նորմալ և \vec{W}_τ տանգենցիալ արագացումների գումարի տեսքով: Սրան համապատասխան, մարմնի վրա ազդող ուժը նույնպես կարելի է վերածել \vec{F}_n նորմալ և \vec{F}_τ տանգենցիալ բաղադրիչների: Ուժի նորմալ բաղադրիչը



Նկ. 48

պայմանավորում է արագության փոփոխությունը ըստ ուղղություն, չփոխելով նրա մեծությունը: Տանգենցիալ բաղադրիչը փոխում է արագության մեծությունը, չփոխելով նրա ուղղությունը: Այստեղից բխում է հետևյալ կարևոր հետևանքը: Եթե մարմնի վրա ազդող ուժը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին մնում է մարմնի արագությանը ուղղահայաց, ապա արագության վեկտորը փոխում է իր ուղղությունը, հաստատուն պահելով

իր մեծությունը: Այն դեպքում, երբ ուժը, բացի զրանից, հաստատուն է պահում իր մեծությունը, նորմալ v^2/R արագացումը (R -ը հետագծի կորույթյան շառավիղն է) նույնպես կլինի անփոփոխ ըստ մեծության, և մարմինը կշարժվի հաստատուն կորույթյուն ունեցող հետագծով, այսինքն՝ շրջանագծով:

Շրջանագծով հավասարաչափ շարժվելու դեպքում մարմնի արագացումը և նրա վրա ազդող ուժը միշտ ուղղված են լինում դեպի շրջանագծի կենտրոնը, այդ պատճառով նրանց համապատասխանաբար անվանում են կենտրոնաձիգ արագացում և կենտրոնաձիգ ուժ:

Գործնականում կենտրոնաձիգ արագացումը սովորաբար ի հայտ է գալիս շարժվող մարմնի վրա մի քանի մարմինների միաժամանակյա ազդեցության դեպքում: Որպես օրինակ քննարկենք \vec{P} ծանրության ուժի և \vec{F}_r ձգված թելի հակազդեցության տակ գտնվող մարմնի հավասարաչափ շարժումը շրջանագծով (նկ. 48): Այստեղ $\vec{F}_{\text{կ}}$ կենտրոնաձիգ ուժը \vec{P} և \vec{F}_r ուժերի արդյունարար ուժն է:

§ 21. Նյուտոնի օրենքների գործնական կիրառումը

Վեկտորական տեսքով գրված Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը սահմանում է ուժի և նրա արագացման միջև գոյություն ունեցող կապը ընդհանուր տեսքով: Հաշվումների համար անհրաժեշտ է վեկտորներից անցնել պրոյեկցիաներին՝ համապատասխան ձևով ընտրված ուղղությունների վրա: Այս դեպքում օգտվում են պրոյեկցիաների հետևյալ հատկություններից.

1) հավասար վեկտորներն ունեն միատեսակ պրոյեկցիաներ.

2) այն վեկտորի պրոյեկցիան, որը ստացվում է որևէ այլ վեկտոր սկալյարով բազմապատկելիս, հավասար է այդ երկրորդ վեկտորի պրոյեկցիայի և սկալյարի արտադրյալին.

3) վեկտորների գումարի պրոյեկցիան հավասար է բաղադրիչ վեկտորների պրոյեկցիաների գումարին:

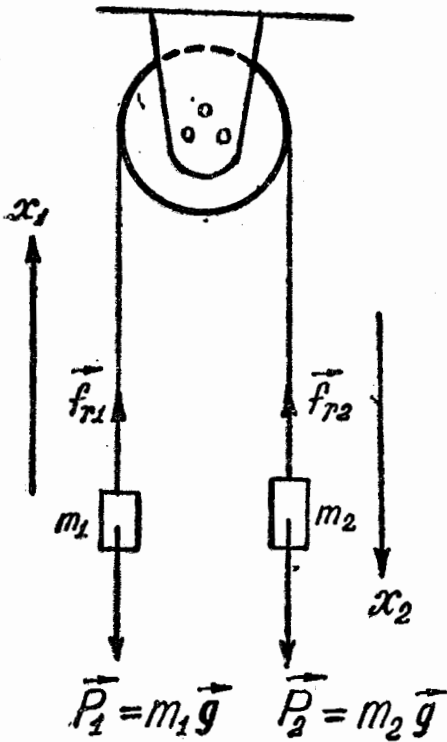
Քննարկենք մի քանի օրինակներ:

Օրինակ 1. m_1 և m_2 մասսաներով երկու մարմիններ ամրացած են չձգվող և անկշիռ թելի ծայրին, որը անցկացված է անշարժ ճախարակի վրայով (նկ. 49): Թելը կարող է սահել ճախարակի ափսիկով՝ գործնականորեն առանց շփման: Գտնել թելի ձգման ուժը և մարմինների արագացումը:

Մարմիններից յուրաքանչյուրը գտնվում է երկու ուժերի՝ \vec{P} ծանրության ուժի և թելի \vec{F}_r հակազդման (դիտում ենք

Երկրի հետ կապված հաշվանքի համակարգում, որը համարվում է իներցիալ) ուժի ազդեցություն տակ: Երկու մարմինների համար գրենք երկրորդ օրենքի հավասարումը՝

$$\left. \begin{aligned} \vec{P}_1 + \vec{f}_{r1} &= m_1 \vec{w}_1, \\ \vec{P}_2 + \vec{f}_{r2} &= m_2 \vec{w}_2: \end{aligned} \right\} (21.1)$$



Նկ. 49

Քանի որ թելը անկշիռ է և սահում է ճախարակի վրայով առանց շփման, նրա ձգվածությունը ամբողջ երկարությունը կլինի միատեսակ: Ուստի հակազդման երկու ուժերն էլ կունենան միատեսակ f_r մոդուլ: Թելի չձգվելու հետևանքով երկու մարմինների արագացումները մեծությունամբ կլինեն հավասար՝ $w_1 = w_2 = w$:

Պրոյեկտելով (21.1) հավասարումներից առաջինը x_1 աղղություն վրա (Նկ. 49), իսկ երկրորդը՝ x_2 աղղություն վրա, կստանանք հետևյալ համակարգը՝

$$\left. \begin{aligned} f_r - P_1 &= m_1 w, \\ P_2 - f_r &= m_2 w: \end{aligned} \right\} (21.2)$$

Լուծելով (21.2) հավասարումների համակարգը f_r և w անհայտների նկատմամբ, կստանանք

$$w = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g,$$

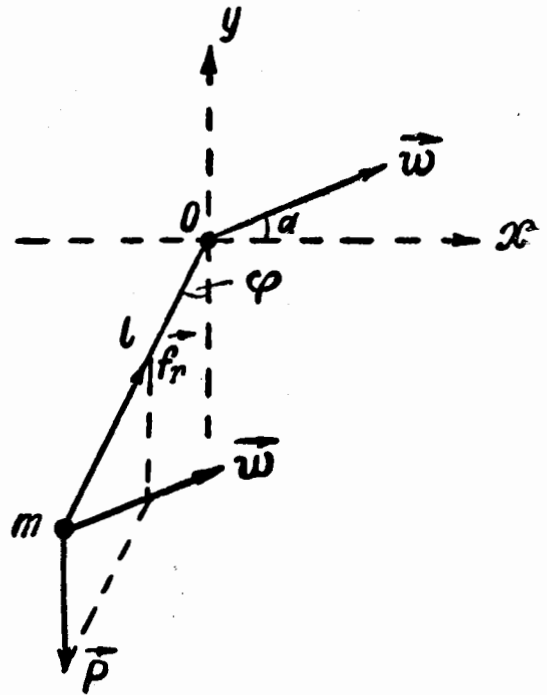
$$f_r = \frac{P_1 m_2 + P_2 m_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g:$$

Եթե $m_2 > m_1$, w -ն կլինի դրական, այսինքն՝ առաջին

մարմնի արագացումը՝ \vec{W}_1 -ը ուղղված կլինի վերև, իսկ երկրորդ մարմնի \vec{W}_2 արագացումը՝ ներքև: $m_2 < m_1$ դեպքում երկու արագացումների ուղղությունները կունենան հակառակ ուղղություն: Եթե $m_1 = m_2$, մարմինները շարժվում են առանց արագացումների (կամ հանգստի վիճակում են):

Իմանալով արագացումը, (8.2) բանաձևով հեշտ է գտնել մարմինների արագությունը:

Օրինակ 2. m մասսայով մարմինը կախված է l երկարությամբ չձգվող թելի ծայրից (նկ. 50): Այն կետը, որը ամրացնում է թելը հենարանին, երկրի նկատմամբ շարժվում է հաստատուն \vec{W} արագացումով՝ հորիզոնի հետ կազմելով α անկյուն: Գտնել թելի շեղումը ուղղահայաց ուղղությունից (φ անկյունը) և \vec{f}_r ուժը, որով մարմինը ազդում է թելի վրա:



նկ. 50

Մարմինը կշարժվի նույնպիսի \vec{W} արագացումով, ինչպիսի արագացումով որ շարժվում է թելը հենարանին ամրացնող կետը: Հետևաբար, երկրորդ օրենքի հավասարումը մարմնի համար կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{P} + \vec{f}_r = m\vec{w}:$$

Այս հավասարման մեջ մտնող վեկտորները պրոյեկտելով x և y կոորդինատային առանցքների վրա, կստանանք

$$\left. \begin{aligned} P_x + f_{rx} &= mw_x, \\ P_y + f_{ry} &= mw_y: \end{aligned} \right\} \quad (21.3)$$

Նկ. 50-ից երևում է, որ

$$P_x = 0, \quad P_y = -P = -mg,$$

$$f_{rx} = f_r \sin \varphi = f \sin \varphi,$$

$$f_{ry} = f_r \cos \varphi = f \cos \varphi,$$

$$W_x = W \cos \alpha; \quad W_y = W \sin \alpha$$

(որոնելի \vec{f} և \vec{f}_r ուժերը ըստ մեծություն հավասար են):

Պրոյեկցիաների արժեքները տեղադրենք (21.3)-ի մեջ՝

$$0 + f \sin \varphi = mw \cos \alpha,$$

$$-mg + f \cos \varphi = mw \sin \alpha:$$

Հավասարումների այս համակարգը φ -ի և f -ի նկատմամբ լուծելով, կստանանք

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{w \cos \alpha}{g + w \sin \alpha},$$

$$f = m \sqrt{g^2 + 2gw \sin \alpha + w^2}: \quad (21.4)$$

$\alpha = \pm \pi/2$ դեպքում ($\alpha +$ »-ը համապատասխանում է \vec{W} -ի դեպի վեր ունեցած ուղղությունը, $\alpha -$ »-ը՝ \vec{W} -ի դեպի ներքև ունեցած ուղղությունը) (21.4) բանաձևը վերածվում է արդեն մեզ ծանոթ (18.4) բանաձևին:

§ 22. Իմպուլս

Նյութոսնի երկրորդ օրենքի հավասարմանը՝

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}, \quad (22.1)$$

կարելի է տալ այլ տեսք: Հաշվի առնելով, որ m մասսան դասական մեխանիկայում հաստատուն մեծություն է, այն կարելի է մտցնել ածանցյալի նշանի տակ և (22.1)-ը գրել հետևյալ կերպ՝

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{f},$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$(22.2)$$

վեկտորական մեծությունը կոչվում է նյութական կետի իմպուլս¹: Օգտվելով իմպուլսի սահմանումից, երկրորդ օրենքի հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}, \quad (22.3)$$

իսկ երկրորդ օրենքը ձևակերպել այսպես՝ նյութական կետի իմպուլսի օճանցյալը ըստ ժամանակի հավասար է կետի վրա ազդող բոլոր ուժերի գումարին:

(22.3) հավասարումը իրավացի է ավելի լայն սահմաններում, քան (22.1) հավասարումը: Ինչպես սահմանում է հարաբերականության տեսությունը, մարմնի մասսան արագության ֆունկցիա է: Արագության մեծացման հետ մասսան աճում է: Ճիշտ է, մասսայի կախումը արագությունից այնպիսին է², որ լույսի արագությունից զգալիորեն ավելի փոքր արագությունների դեպքում մասսան գործնականորեն մնում է հաստատուն: Սակայն մեծ արագությունների դեպքում մասսան սկսում է արագ աճել, որի հետևանքով (22.1) հավասարումը չի կարելի կիրառել: Մինչդեռ (22.3) հավասարումը մնում է իրավացի նաև այս պայմաններում: Այսպիսով, (22.3) հավասարումը պահպանում է իր նշանակությունը նաև ռելյատիվիստական մեխանիկայում (տե՛ս § 12):

Բազմապատկելով (22.3)-ը dt -ով, կհանգենք հետևյալ առնչությունը՝

$$d\vec{p} = \vec{f}dt, \quad (22.4)$$

¹ Նախկինում «իմպուլս» տերմինի փոխարեն օգտագործում էին «շարժման քանակ» տերմինը:

² Այս կախումը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

որտեղ m_0 -ն մարմնի մասսան է այն հաշվանքի համակարգում, որի նկատմամբ մարմինը շարժվում է v արագությամբ, m_0 -ն հանգստի մասսան է, այսինքն՝ մասսան $v = 0$ -ի դեպքում, c -ն լույսի արագությունն է դատարկության մեջ:

որի ինտեգրումը տալիս է իմպուլսի աճը t_1 և t_2 պահերի միջև ընկած ժամանակամիջոցում.

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{f} dt, \quad (22.5)$$

Մասնավորապես, եթե $\vec{f} = \text{const}$, (22.5) բանաձևը τ ժամանակամիջոցում իմպուլսի աճի համար տալիս է $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{f}\tau$ արժեքը:

(22.3) արտահայտությունից հետևում է, որ պարզելով, թե ինչպես է փոխվում իմպուլսը ժամանակի ընթացքում, կարելի է որոշել մարմնի վրա ազդող ուժը:

§ 23. Իմպուլսի պահպանման օրենքը

Ֆինարկենք N նյութական կետերից բաղկացած համակարգը (կարճ անվանենք մարմինների համակարգ): Համակարգի մեջ մտնող մարմինները կարող են փոխազդել ինչպես իրար, այնպես էլ տվյալ համակարգին չպատկանող մարմինների հետ: Սրան համապատասխան համակարգին պատկանող մարմինների վրա ազդող ուժերը կարելի է բաժանել ներքին և արտաքին ուժերի: Ներքին ուժեր են կոչվում այն ուժերը, որոնց միջոցով տվյալ մարմնի վրա ազդում են համակարգի մնացած մարմինները, իսկ արտաքին՝ այն ուժերը, որոնք պայմանավորված են համակարգին չպատկանող մարմինների ազդեցությամբ:

Այն դեպքում, երբ բացակայում են արտաքին ուժերը, համակարգը կոչվում է փակ:

\vec{p} համակարգի իմպուլս կոչվում է համակարգը կազմող մարմինների իմպուլսների վեկտորական գումարը՝

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

Համակարգի ի ն ե ռ ց ի ա յ ի կ են տ ը ռ ը ն է կոչվում այն կետը, որի դիրքը տարածության մեջ տրվում է \vec{r}_c շառավիղ-վեկտորով, որը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m}, \quad (23.1)$$

որանց m_i -ն i -երորդ մարմնի մասսան է, \vec{r}_i -ը՝ տարածության մեջ այդ մարմնի դիրքը որոշող շառավիղ-վեկտորը, m -ը՝ համակարգի մասսան:

Իներցիայի կենտրոնի դեկարտյան կոորդինատները հավասար են \vec{r}_c -ի պրոյեկցիաներին՝ կոորդինատների առանցքների վրա, այսինքն՝

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m} \quad (23.2)$$

Նշենք, որ իներցիայի կենտրոնը համընկնում է համակարգի ծանրության կենտրոնի հետ¹:

Իներցիայի կենտրոնի արագությունը կստացվի \vec{r}_c -ն ըստ ժամանակի ածանցելով՝

$$\vec{v}_c = \dot{\vec{r}}_c = \frac{\sum m_i \dot{\vec{r}}_i}{m} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}$$

Հաշվի առնելով, որ $m_i \vec{v}_i$ -ն \vec{p}_i -ն է, իսկ $\sum \vec{p}_i$ -ն տալիս է \vec{p} համակարգի իմպուլսը, կարելի է գրել

$$\vec{p} = m \vec{v}_c \quad (23.3)$$

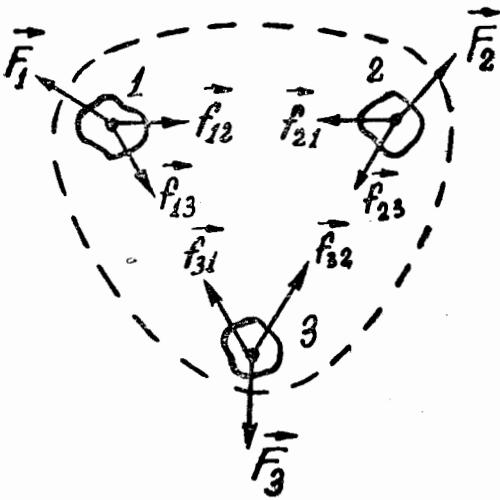
Այսպիսով, համակարգի իմպուլսը հավասար է համակարգի մասսայի և նրա իներցիայի կենտրոնի արագություն արտադրյալին:

Դիցուք համակարգը բաղկացած է երեք մարմիններից (նկ. 51): Ներքին ուժերից չուրաքանչյուրին, օրինակ՝ \vec{f}_{12} -ին, այսինքն՝ այն ուժին, որով 2 մարմինը ազդում է 1 մարմնի վրա, համապատասխանում է \vec{f}_{21} ուժը, որով 1 մարմինը ազդում է 2 մարմնի վրա. ընդ որում ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 և \vec{F}_3 -ով նշանակված են բոլոր ուժերի այն արդյունարար ուժերը, որոնցով արտա-

¹ Սա իրավացի է միայն ծանրության ուժերի համասեռ դաշտի համար (տե՛ս § 41):

քին մարմինները համապատասխանաբար ազդում են համակարգի 1, 2 և 3 մարմինների վրա:

Երեք մարմիններից յուրաքանչյուրի համար գրենք (22.3) հավասարումը.



Նկ. 51

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_1 = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_2 = \vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \vec{F}_2,$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_3 = \vec{f}_{31} + \vec{f}_{32} + \vec{F}_3.$$

Գումարենք բոլոր երեք հավասարումները: Ներքին ուժերի գումարը հավասար կլինի զրոյի, որի հետևանքով

$$\frac{d}{dt} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \frac{d}{dt} \vec{p} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3, \quad (23.4)$$

Արտաքին ուժերի բացակայության դեպքում կստացվի

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = 0,$$

հետևաբար, փակ համակարգի համար \vec{p} -ն հաստատուն է:

Այս արդյունքը հեշտ է ընդհանրացնել ցանկացած N թվով մարմիններից բաղկացած համակարգի համար: Օգտուրվելով գումարների գրառման կրճատ ձևից՝ (22.3) հավասարումը բոլոր N մարմինների համար կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\frac{d}{dt} \vec{p}_i = \sum_{k \neq i} \vec{f}_{ik} + \vec{F}_i \quad (i = 1, 2, \dots, N); \quad (23.5)$$

(23.5) արտահայտությունը իրենից ներկայացնում է N հավասարումների համակարգ, որոնք իրարից տարբերվում են i ինդեքսի արժեքով: Այս հավասարումներից յուրաքան-

չյուրում գումարումը կատարվում է ըստ k ինդեքսի, ընդ որում i -երորդ հավասարման մեջ k ինդեքսը ընդունում է 1-ից մինչև N արժեքները, բացի $k = i$ -ից:

Գումարելով այս հավասարումները և հաշվի առնելով, որ $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, կստանանք

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad (23.6)$$

Հետևաբար, համակարգի իմպուլսի վեկտորի ածանցյալը ըստ ժամանակի հավասար է համակարգի մարմինների նրկատմամբ կիրառված բոլոր արտաքին ուժերի վեկտորական գումարին:

Փակ համակարգի համար (23.6) առնչության աջ մասը հավասար է զրոյի, որի հետևանքով \vec{p} -ն կախված չէ ժամանակից: Այս դրույթը իմպուլսի պահպանման օրենքի բովանդակությունն է: Այս օրենքը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ. նյութական կետերի փակ համակարգի իմպուլսը մնում է հաստատուն:

Նշենք, որ իմպուլսը մնում է հաստատուն նաև արտաքին ազդեցությունների ենթարկված համակարգի դեպքում, պայմանով, որ համակարգի մարմինների վրա ազդող արտաքին ուժերի գումարը հավասար լինի զրոյի: Եթե նույնիսկ արտաքին ուժերի գումարը հավասար չէ զրոյի, բայց այս գումարի պրոյեկցիան որևէ ուղղության վրա հավասար է զրոյի, ապա իմպուլսի բաղադրիչը այս ուղղության վրա կլինի հաստատուն: Իսկապես, պրոյեկտելով (23.6) հավասարման բոլոր մեծությունները X կամավոր ուղղության վրա և հաշվի առնելով, որ

$$\left(\frac{d}{dt} \vec{p} \right)_{\text{պր}X} = \frac{d}{dt} p_x^1,$$

¹ Տե՛ս (2.11) բանաձևը:

$$\frac{d}{dt} p_x = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad (23.7)$$

որտեղից և հետևում է մեր առաջ քաշած դրույթը:

(23.3)-ին համապատասխան իմպուլսի պահպանման օրենքից հետևում է, որ մարմինների փակ համակարգի իներցիայի կենտրոնը կամ շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ, կամ մնում է անշարժ:

Կարելի է թվել մի շարք երևույթներ, որոնց հիմքում ընկած է իմպուլսի պահպանման օրենքը: Օրինակ, գտնվելով սահուն հատակի վրա, անհնար է տեղից որևէ առարկա շարժել, առանց ինքնին հակառակ ուղղությամբ սահելու: Հրթիռների (և հրթիռային շարժիչների) աշխատանքը հիմնված է այն բանի վրա, որ հրթիռի փողեկից վառելանյութի այրման ժամանակ առաջացած գազերի շիթի արձակման հետևանքով հրթիռին հաղորդվում է մեծությամբ նույնպիսի մի իմպուլս, ինչպիսին իրենց հետ տանում են գազերը:

Գ Լ Ո Ի Խ III

ԱՇԽԱՏԱՆՔ ԵՎ ԷՆԵՐԳԻԱ

§ 24. Աշխատանք

Դիցուք մարմինը, որի վրա ազդում է \vec{F} ուժը, որևէ հետադժով շարժվելով, անցնում է S ճանապարհ: Այս դեպքում ուժը կամ փոխում է մարմնի արագությունը՝ հաղորդելով նրան արագացում, կամ կոմպենսացնում է շարժմանը հակազդող մյուս ուժի (կամ ուժերի) ազդեցությունը: \vec{F} -ի ազդեցությունը S ճանապարհի վրա բնութագրվում է մի մեծությամբ, որը կոչվում է աշխատանք:

Աշխատանք է կոչվում այն սկալյար մեծությունը, որը հավասար է տեղափոխման ուղղության վրա ուժի F_s պրոյեկցիայի և ուժի կիրառման կետի անցած S ճանապարհի արտադրյալին, այսինքն՝

$$A = F_s S: \quad (24.1)$$

(24.1) արտահայտությունն իրավացի է այն դեպքում, երբ ուժի F_s պրոյեկցիան տեղափոխման ուղղության վրա (այսինքն՝ արագության ուղղության վրա) միշտ մնում է անփոփոխ: Մասնավորապես այս պայմանը տեղի ունի այն դեպքում, երբ մարմինը շարժվում է ուղղագիծ, և մեծությամբ հաստատուն F ուժը շարժման ուղղության հետ կազ-

մում է հաստատուն α անկյուն: Քանի որ $f_s = f \cos \alpha$, (24.1)
արտահայտությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$A = f_s \cos \alpha; \quad (24.2)$$

Աշխատանքը հանրահաշվական մեծություն է: Եթե ուժը և տեղափոխման ուղղությունը իրար հետ կազմում են սուր անկյուն ($\cos \alpha > 0$), աշխատանքը դրական է: Եթե α անկյունը բութ է ($\cos \alpha < 0$), աշխատանքը բացասական է: Եթե $\alpha = \pi/2$, աշխատանքը հավասար է զրոյի: Վերջին հանգամանքը առանձնապես պարզորոշ կերպով ցույց է տալիս, որ աշխատանք հասկացությունը մեխանիկայում հիմնովին տարբերվում է աշխատանքի մասին եղած առօրյա պատկերացումից: Առօրյա հասկացության համաձայն յուրաքանչյուր ճիգ, մասնավորապես մկանային լարվածությունը, միշտ ուղեկցվում է աշխատանքի կատարումով: Օրինակ՝ կանգնած տեղում (անշարժ) ծանր բեռը բռնելու և առավել ևս այդ բեռը հորիզոնական ճանապարհով տեղափոխելու ժամանակ բեռնակիրը մեծ ճիգ է գործադրում, այսինքն՝ «կատարում է աշխատանք»: Սակայն աշխատանքը որպես մեխանիկական մեծություն այս դեպքում հավասար է զրոյի:

Եթե ուժի պրոյեկցիայի մեծությունը տեղափոխման ուղղության վրա շարժման ժամանակ հաստատուն չի մնում, աշխատանքը հաշվելու համար հարկավոր է S ճանապարհը բաժանել այնպիսի փոքր տարրական ΔS հատվածների, որպեսզի մարմնի այդպիսի յուրաքանչյուր հատվածով շարժվելիս f_s մեծությունը կարելի լինի համարյա անփոփոխ համարել: Այս դեպքում ուժի աշխատանքը յուրաքանչյուր տարրական հատվածում մոտավորապես հավասար կլինի

$$\Delta A \cong f_s \Delta S,$$

իսկ ամբողջ S ճանապարհի վրա կատարված աշխատանքը կարելի է հաշվել որպես տարրական աշխատանքների գումար՝

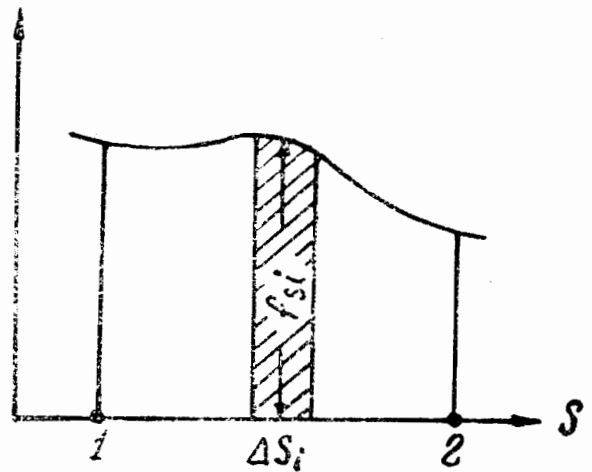
$$A = \sum \Delta A_i \cong \sum f_{si} \Delta S_i; \quad (24.3)$$

Բոլոր ΔS_i -երի զրոյի ձգտելու դեպքում (24.3) մասավոր հավասարությունը կանցնի հետևյալ խիստ ճշգրիտ հավասարությունը՝

$$A = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum f_{si} \Delta S_i = \int_s f_s ds.^1 \quad (24.4)$$

Նկ. 52-ում կառուցված գրաֆիկը պատկերում է f_s -ի ֆունկցիոնալ կախումը հետագծի վրա կետի դիրքից (հորիզոնական առանցքը կարելի է անվանել s -ի առանցք, այս առանցքի 1 և 2 կետերի միջև ընկած հատվածի երկարությունը հավասար է ճանապարհի լրիվ երկարությունը):

Նկարից երևում է, որ ΔA_i տարրական աշխատանքը թվապես հավասար է հարթության սովորաբար գծված մակերեսին, իսկ 1 կետից մինչև 2 կետը ընկած ճանապարհի վրա կատարված A աշխատանքը թվապես հավասար է s առանցքով, 1 և 2 ուղղաձիգ ուղիղներով և f_s կորով սահմանափակված պատկերի մակերեսին:



Նկ. 52

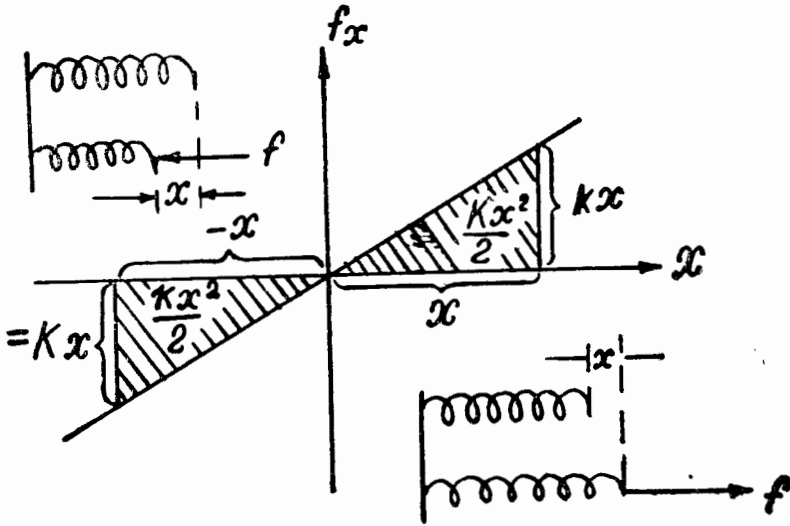
Գտնենք գսպանակը ձգելու դեպքում (որը ենթարկվում է Հուկի օրենքին) կատարված աշխատանքը: Ձգումը կատարենք շատ դանդաղ, որպեսզի գսպանակի վրա ազդող ուժի արժեքը կարելի լինի միշտ հավասար համարել $f = kx$ առաձգական ուժին, որտեղ x -ը գսպանակի երկարացումն է: Ուժն ազդում է տեղափոխման ուղղությամբ, այնպես որ $f_x = f$: Ճանապարհը, որ անցնում է կետը ուժի ազդեցության տակ, հավասար է x -ի (նկ. 53):

1 Դասողությունների ընթացքն այս դեպքում ճիշտ այնպիսին է, ինչպես անհավասարաչափ շարժման դեպքում անցած ճանապարհի բանաձևը արտածելիս (տե՛ս § 4):

1 Դասողությունների ընթացքն այս դեպքում ճիշտ այնպիսին է, ինչպես անհավասարաչափ շարժման դեպքում անցած ճանապարհի բանաձևը արտածելիս (տե՛ս § 4):

Ինչպես երևում է նկ. 53-ից, աշխատանքը, որն անհրաժեշտ է կատարել զսպանակը x -ի չափով երկարացնելու համար, հավասար է՝

$$A = \frac{kx^2}{2} : \quad (24.5)$$



Նկ. 53

Չսպանակը x -ի չափով սեղմելու դեպքում կատարվում է նույնպիսի (ըստ մեծություն և նշանի) աշխատանք, ինչ որ ձգման ժամանակ: \int_x ուժի պրոյեկցիան այս դեպքում բացասական է (զսպանակի վրա ազդող ուժը ուղղված է ձախ, x -ը աճում է աջ կողմի վրա), բոլոր Δx -երը նույնպես բացասական են, որի հետևանքով $\int_x \Delta x$ -ը դրական է:

Նշենք, որ առաձգական ուժի աշխատանքը, այսինքն՝ այն ուժի, որն ազդում է զսպանակի կողմից իրեն ձևափոխող մարմնի վրա, թե՛ ձգման և թե՛ սեղմման դեպքերում հավասար է $-kx^2/2$ -ի, քանի որ առաձգական ուժը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին հավասար է մեծությունամբ, բայց հակառակ է ուղղությունամբ՝ ձևափոխությունն առաջացնող ուժին:

Աշխատանքի միավորները: Աշխատանքի միավորը կոչվում է այն աշխատանքը, որը կատարում է միավորի հավասար և սեղափոխման ուղղությունամբ ազդող ուժը միավորի հավասար ճանապարհի վրա:

1) SI համակարգում աշխատանքի միավորը ջոուլն է (ջ), որը այն աշխատանքն է, որ կատարում է 1 նյուտոն ուժը 1 մ ճանապարհի վրա:

2) CGS համակարգում աշխատանքի միավորը՝ էրգը, այն աշխատանքն է, որ կատարում է 1 դին ուժը 1 սմ ճանապարհի վրա:

3) MK_fS համակարգում՝ կիլոգրամմետրը (կԳմ)՝ այն աշխատանքն է, որ կատարում է 1 կԳ ուժը 1 մ ճանապարհի վրա:

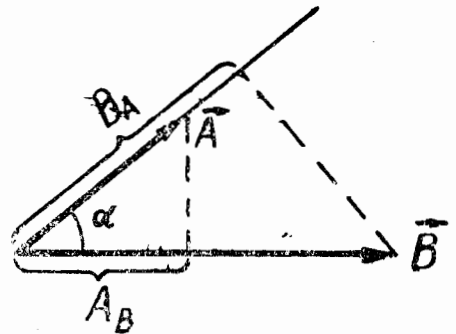
Աշխատանքի միավորների միջև գոյություն ունեն հետևյալ հարաբերակցությունները.

$$1 \text{ շ} = 1 \text{ ն} \cdot 1 \text{ մ} = 10^5 \text{ դին} \cdot 10^2 \text{ սմ} = 10^7 \text{ էրգ}$$

$$1 \text{ կԳմ} = 1 \text{ կԳ} \cdot 1 \text{ մ} = 9,81 \text{ ն} \cdot 1 \text{ մ} = 9,81 \text{ շ}:$$

Վեկտորների սկալյար արտադրյալը: Աշխատանքը կարելի է ներկայացնել տեղափոխման վեկտորի և ուժի վեկտորի սկալյար արտադրյալի տեսքով (նկ. 54):

\vec{A} և \vec{B} երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալ է կոչվում այն սկալյարը, որը հավասար է այդ վեկտորների մոդուլների և նրանցով կազմված α անկյան կոսինուսի արտադրյալին (նկ. 54):



Նկ. 54

Միավորիկ ձևով սկալյար արտադրյալը գրվում է $\vec{A} \cdot \vec{B}$ տեսքով¹:

Այսպիսով, ըստ սահմանման սկալյար արտադրյալը՝

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha: \quad (24.6)$$

α անկյան սուր լինելու դեպքում $\vec{A} \cdot \vec{B}$ -ն գրոյից մեծ է, իսկ α -ի բութ լինելու դեպքում $\vec{A} \cdot \vec{B}$ -ն գրոյից փոքր է: Երկու փոխուղղահայաց վեկտորների ($\alpha = \pi/2$) սկալյար արտադրյալը հավասար է գրոյի:

¹ Երբեմն օգտագործում են (\vec{A}, \vec{B}) նշանակումը:

Պետք է նշել, որ վեկտորի քառակուսի է կոչվում վեկտորի սկալյար արտադրյալը ինքն իրենով՝

$$\vec{A}^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} = AA \cos 0 = A^2 \quad (24.7)$$

(վեկտորի վեկտորական արտադրյալը ինքն իրենով հավասար է զրոյի): Հետևաբար, վեկտորի քառակուսին հավասար է նրա մոդուլի քառակուսուն:

Սահմանումից երևում է, որ սկալյար արտադրյալը կախում չունի արտադրիչների կարգից, այնպես որ (24.6) արտահայտությունը կարելի է առի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha = A (B \cos \alpha) = B (A \cos \alpha):$$

Նկ. 54-ից երևում է, որ $B \cos \alpha$ հավասար է B_A -ին՝ \vec{B} վեկտորի պրոյեկցիային \vec{A} վեկտորի ուղղությամբ, նմանապես $A \cos \alpha = A_B$ -ին՝ \vec{A} վեկտորի պրոյեկցիային \vec{B} վեկտորի ուղղությամբ: Ուստի սկալյար արտադրյալը կարելի է սահմանել նաև այլ կերպ. երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալ է կոչվում այն սկալյարը, որը հավասար է բազմապատկվող վեկտորներից մեկի մոդուլի և նրա ուղղությամբ վրա երկրորդ վեկտորի պրոյեկցիայի արտադրյալին.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_B B = AB_A:$$

Վեկտորների գումարի պրոյեկցիան հավասար է վեկտորների բաղադրիչների պրոյեկցիաների գումարին: Այստեղից հետևում է

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C} + \dots) &= \vec{A} (\vec{B} + \vec{C} + \dots)_A = A (B_A + C_A + \dots) = \\ &= AB_A + AC_A + \dots = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} + \dots \end{aligned}$$

Այսպիսով, վեկտորների սկալյար արտադրյալը դիստրիբուտիվ է՝ որևէ \vec{A} վեկտորի և մի քանի վեկտորների գումարի արտադրյալը հավասար է \vec{A} վեկտորի և յուրաքանչյուր բաղադրիչ վեկտորի սկալյար արտադրյալների գումարին:

Օգտվելով վեկտորների սկալյար արտադրյալից՝ աշխատանքի համար արտածված (24.4) արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$A = \lim_{\Delta s_i \rightarrow 0} \sum \vec{f}_i \cdot \Delta \vec{s}_i = \int_s \vec{f} \cdot d\vec{s}, \quad (24.9)$$

որտեղ $\Delta \vec{s}$ -ը տարրական տեղափոխման վեկտորն է, որը մինչև հիմա նշանակում էինք $\Delta \vec{r}$ -ով [տարրական տեղափոխման մոդուլը՝ Δr սահմանում հավասար է Δs տարրական ճանապարհին (տե՛ս § 3)]:

Դիցուք մարմնի վրա միաժամանակ ազդում են մի քանի ուժեր, որոնց գումարը՝ $\vec{f} = \sum_k \vec{f}_k$ -ի: Վեկտորների սկալյար

արտադրյալի դիստրիբուտիվությունից հետևում է, որ Δs ճանապարհի վրա կատարվող ΔA աշխատանքը կարելի է հաշվել ըստ հետևյալ բանաձևի՝

$$\Delta A = \left(\sum_k \vec{f}_k \right) \cdot \Delta \vec{s} = \sum_k (\vec{f}_k \cdot \Delta \vec{s}) = \sum_k \Delta A_k:$$

Այսինքն՝ մի քանի ուժերի գումարալին աշխատանքը հավասար է յուրաքանչյուր ուժի կատարած աշխատանքների հանրահաշվական գումարին:

$\Delta \vec{s}$ տարրական տեղափոխումը կարելի է ներկայացնել

$$\Delta \vec{s} = \vec{v} \Delta t \text{ տեսքով,}$$

ուստի (24.9) բանաձևին կարելի է տալ

$$A = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum \vec{f}_i \cdot \vec{v}_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{f} \cdot \vec{v} dt \quad (24.10)$$

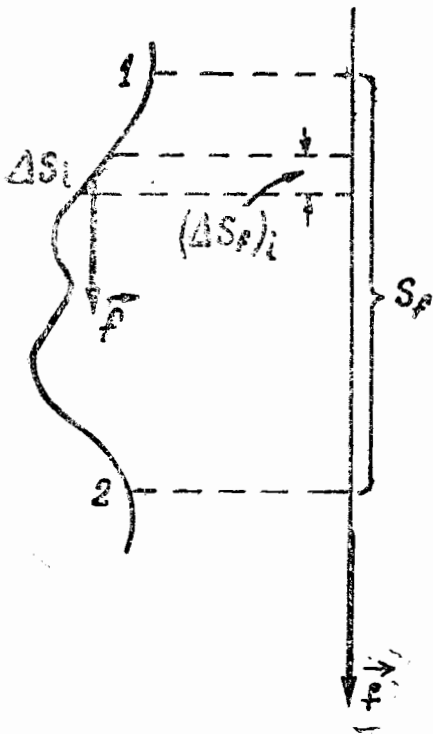
տեսքը:

(24.8)-ի համաձայն $f_s \Delta s = f \Delta s_i$, որտեղ Δs_i -ը տարրա-

կան տեղափոխման պրոյեկցիան է ուժի ուղղությամբ: Ուստի աշխատանքը կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝

$$A = \lim_{(\Delta s_f)_i \rightarrow 0} \sum \vec{f}_i (\Delta s_f)_i = \int_s \vec{f} ds_f \quad (24.11)$$

Եթե ուժն ունի հաստատուն մեծություն և ուղղություն



Նկ. 55

(նկ. 55), \vec{f} վեկտորը (24.9) բանաձևում կարելի է դուրս բերել ինանգրալի նշանի տակից, որի հետևանքով աշխատանքի համար եղած արտահայտությունը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$A = \vec{f} \cdot \int ds = \vec{f} \cdot \vec{s} = fs_f, \quad (24.12)$$

որտեղ \vec{s} -ը տեղափոխման վեկտորն է, իսկ s_f -ը՝ նրա պրոյեկցիան ուժի ուղղության վրա:

§ 25. Հզորություն

Գործնականում նշանակություն ունի ոչ միայն կատարված աշխատանքի մեծությունը, այլև ժամանակը, որի ընթացքում կատարվում է աշխատանքը: Ուստի աշխատանքի կատարման համար նախատեսված մեխանիզմների բնութագրման համար մտցվում է մի մեծություն, որը ցույց է տալիս, թե ինչպիսի աշխատանք է կատարում տվյալ մեխանիզմը միավոր ժամանակում: Այդ մեծությունը կոչվում է հզորություն: Այսպիսով, հզորությունը (W) մի մե-

ծություն է, որը հավասար է ΔA -ի հարաբերությանը Δt -ին, որի ընթացքում կատարվում է այդ աշխատանքը՝

$$W = \frac{\Delta A}{\Delta t}; \quad (25.1)$$

Եթե միանման, ցանկացած չափով փոքր Δt ժամանակում կատարվում է ոչ միանման ΔA աշխատանք, ապա հզորությունը փոփոխվում է ժամանակի ընթացքում: Այդ դեպքում քննարկվում է հզորության ակնթարթային արժեքը՝

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}; \quad (25.2)$$

Այն դեպքում, երբ (25.2) ակնթարթային հզորությունը հաստատուն չէ, (25.1) արտահայտությունը տալիս է հզորության միջին արժեքը Δt ժամանակամիջոցի ընթացքում:

Դիցուք dt ժամանակի ընթացքում կեսը, որի նկատմամբ կիրառված է ուժ, ստանում է \vec{ds} տեղափոխումը: Այդ դեպքում dA տարրական աշխատանքը, որ կատարվում է dt ժամանակում, կլինի

$$dA = \vec{f} \cdot \vec{ds},$$

և հզորությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$W = \frac{dA}{dt} = \vec{f} \cdot \frac{\vec{ds}}{dt}.$$

Բայց $\frac{\vec{ds}}{dt}$ հավասար է \vec{v} արագության վեկտորին: Հետևաբար, հզորությունը հավասար է ուժի վեկտորի և այն արագության վեկտորի սկալյար արտադրյալին, որով շարժվում է ուժի կիրառման կետը՝

$$W = \vec{f} \cdot \vec{v}; \quad (25.3)$$

Հզորության միավորները: Որպես հզորության միավոր ընդունվում է այն հզորությունը, որի դեպքում միավոր ժամանակում (վրկ) կատարվում է միավորի հավասար աշխատանք (չ կամ էրգ): ՏՆ համակարգում հզորության միավորը վատտն է (վտ), որը հավասար է մեկ ջոուլը բաժանած վայր-

կլանի վրա (Չ/վրկ): CGS համակարգում հզորություն միավորը էրգ/վրկ-ն է, որը հատուկ անվանում չունի: Վատտի և էրգ/վրկ-ի միջև հարաբերակցությունը հետևյալն է. $1 \text{ վտ} = 10^7 \text{ էրգ/վրկ}$: MKS համակարգում որպես հզորության միավոր ընդունված է ձիաուժը (ձ. ու.), որը հավասար է 75 կիլոպրամումեարի՝ 1 վայրկյանում . $1 \text{ ձ. ու.} = 736 \text{ վտ-ի}$:

§ 26. Ուժերի պոտենցիալային դաշտը: Կոնսերվատիվ և ոչ կոնսերվատիվ ուժեր

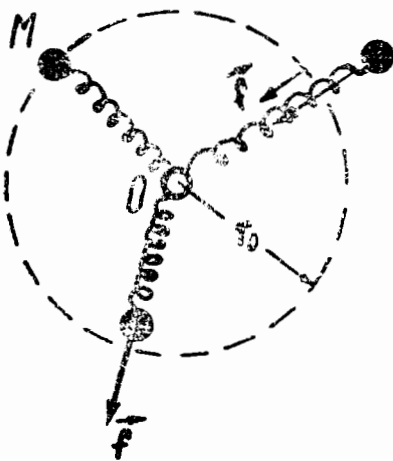
Եթե մարմինը գտնվում է աջնալիսի պայմաններում, որ տարածություն չորաքանչյուր կետում աջն ենթարկվում է այլ մարմինների ազդեցությանը մի ուժով, երբ որոշ օրինաչափությամբ փոփոխվում է մեկ կետից մյուսը, ապա ասում են, որ այդ մարմինը գտնվում է ուժերի դաշտում: Այսպես, Երկրի մակերևույթի մոտ գտնվող մարմինը գտնվում է ծանրության ուժերի դաշտում՝ տարածության չորաքանչյուր կետում նրա վրա ազդում է $P = mg$ ուժը, որն ուղղված է ներքև, ուղղաձիգի ուղղությամբ:

Որպես երկրորդ օրինակ քննարկենք M մարմինը, որը գտնվում է «կապված է» որևէ O կենտրոնի հետ (նկ. 56): Զուգահեռաբան մի ծայրը O անշարժ կետի շուրջը ցանկացած ուղղությամբ կարող է պտտվել հողակապի միջոցով: Մյուս ծայրն ամրա ցված է M մարմնին: Տարածության չորաքանչյուր կետում M մարմնի վրա ազդում է շառավղի ուղղու-

թյամբ ուղղված ուժը (այսինքն՝ O կենտրոնով և M մարմնով անցնող ուղղի երկարությամբ) և հավասար է՝

$$f = -k(r - r_0), \quad (26.1)$$

որտեղ r -ը մարմնի հեռավորությունն է O կենտրոնից, r_0 -ն՝ չձևափոխված զրապանակի երկարությունը, k -ն՝ համեմատականության գործակիցը:



նկ. 56

Եթե $r > r_0$ (զսպանակը ձգված է), ուժն ուղղված է դեպի կենտրոն և ունի « — » նշան (ուժի և r շառավիղ-վեկտորի ուղղությունները հակառակ են), եթե $r < r_0$ (զսպանակը սեղմված է), ուժն ուղղված է կենտրոնից դեպի դուրս և ունի « + » նշան: Փննարկված ուժերի դաշտը իրենից ներկայացնում է, այսպես կոչված, կենտրոնական ուժերի դաշտի մասնակի դեպք և բնորոշ է նրանով, որ տարածություն ցանկացած կետում ազդող ուժի ուղղությունն անցնում է որևէ կենտրոնով, իսկ ուժի մեծությունը կախված է միայն մինչև այդ կենտրոնը եղած հեռավորությունից՝ $F = f(r)$:

Մանրության ուժերի դաշտը նույնպես կենտրոնական ուժերի դաշտի մասնակի դեպքն է:

Բերված օրինակները բնորոշ են նրանով, որ մարմնի վրա ազդող ուժերը կախված են միայն տարածության մեջ մարմնի գրաված դիրքից (ավելի ճիշտ՝ մարմնի դիրքից, նրա վրա ազդող այլ մարմինների նկատմամբ) և կախված չէ մարմնի արագությունից:

Միայն մարմնի դիրքից կախված ուժերի համար մարմնի նկատմամբ նրանց կատարած աշխատանքը կարող է կախված չլինել ճանապարհից, այլ որոշվել միայն տարածության մեջ մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերից: Այս դեպքում ուժերի դաշտը կոչվում է պոտենցիալային, իսկ ուժերը՝ կոնսերվատիվ: Այն ուժերը, որոնց աշխատանքը կախված է այն ճանապարհից, որով մարմինը մի դիրքից անցնում է մյուսին, կոչվում են ոչ կոնսերվատիվ:

Կոնսերվատիվ ուժերի աշխատանքը ցանկացած փակ ճանապարհի վրա հավասար է զրոյի: Իսկապես, փակ ճանապարհը, որով շրջանցում է պոտենցիալային դաշտում գտնվող մարմինը, բաժանենք երկու մասի.

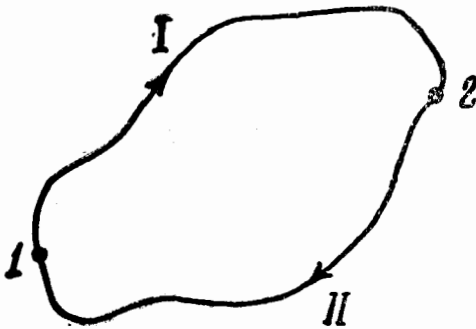
I ճանապարհ, որով մարմինը 1 կետից անցնում է 2 կետին.

II ճանապարհ, որով մարմինը 2 կետից անցնում է 1 կետին, ընդ որում, 1 և 2 կետերն ընտրում ենք կամավոր (նկ. 57):

Ամբողջ փակ ճանապարհի վրա կատարված աշխատանքը հավասար կլինի յուրաքանչյուր տեղամասում կատարված աշխատանքների գումարին՝

$$A = (A_{12})_I + (A_{21})_{II} \quad (26.2)$$

Յույց տանք, որ որևէ ճանապարհի, օրինակ՝ II ճանապարհի վրա (նկ. 57) 1 կետից 2 կետին անցնելիս մարմնի



Նկ. 57



Նկ. 58

կատարած աշխատանքը հավասար է նույն ճանապարհով 2 կետից 1 կետը ետ դառնալիս մարմնի կատարած աշխատանքին՝ վերցրած հակառակ նշանով:

Դիտենք հետագծի ΔS տեղամասը (նկ. 58): Քանի որ պոտենցիալային դաշտում \vec{F} ուժը կախված է միայն մարմնի դիրքից տարածությունից և կախված չէ մարմնի շարժման վիճակից (մասնավորապես՝ շարժման ուղղությունից), ΔS ճանապարհի վրա մի ուղղությամբ շարժվելու դեպքում տարրական ճանապարհը՝ $\Delta A = \vec{F} \cdot \vec{\Delta S}$ -ի, իսկ հակառակ ուղղությամբ շարժվելիս՝ $\Delta A = \vec{F} \cdot \vec{\Delta S}'$: Քանի որ $\vec{\Delta S}' = -\vec{\Delta S}$, ուրեմն $\Delta A' = -\Delta A$: Սա իրավացի է ճանապարհի ցանկացած տարրական տեղամասի համար, հետևաբար՝ նաև ամբողջ ճանապարհի վրա կատարված աշխատանքի համար: Այնպես որ

$$(A_{21})_{II} = - (A_{12})_{II} \quad (26.3)$$

Օգտվելով ստացված արդյունքից՝ (26.2) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$A = (A_{12})_I - (A_{12})_{II} \quad (26.4)$$

Բայց ուժերի պոտենցիալ դաշտում աշխատանքը կախված չէ ճանապարհից, այսինքն՝ $(A_{12})_I = (A_{12})_{II}$: Հետևաբար, (26.4) արտահայտությունը հավասար է զրոյի, որը և պահանջվում էր ապացուցել:

Եթե որևէ ուժի աշխատանքը ցանկացած փակ ճանապարհի վրա հավասար է զրոյի, ապա ակնհայտ է, որ այդ ուժերի աշխատանքը մարմնի մեկ դիրքից մյուսին անցնելիս կախված չէ ճանապարհից (սա կարելի է ապացուցել):

Ուրեմն ուժերի պոտենցիալային դաշտը կարելի է սահմանել որպես այնպիսի ուժերի դաշտ, որոնց աշխատանքը ցանկացած փակ ճանապարհի վրա հավասար է զրոյի: Քանի որ աշխատանքն ուժերի պոտենցիալային դաշտում փակ ճանապարհի վրա հավասար է զրոյի, ապա փակ ճանապարհի որոշ տեղամասերի վրա ուժերը կատարում են դրական աշխատանք, իսկ որոշների վրա՝ բացասական աշխատանք: Շփման ուժերի աշխատանքը Δt ժամանակում (24.10) հավասար է՝

$$\Delta A = \vec{f} \cdot \vec{v} \Delta t = -fv \Delta t,$$

քանի որ \vec{f} և \vec{v} վեկտորները միշտ ունեն հակառակ ուղղություններ¹: Հետևաբար, շփման ուժերի աշխատանքը փակ ճանապարհի վրա միշտ բացասական է և հավասար չէ զրոյի: Այսպիսով, շփման ուժերը պատկանում են ոչ կոնսերվատիվ ուժերի թվին:

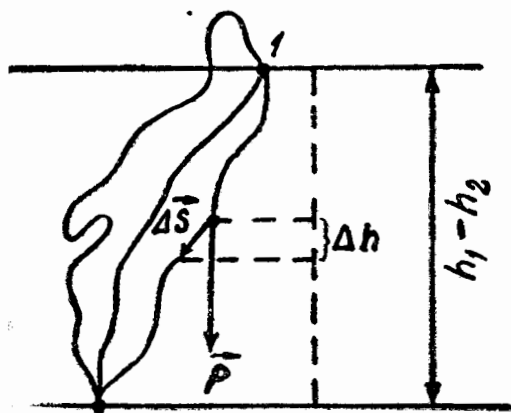
Ապացուցենք, որ ծանրության ուժերի դաշտը պոտենցիալային է: Հետադրի ցանկացած կետում մարմնի վրա ազդող ուժն ունի $P = mg$ արժեք և ուղղված է ուղղաձիգով դեպի ներքև (նկ. 59): Ուստի (24.12)-ի համաձայն աշխատանքը՝

$$A = P (h_1 - h_2) = mg (h_1 - h_2): \quad (26.5)$$

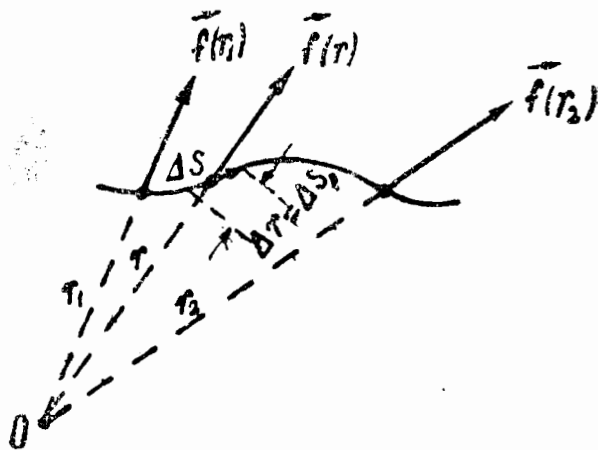
¹ Այստեղ նկատի ունենք շարժվող և անշարժ (հաշվանքի համակարգի նկատմամբ) մարմինների շփման դեպքը: Մի շարք դեպքերում շփման ուժի աշխատանքը կարող է լինել դրական: Սա լինում է, օրինակ, երբ շփման ուժը պայմանավորված է տվյալ մարմնի և նույն ուղղությունում, սակայն ավելի մեծ արագությունով շարժվող այլ մարմնի ազդեցությամբ:

Ակնհայտ է, որ այս արտահայտությունը կախում չունի ճանապարհից, որանդից հետևում է, որ ծանրություն ուժերի դաշտը պոտենցիալային է:

Կենտրոնական ուժերի դաշտը նույնպես պոտենցիալային



Նկ. 59



Նկ. 60

է: ΔS ճանապարհի վրա տարրական աշխատանքը (նկ. 60)

$$\Delta A = f(r) \Delta S_f$$

Բայց $\vec{\Delta S}$ -ի պրոյեկցիան՝ ուժի ուղղության վրա ավելանում, այսինքն՝ \vec{r} շառավիղ-վեկտորի ուղղության վրա հավասար է Δr -ի, որը մարմնի O կենտրոնից հեռավորության աճն է. $\Delta S_f = \Delta r$: Ուստի

$$\Delta A = f(r) \Delta r:$$

Ամբողջ ճանապարհի վրա աշխատանքը՝

$$A = \sum \Delta A_i = \lim_{\Delta r_i \rightarrow 0} \sum_{r=r_1}^{r=r_2} f(r_i) \Delta r_i = \int_{r_1}^{r_2} f(r) dr:$$

Ակնհայտ է, որ վերջին արտահայտությունը կախված է միայն $f(r)$ ֆունկցիայի տեսքից և r_1 -ի ու r_2 -ի արժեքներից: Այն բոլորովին կախված չէ հետագծի ձևից, ուստի ուժերի կենտրոնական դաշտը նույնպես պոտենցիալային է:

§ 27. Էներգիա: Էներգիայի պահպանման օրենքը

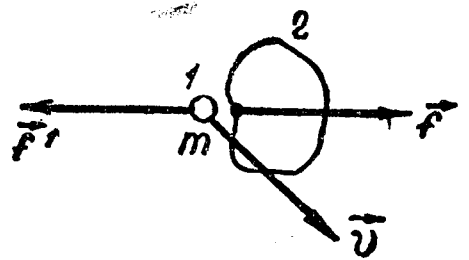
Ինչպես ցույց է տվել փորձը, մարմինները հաճախ ի վիճակի են լինում աշխատանք կատարելու այլ մարմինների նկատմամբ: Այն ֆիզիկական մեծությունը, որը բնութագրում է մարմնի կամ մարմինների համակարգի աշխատանք կատարելու ընդունակությունը, կոչվում է էներգիա: Մարմնի էներգիան պայմանավորված է երկու կարգի պատճառներով.

1. մարմնի՝ որևէ արագությունը շարժվելով,

2. մարմնի՝ ուժերի պոտենցիալային դաշտում գտնվելով:

Առաջին տեսակի էներգիան կոչվում է կինետիկ էներգիա, երկրորդ տեսակի էներգիան՝ պոտենցիալ էներգիա: Կարճ կարելի է ասել՝ կինետիկ էներգիան շարժման էներգիան է, իսկ պոտենցիալը՝ դիրքի էներգիան:

Կինետիկ էներգիա: Երկուք m մասսայով 1 մարմինը (նկատի է առնվում նյութական կետը), որը շարժվում է \vec{v} արագությամբ, \vec{f} ուժով ազդում է իրեն հպվող 2 մարմնի վրա (նկ. 61): dt ժամանակում ուժի կիրառման կետը կատարում $d\vec{s} = \vec{v} dt$ տեղափոխում, որի հետևանքով 1 մարմինը 2 մարմնի նկատմամբ կկատարի հետևյալ աշխատանքը՝



նկ. 61

$$dA = \vec{f} \cdot d\vec{s} = \vec{f} \cdot \vec{v} dt: \quad (27.1)$$

Ակնհայտ է, որ տվյալ դեպքում 1 մարմինը մյուս մարմնի նկատմամբ կատարում է աշխատանք այն էներգիայի պաշարի հաշվին, որով օժտված է մարմինն իր շարժման շնորհիվ, այսինքն՝ T կինետիկ էներգիայի պաշարի հաշվին (եթե մարմինը չշարժվեր, ապա ds տեղաշարժը, հետևաբար նաև dA աշխատանքը հավասար կլինեին զրոյի): Ուռտի 1 մարմնի կատարած աշխա-

տանքը կարելի է հավասարեցնել նրա կինետիկ էներգիայի նվազմանը¹, այսինքն՝

$$dA = -dT:$$

Նկատի ունենալով (27.1) բանաձևը, կգտնենք

$$dT = -\vec{f} \cdot \vec{v} dt \quad (27.2)$$

Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի 1 մարմինը 2 մարմնի վրա ազդում է $\vec{f}' = -\vec{f}$ ուժով, որի հետևանքով 1 մարմնի տրագուծյունը dt ժամանակում ստանում է հետևյալ աճը՝

$$d\vec{v} = \frac{1}{m} \vec{f}' dt = -\frac{1}{m} \vec{f} dt:$$

Վերջին հավասարման երկու մասերը սկալյարորեն բազմապատկելով $m\vec{v}$ -ով, կգտնենք

$$m\vec{v} \cdot d\vec{v} = -\vec{f} \cdot \vec{v} dt: \quad (27.3)$$

Համեմատելով (27.3)-ը (27.2)-ի հետ, dT -ի համար կըստանանք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$dT = m\vec{v} \cdot d\vec{v}: \quad (27.4)$$

(24.8) բանաձևի համաձայն $\vec{v} \cdot d\vec{v}$ սկալյար արտահայտվում է

¹ Որևէ a մեծության փոփոխությունը կարելի է բնութագրել կամ նրա աճով, կամ նվազումով: a մեծության աճի կոչվում է մեծության վերջնական (a_2) և սկզբնական (a_1) արժեքների տարբերությունը և նշանակվում է Δa -ով:

$$\text{աճը} = \Delta a = a_2 - a_1:$$

a մեծության նվազում է կոչվում նրա սկզբնական (a_1) և վերջնական (a_2) արժեքների տարբերությունը:

$$\text{նվազումը} = a_1 - a_2 = -\Delta a:$$

Մեծության նվազումը հավասար է նրա աճին՝ վերցրած հակառակ նշանով:

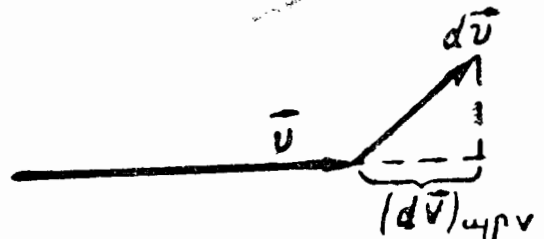
Աճը և նվազումը հանրահաշվական մեծություններ են: Եթե $a_2 > a_1$, ապա աճը դրական է, իսկ նվազումը՝ բացասական: Երբ $a_2 < a_1$, ապա աճը բացասական է, իսկ նվազումը՝ դրական:

կարելի է ներկայացնել $|\vec{v}d\vec{v}| \cos\alpha = v(dv)_{\text{պր.}v}$ տեսքով¹, որտեղ $(dv)_{\text{պր.}v}$ -ն \vec{v} վեկտորի ուղղությամբ $d\vec{v}$ վեկտորի պրոյեկցիան է:

Նկ. 62-ից հեշտ է եզրակացնել, որ $(dv)_{\text{պր.}v}$ -ն հավասար է արագության մոդուլի աճին, այսինքն՝ dv -ի: Ուստի (27.4) արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$dT = mv dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right); \quad (27.5)$$

Այստեղից հետևում է², որ m մասսայով և v արագությամբ շարժվող նյութական կետի կինետիկ էներգիան՝



Նկ. 62

$$T = \frac{mv^2}{2}; \quad (27.6)$$

(27.6) արտահայտության համարիչը և հայտարարը բազմապատկելով m -ով և նկատի ունենալով, որ mv արտադրյալը հավասար է մարմնի p իմպուլսին, կինետիկ էներգիայի արտահայտությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$T = \frac{p^2}{2m}; \quad (27.7)$$

Նշենք մի շատ կարևոր հանգամանք. մարմնի նկատմամբ կատարված A' աշխատանքը հավասար է նրա կինե-

¹ Այս արտահայտությունը չի կարելի գրել $v \cdot dv \cdot \cos\alpha$ տեսքով, քանի որ $|\vec{d}\vec{v}| \neq dv$:

² (27.5) հավասարումը ինտեգրելով ստանում ենք $T = \frac{mv^2}{2} + \text{const}$ արտահայտությունը: Սակայն ֆիզիկական դատողություններից պարզվում է, որ երբ $v = 0$, T կինետիկ էներգիան նույնպես հավասար է զրոյի: Այստեղից հետևում է, որ հաստատունը պետք է հավասար լինի զրոյի:

տիկ էներգիայի աճին՝ $\Delta T = T_2 - T_1$: Սա ապացուցելու նպատակով գրենք տարրական աշխատանքի արտահայտութիւնը՝

$$dA' = \vec{F}' \cdot \vec{v} dt,$$

որտեղ \vec{F}' -ը մարմնի նկատմամբ աշխատանք կատարող ուժն է, \vec{v} -ն՝ մարմնի արագութիւնը:

Այժմ $\vec{F}' dt$ արտադրյալը փոխարինենք $\vec{dp} = m d\vec{v}$ -ով [տե՛ս (22.4)], որի հետեանքով կստանանք

$$dA' = \vec{F}' \cdot \vec{v} dt = m \vec{v} \cdot d\vec{v} = m v dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dT:$$

Այս արտահայտութիւնը ինտեգրելով, կստանանք

$$A' = T_2 - T_1, \quad (27.8)$$

(27.8)-ից հետեւում է, որ էներգիան ունի նույնպիսի չափայնութիւն, ինչ և աշխատանքը: Սա հնարավորութիւն է ստեղծում չափելու էներգիան միևնույն միավորներով, որոնք օգտագործվում են աշխատանքը չափելու համար:

Պոտենցիալ էներգիա: Մենարկենք ուժերի պոտենցիալային դաշտում գտնվող մարմինը (նկատի ունենք նյութական կետր): Դաշտի յուրաքանչյուր կետին (որը բնութագրվում է \vec{r} շառավիղ-վեկտորով) համադրենք որևէ $U(\vec{r})$ ֆունկցիայի որոշակի արժեք: Սա կատարենք հետևյալ ձևով: Որևէ 0 սկզբնական համար բնդունենք ֆունկցիայի կամավոր արժեք, որը հավասար է U_0 -ի: Ֆունկցիայի U_1 արժեքը որևէ 1 կետում ստանալու համար U_0 -ին գումարենք A_{10} աշխատանքը, որը կատարում են դաշտի ուժերը մարմնի նկատմամբ, երբ մարմինը անդափոխվում է 1 կետից 0 կետը՝

$$U_1 = U_0 + A_{10}: \quad (27.9)$$

Նշենք, որ այս ձևով որոշված U ֆունկցիան ունի էներգիայի կամ աշխատանքի չափայնութիւն:

Քանի որ ուժերի պոտենցիալային դաշտում աշխատանքը ճանապարհից կախված չէ (տե՛ս § 26), ստացվում է, որ այս ձևով գտնված U_1 -ը միաբժեք է:

Համանման ձևով սրտում են $U(r)$ -ի արժեքները դաշտի մնացած բոլոր կետերի համար: Մասնավորապես $U(r)$ արժեքը 2 կետում հավասար է՝

$$U_2 = U_0 + A_{20} \quad (27.10)$$

Հաշվենք $U_1 - U_2$ տարբերությունը: Քրտ համար (27.9) արտահայտությունից հանենք (27.10)-ը և օգտվենք այն բանից, որ $A_{20} = -A_{02}$ (տե՛ս § 26): Արդյունքում կատանանք

$$U_1 - U_2 = (U_0 + A_{10}) - (U_0 + A_{20}) = A_{10} - A_{20} = A_{10} + A_{02}$$

Քայց $A_{10} + A_{02}$ գումարը տալիս է այն աշխատանքը, որ կատարում են դաշտի ուժերը մարմինը 1 կետից 2 կետը տեղափոխելիս հետագծով, որն անցնում է 0 կետով: Սակայն աշխատանքը, որ կատարվում է մարմնի նկատմամբ նրա ցանկացած սրևէ հետագծով 1 կետից 2 կետը տեղափոխվելիս (այդ թվում նաև՝ 0 կետով չանցնող), կլինի նույնաչիտին: Այդ պատճառով $A_{10} + A_{02}$ գումարը կարելի է գրել պարզապես A_{12} տեսքով: Արդյունքը կլինի

$$U_1 - U_2 = A_{12} \quad (27.11)$$

Այսպիսով, $U(r)$ ֆունկցիայի միջոցով կարելի է որոշել մարմնի նկատմամբ դաշտի ուժերի կատարած աշխատանքը ցանկացած ճանապարհի վրա, որն սկսվում է կամավոր ընտրած 1 կետում և ավարտվում կամավոր ընտրած 2 կետում: Պարզվում է, որ այս աշխատանքը 1—2 ճանապարհի վրա հավասար է $U(r)$ ֆունկցիայի նվազմանը: Վերջին հանգամանքը հիմք է տալիս $U(r)$ ֆիզիկական մեծությունը մեկնարանել որպես մեխանիկական էներգիայի սեռակ, որը կոչվում է պոտենցիալ էներգիա:

Քանի որ U_0 արժեքներն ընտրված են կամայականորեն [տե՛ս (27.9) բանաձևը], ապա պոտենցիալ էներգիան որոշվում է սրևէ անհայտ ազիտիվ հաստատունի ճշտությամբ:

Սակայն այս հանգամանքը ոչ մի նշանակություն չունի, քանի որ բոլոր ֆիզիկական առեւտությունների մեջ մտնում է միայն մարմնի երկու դիրքերին համապատասխանող Ս-ի արժեքների տարբերությունը: Գործնականում մարմնի որոշակի դիրքի համար Ս-ն ընդունում են զրոյի հավասար, իսկ մյուս դիրքերի էներգիաները հաշվում են՝ ելնելով վերոհիշյալ (զրոյի հավասար) էներգիայից:

Ս(r) ֆունկցիայի կոնկրետ տեսքը կախված է ուժային դաշտի բնույթից: Այսպես, ծանրության ուժերի դաշտում, Երկրի մակերևույթի մոտ m մասսայով մարմնի պոտենցիալ էներգիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$U = mgh, \quad (27.12)$$

որտեղ h -ը բարձրությունն է՝ հաշված այն մակարդակից, որի համար ընդունված է $U = 0$:

Սա անմիջականորեն հետևում է (26.5) բանաձևից, որը որոշում է ծանրության ուժերի կատարած աշխատանքը մարմինը h_1 -ից h_2 մակարդակը տեղափոխելու դեպքում:

Քանի որ Ս-ի հաշվանքի սկիզբը կարելի է ընտրել կամայականորեն, ապա պոտենցիալ էներգիան կարող է ստանալ բացասական արժեքներ: Եթե, օրինակ, ընդունենք, որ Երկրագնդի մակերևույթի վրա գտնվող մարմնի պոտենցիալ էներգիան հավասար է զրոյի, ապա h' խորության փոսի հատակի վրա գտնվող մարմնի (նկ. 63) պոտենցիալ էներգիան՝ $U = -mgh'$:

Վերևում քննարկված օրինակում $U = mgh$ պոտենցիալ էներգիան վերագրում էինք ծանրության ուժերի դաշտում գտնվող մարմնին: Սակայն, խիստ առած, պոտենցիալ էներգիան պետք է վերագրել միմյանց հետ փոխազդող մարմինների համակարգին: Այսպես, վերլուծված դեպքում $U = mgh$ -ը Երկրագնդ-մարմին համակարգի էներգիան է: Մարմինների համակարգի պոտենցիալ էներգիան կախված է այդ մարմինների միմյանց նկատմամբ ունեցած դասավորությունից:

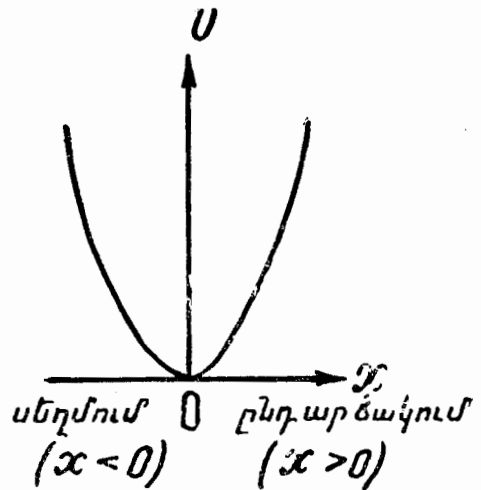
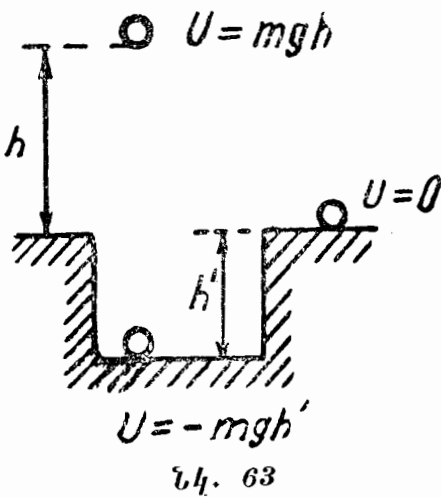
Պոտենցիալ էներգիայով կարող է օժտված լինել ոչ միայն փոխազդող մարմինների համակարգը, այլև առան-

ձին վերցրած առաձգական դեֆորմացիայի ենթարկված մարմինը (օրինակ՝ սեղմված կամ ձգված զսպանակը): Այս դեպքում պոտենցիալ էներգիան կախված է մարմնի առանձին մասերի՝ միմյանց նկատմամբ ունեցած դասավորությունից (օրինակ՝ զսպանակի հարեան գալալների միջև եղած հեռավորությունից):

(24.5)-ի համաձայն զսպանակը x մեծությունը ձգելու և սեղմելու համար անհրաժեշտ է կատարել $A = \frac{1}{2}kx^2$ աշխատանք: Այս աշխատանքը կատարվում է զսպանակի պոտենցիալ էներգիան մեծացնելու համար: Հետևաբար, զսպանակի U պոտենցիալ էներգիայի կախումը x երկարացումից կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$U = \frac{kx^2}{2} \quad (27.13)$$

Նկ. 64-ում այս կախումը ցույց է տրված գրաֆիկորեն:



Մարմինների համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան: Ընդհանուր առմամբ մարմինը կարող է միաժամանակ օժտված լինել թե՛ կինետիկ, և թե՛ պոտենցիալ էներգիաներով: Այս էներգիաների գումարը կազմում է լրիվ մեխանիկական էներգիան: Այսպես, Երկրագնդի մակերևութից h բարձրության վրա դրանվող և Երկրագնդի նկատմամբ v արագությունով շարժվող M մարմինն օժտված է հետևյալ լրիվ էներգիայով՝

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh \quad (27.14)$$

Ավելի ճիշտ, այս արտահայտությունը տալիս է Երկրագունդ-մարմին համակարգի լրիվ էներգիան. mgh -ը այս համակարգի փոխադարձ էներգիան է, $mv^2/2$ -ը՝ M մարմնի կինետիկ էներգիան, իսկ Երկրագնդի կինետիկ էներգիան դիտարկվող հաշվանքի համակարգում հավասար է զրոյի, որը հիմք է տալիս ասելու, որ (27.14)-ը M մարմնի էներգիան է:

Պոտենցիալ և կինետիկ էներգիաները կարող են փոխարինվել մեկը մյուսով: Քննարկենք սկզբում հանգստի վիճակում գտնվող մարմնի անկման դեպքը h բարձրությունից: Նախքան ընկնելը մարմնի կինետիկ էներգիան հավասար է զրոյի (մարմինը գտնվում է հանգստի վիճակում), իսկ պոտենցիալ էներգիան՝ mgh -ի: Անկման վերջում մարմինն օժտվում է

$$v = \sqrt{2gh} \quad (27.15)$$

արագությունով և, հետևաբար՝

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\sqrt{2gh})^2}{2} = mgh$$

կինետիկ էներգիայով: Եսլց զրա փոխարեն պոտենցիալ էներգիան $h = 0$ բարձրության վրա հավասարվում է զրոյի: Այսպիսով, պոտենցիալ էներգիան փոխարինվում է համարժեք քանակով կինետիկ էներգիայով:

Երկրագնդի մակերևույթից v արագությամբ ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմինը սկզբում օժտվում է $mv^2/2$ կինետիկ էներգիայով և զրոյի հավասար պոտենցիալ էներգիայով: Աստիճանաբար իր արագությունը կորցնելով, մարմինը կարող է բարձրանալ այնպիսի մի h բարձրության վրա, որը սկզբնական արագության հետ կապված է (27.15) ստանշանով:

h բարձրության վրա արագությունը, հետևաբար և մարմնի կինետիկ էներգիան կհավասարվեն զրոյի, իսկ զրա փոխարեն նրա պոտենցիալ էներգիան կհավասարվի կինետիկ էներգիայի սկզբնական: պաշարին:

Երկու դեպքում էլ (Երկրագնդի մակերևույթի մոտ մարմնի անկումը և բարձրացումը) մարմնի լրիվ էներգիան մնում է անփոփոխ (մարմնի շարժման ժամանակ օդի դիմադրությունն անտեսում ենք): Հեշտ է համոզվել այն բա-

նում, որ ցանկացած միջանկյալ h' ($0 < h' < h$) բարձրության վրա

$$\frac{mv'^2}{2} + mgh'$$

գումարը (v' -ը արագությունն է h' բարձրության վրա) հավասար է mgh -ի կամ $\frac{mv^2}{2} - h^1$:

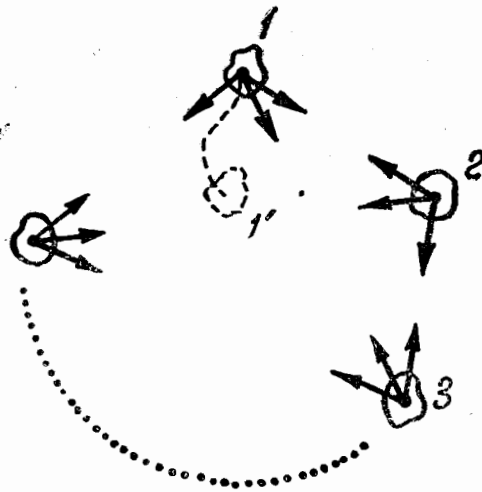
Այսպիսի արդյունք ստացվեց, որովհետև մարմինը գրավում էր միայն պոտենցիալ էներգիա պայմանավորող ուժի ազդեցության տակ (mg -ն ներքին ուժն է, որը գործում է Երկրագունդ-մարմին համակարգում): Գործն այլ կերպ է դասավորվում արտաքին ուժերի ազդեցության դեպքում: Համակարգը կազմող մարմինների վրա այդ ուժերի կատարած աշխատանքի հաշվին տեղի կունենա համակարգի լրիվ էներգիայի փոփոխություն: Դիցուք սկզբնական դիրքում Երկրագնդի մակերևույթի վրա հանգստի վիճակում գտնվող M մարմնի վրա¹ ազդում է mg ծանրության ուժից ավելի մեծ, ուղղահիգ դեպի վեր ուղղված \tilde{F} ուժը (այսպիսի ուժեր² կարող են առաջացնել այն մարմինները, որոնք չեն մտնում Երկրագունդ- M մարմին համակարգի կազմի մեջ): Այդ դեպքում մարմինը սկսում է վեր բարձրանալ ինչ-որ արագացումով, որի³ հետևանքով նրա պոտենցիալ և կինետիկ էներգիաներն սկսում են աճել, ընդ որում լրիվ էներգիայի աճը հավասար է M մարմնի վրա արտաքին \tilde{F} ուժի կատարած աշխատանքին:

Կենսերվատիվ ուժերով միմյանց վրա ազդող N մարմիններից կազմված համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան բաղկացած է որպես մեկ ամբողջություն կազմող համակարգի պոտենցիալ էներգիայից և համակարգի կինետիկ էներգիայից, որն իր հերթին բաղկացած է այդ համակարգը կազմող առանձին մարմինների կինետիկ էներգիաներից, այսինքն՝

$$E = U + T = U + \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2}; \quad (27.16)$$

¹ Մա հանձնարարվում է կատարել որպես վարժություն:

Էներգիայի պահպանման օրենքը: Քննարկենք այնպիսի N մարմիններից բաղկացած համակարգ, որոնց միջև գործում են միայն կոնսերվատիվ ուժեր (նկ. 65): Ենթադրենք, թե 1 մարմինը որևէ հետագծով տեղաշարժվում է 1 դիրքը: Այս դեպքում 1 մարմնի վրա մնացած մարմինների ազդող ուժերը կկատարեն մի աշխատանք, որը կախված չէ 1 մարմ-



նկ. 65

նի տեղափոխման ճանապարհից և որոշվում է միայն մյուս մարմինների նկատմամբ գրաված սկզբնական և վերջնական դիրքերով: Համանման ձևով բոլոր N մարմինների նոր դիրք գրավելու դեպքում ավյալ համակարգում գործող կոնսերվատիվ ուժերն այս մարմինների վրա կկատարեն որոշ աշխատանք, որի մեծությունը կախված է միմյանց նկատմամբ ունեցած այս մարմինների սկզբնական և վերջնական դասավորությունից: Հետևաբար, մարմինների յուրաքանչյուր փոխադարձ դասավորությունը (յուրաքանչյուր կոնֆիգուրացիային) կարելի է վերագրել U պոտենցիալ էներգիայի որոշակի արժեք և մի կոնֆիգուրացիայից մյուսին անցնելիս կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքը կհավասարվի այդ կոնֆիգուրացիաներին համապատասխանող U -ի արժեքների տարբերությունը, այսինքն՝

$$A_{12} = U_1 - U_2; \quad (27.17)$$

Ի հյուսք համակարգի մարմինների վրա, ներքին կոնսերվատիվ ուժերից բացի, ազդում են նաև արտաքին ուժեր: Համակարգի i -րդ մարմնի վրա կիրառված բոլոր ուժերի կատարած աշխատանքը կարելի է ներկայացնել ավյալ մարմնի վրա ազդող ներքին ուժերի կատարած $(A_{12})_i$ աշխատանքի և արտաքին ուժերի կատարած A'_i աշխատանքի գումարի տեսքով: Ինչպես գիտենք, կատարված լրիվ աշ-

խատանքը որոշում է մարմնի կինետիկ էներգիայի աճը [տե՛ս (27.8)-ը]: Հետևաբար՝

$$(A_{12})_i + A'_i = (T_2)_i - (T_1)_i \quad (27.18)$$

(27.18) արտահայտությունը գումարելով, համակարգի բոլոր մարմինների համար կատանանք

$$\sum (A_{12})_i + \sum A'_i = \sum (T_2)_i - \sum (T_1)_i \quad (27.19)$$

(27.19) արտահայտության առաջին գումարելին կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքն է մարմինների նկատմամբ համակարգը սկզբնական (առաջին) կոնֆիգուրացիայից վերջնական (երկրորդ) կոնֆիգուրացիային անցնելիս: (27.17)-ի համաձայն այս աշխատանքը կարող է ներկայացվել որպես պրոցեսի սկզբում և վերջում համակարգի ունեցած պոտենցիալ էներգիայի արժեքների տարբերություն.

$$\sum (A_{12})_i = U_1 - U_2:$$

(27.19) արտահայտության ձախ մասի երկրորդ գումարը արտաքին ուժերի կատարած լրիվ աշխատանքն է համակարգի մարմինների վրա: Այն նշանակենք A' -ով:

Ակնհայտ է, որ (27.19)-ի աջ մասը հավասար է $T_2 - T_1$ -ի, այսինքն՝ համակարգի վերջնական և սկզբնական վիճակներում ունեցած լրիվ կինետիկ էներգիայի արժեքների տարբերությունը:

Այսպիսով, 27.19 բանաձևին կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$U_1 - U_2 + A' = T_2 - T_1:$$

Անդամները համապատասխանորեն խմբավորելով, կատանանք

$$(T_2 + U_2) - (T_1 + U_1) = A':$$

Վերջապես, համակարգի լրիվ էներգիան նշանակելով $E = T + U$ -ով, կհանդենք հետևյալ առնչությունը՝

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A': \quad (27.20)$$

Այսպիսով, միմյանց վրա կոնսերվատիվ ուժերով ազդող մարմիններից բաղկացած համակարգի լրիվ էներգիայի աճը հավասար է համակարգի մարմինների վրա կիրառված արտաքին ուժերի կատարած աշխատանքին:

Եթե համակարգը փակ է, այսինքն՝ արտաքին ուժերը բացակայում են, (27.20)-ի համաձայն $\Delta E = 0$, որտեղից

$$E = \text{const:} \quad (27.21)$$

(27.20) և (27.21) բանաձևերի հիմքում ընկած է մեխանիկայի հիմնական օրենքներից մեկի՝ էներգիայի պահպանման օրենքի էսթիմանը: Մեխանիկայում այս օրենքը ձևակերպվում է հետևյալ կերպ. միմյանց վրա միայն կոնսերվատիվ ուժերով ազդող մարմիններից բաղկացած փակ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան մնում է հաստատուն:

Եթե փակ համակարգի կոնսերվատիվ ուժերից բացի գործում են նաև ոչ կոնսերվատիվ ուժեր, օրինակ, շփման ուժերը, ապա համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում: Ոչ կոնսերվատիվ ուժերը դիտելով որպես արտաքին ուժեր, կարելի է գրել

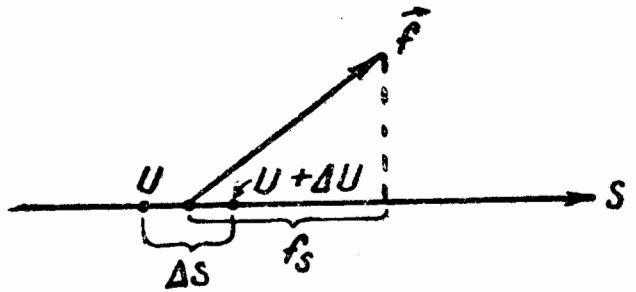
$$E_2 - E_1 = A_{\text{ուչ}}$$

որտեղ $A_{\text{ուչ}}$ -ը ոչ կոնսերվատիվ ուժերի կատարած աշխատանքն է:

Որպես կանոն, շփման ուժերը կատարում են բացասական աշխատանք (տե՛ս էջ 107-ի տողատակի ծանոթությունը): Ուստի փակ համակարգում շփման ուժերի առկայությունը հանգեցնում է նրա լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոքրացմանը ժամանակի ընթացքում: Շփման ուժերի ազդեցությունը հանգեցնում է մեխանիկական էներգիայի փոխարկմանը այլ՝ ոչ մեխանիկական էներգիայի ձևերի: Այս գեպքում տեղի ունի պահպանման ավելի ընդհանուր հետևյալ օրենքը. ցանկացած արտաքին ազդեցություններից մեկուսացված համակարգի բոլոր ձևերի էներգիաների (ներառյալ նաև ոչ մեխանիկական) գումարը մնում է հաստատուն:

§ 28. Ուժի և պոտենցիալ էներգիայի կապը

Պոտենցիալային դաշտում յուրաքանչյուր կետին համապատասխանում է, մի կողմից, մարմնի վրա ազդող ուժի \vec{F} վեկտորի որևէ արժեք, իսկ մյուս կողմից՝ մարմնի U պոտենցիալ էներգիայի որևէ արժեք: Հետևաբար, ուժի և պոտենցիալ էներգիայի միջև պետք է գոյություն ունենա որոշակի կապ: Այս կապը որոշելու համար հաշվենք դաշտի ուժերի կատարած տարրական ΔA աշխատանքը՝ տարածության մեջ կամայականորեն ընտրված S ուղղությամբ փոքր ΔS չափով մարմինը տեղափոխելիս (նկ. 66): Այդ աշխատանքը՝



$$\Delta A = f_s \Delta S, \quad (28.1)$$

նկ. 66

որտեղ f_s -ը \vec{F} ուժի պրոյեկցիան է S ուղղության վրա:

Քանի որ տվյալ դեպքում աշխատանքը կատարվում է պոտենցիալ էներգիայի պաշարի հաշվին, ուրեմն հավասար կլինի պոտենցիալ էներգիայի $-\Delta U$ նվազմանը S առանցքի ΔS հատվածի վրա, այսինքն՝

$$\Delta A = -\Delta U: \quad (28.2)$$

Համեմատելով (28.1)-ը և (28.2)-ը՝ կստանանք

$$f_s \Delta S = -\Delta U,$$

որտեղից

$$f_s = -\frac{\Delta U}{\Delta S}: \quad (28.3)$$

(28.3) արտահայտությունը տալիս է f_s -ի միջին արժեքը ΔS հատվածի վրա: f_s -ի արժեքը տվյալ կետում գտնելու համար պետք է կատարել սահմանային անցում, այսինքն՝

$$f_s = -\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta S}, \quad (28.4)$$

Քանի որ U -ն փոխվում է ոչ միայն s առանցքի ուղղութեամբ, այլև այլ ուղղություններով տեղափոխվելիս, ապա (28.4) բանաձևի սահմանն իրենից ներկայացնում է U -ի այսպես կոչված մասնակի ածանցյալը ըստ s -ի.

$$f_s = - \frac{\partial U}{\partial s}; \quad (28.5)$$

(28.5) առնչությունն իրավացի է տարածության մեջ ցանկացած ուղղութեան համար, մասնավորապես նաև դեկարտյան կոորդինատների x , y , z առանցքների համար.

$$\left. \begin{aligned} f_x &= - \frac{\partial U}{\partial x}, \\ f_y &= - \frac{\partial U}{\partial y}, \\ f_z &= - \frac{\partial U}{\partial z}; \end{aligned} \right\} \quad (28.6)$$

(28.6) բանաձևերը որոշում են ուժի վեկտորի պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա: Եթե հայտնի են այդ պրոյեկցիաները, կարելի է որոշել նաև ուժի վեկտորը: (28.6)-ի համաձայն

$$\vec{f} = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right); \quad (28.7)$$

Մաթեմատիկայում

$$\frac{\partial a}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial a}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial a}{\partial z} \vec{k}.$$

վեկտորը, որտեղ a -ն x -ից, y -ից և z -ից կախված սկալյար ֆունկցիա է, կոչվում է այդ սկալյարի գրադիենտ և նշանակվում է $\text{grad } a$ -ով: Հետևաբար, ուժը հավասար է պատենցիալ էներգիայի գրադիենտին՝ վերցրած հակառակ նշանով.

$$\vec{f} = - \text{grad } U; \quad (28.8)$$

Օրինակ: Որպես օրինակ վերցնենք ծանրության ուժերի դաշտը: Z առանցքն ուղղենք ուղղաձիգ դեպի վերև

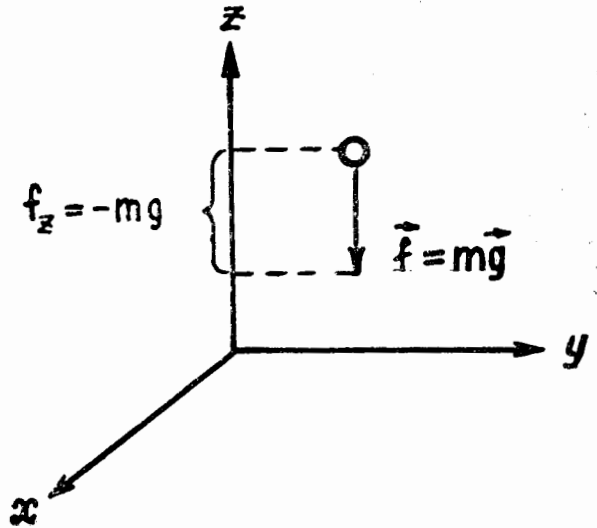
(նկ. 67): Կոորդինատային առանցքների այսպիսի ընտրության դեպքում պոտենցիալ էներգիան կունենա հետևյալ տեսքը [տե՛ս (27.12)]՝

$$U = mgz + \text{const.}$$

Ուժի պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա (28.6)-ի համաձայն կլինեն

$$f_x = 0, \quad f_y = 0,$$

$$f_z = -mg,$$



որտեղից հետևում է, որ ուժը հավասար է mg -ի

նկ. 67

և ուղղված է Z ուղղութիւնը հակառակ, այսինքն՝ ուղղաձիգ դեպի ներքև:

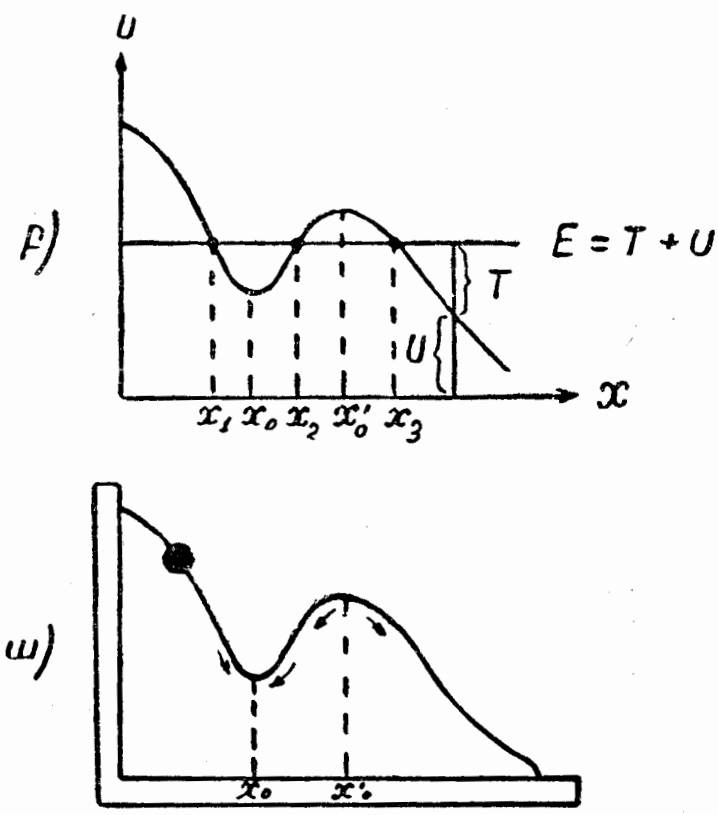
§ 29. Մեխանիկական համակարգի հավասարակշռության պայմանները

Փակ համակարգում լրիվ էներգիան մնում է հաստատուն, որովհետև կինետիկ էներգիան կարող է աճել միայն պոտենցիալ էներգիայի հաշվին: Եթե համակարգը գտնվում է այնպիսի վիճակում, որ բոլոր մարմինների արագությունները հավասար են զրոյի, իսկ պոտենցիալ էներգիան ունի մինիմալ արժեք, ապա առանց արտաքին ազդեցության համակարգի մարմինները չեն կարող շարժման մեջ դրվել, այսինքն՝ համակարգը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում:

Այսպիսով, փակ համակարգը հավասարակշռության վիճակում կարող է գտնվել մարմինների միայն այնպիսի կոնֆիգուրացիայի դեպքում, որին համապատասխանում է համակարգի նվազագույն պոտենցիալ էներգիա:

Քննարկենք այն դեպքը, երբ համակարգի մարմինների

փոխադարձ դասավորությունը կարելի է որոշել միայն մի մեծություն, օրինակ՝ x կոորդինատի միջոցով: Որպես օրինակ կարելի է բերել երկրագունդ-գնդիկ համակարգը. ընդ որում գնդիկը առանց շփվելու սահում է անշարժ ամրացված ծոված հաղորդալարի վրայով (նկ. 68, ա): Մեկ այլ օրինակ կարող է ծառայել զսպանակի ծայրին ամրացված գնդիկը, որը սահում է հորիզոնական ուղղորդներով (նկ. 69, ա): $U(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկները ցույց են արված նկ. 68, բ-ում և նկ. 69, բ-ում: U -ի մինիմումներին հա-



Նկ. 68

մապատասխանում են x_0 -ի հավասար x -ի արժեքները (նկ. 69-ում x_0 -ն դեֆորմացիայի չենթարկված զսպանակի երկարությունն է): U -ի մինիմումի պայմանն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{dU}{dx} = 0: \tag{29.1}$$

(28.6)-ի համաձայն (29.1) պայմանը համարժեք է այն բանին, որ

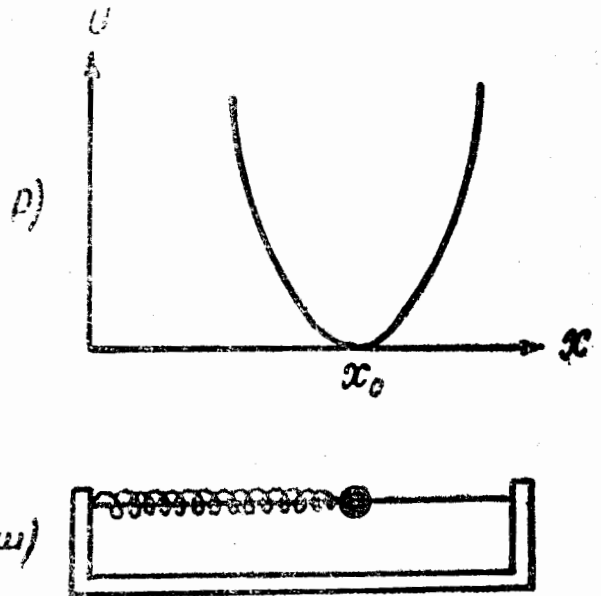
$$f_x = 0 \tag{29.2}$$

(եթե U -ն միայն մեկ x փոփոխականից կախված ֆունկցիա է, ապա $\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{dU}{dx}$):

Այսպիսով, պոտենցիալ էներգիայի միջինում արժեքին համապատասխանող համակարգի կոնֆիգուրացիան օժտված է այն հատկությամբ, որ համակարգի մարմինների վրա ազդող ուժերը հավասար են զրոյի: Այս արդյունքը իրավացի է նաև ընդհանուր դեպքում, երբ U -ն մի քանի փոփոխականներից կախված ֆունկցիա է:

Նկ. 68-ում պատկերված դեպքում (29.1) և (29.2) պայմանները տեղի են ունենում նաև x -ի համար, որը հավասար է x'_0 -ի (այսինքն՝ U -ի մաքսիմումի դեպքում): x -ի այս արժեքով որոշված գնդիկի դիրքը նույնպես կլինի հավասարակշռության դիրք: Սակայն այս հավասարությունն, ի տարբերություն $x = x_0$ հավասարակշռության, կլինի անկայուն: Բավական է գնդիկը թևթևակի դուրս բերել հավասարակշռության վիճակից, և այդ պատճառով առաջացած ուժը գնդիկը կհեռացնի x'_0 դիրքից: Գնդիկը կայուն հավասարակշռության դիրքից (որի համար $x = x_0$) շեղելու դեպքում առաջացած ուժերը ուղղվում են այնպես, որ ձգտում են գնդիկը վերադարձնել հավասարակշռության դիրքին:

Իմանալով համակարգի պոտենցիալ էներգիան արտահայտող ֆունկցիայի տեսքը, կարելի է մի շարք եզրակացություններ անել շարժման բնույթի մասին: Սա բացատրենք՝ օգտվելով նկ. 68, բ-ում պատկերված գրաֆիկից: Եթե համակարգի լրիվ էներգիան ունի գրաֆիկում պատկերված հորիզոնական ուղղին համապատասխանող արժեք, համակարգը կշարժվի կամ x_1 -ից մինչև x_2 սահմաններում, կամ



Նկ. 69

համակարգը կշարժվի կամ x_1 -ից մինչև x_2 սահմաններում, կամ

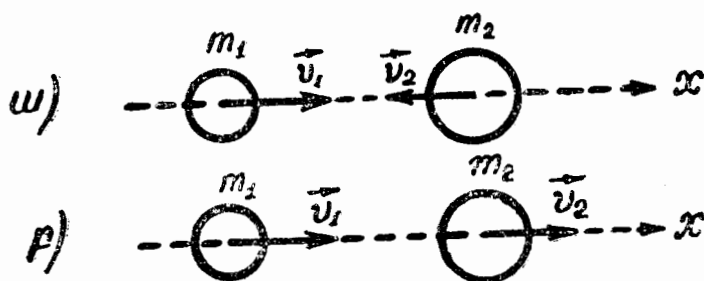
x_3 -ից մինչև անսահմանություն: Համակարգը $x < x_1$ և $x_2 < x < x_3$ տիրույթները մտնել չի կարող, քանի որ պոտենցիալ էներգիան չի կարող լրիվ էներգիայից մեծ լինել (եթե դա տեղի ունենար, ապա կինետիկ էներգիան կլիներ բացասական): Այսպիսով, $x_2 < x < x_3$ տիրույթն իրենից ներկայացնում է պոտենցիալային պատնեշ, որի վրայով համակարգը չի կարող անցնել՝ ունենալով լրիվ էներգիայի տվյալ պաշարը: Նկ. 68, բ-ն բացատրում է, թե ինչպես Ս գրաֆիկի միջոցով կարելի է որոշել կինետիկ էներգիան, որով օժտված է համակարգը x -ի տվյալ արժեքի դեպքում:

§ 30. Գնդերի կենտրոնական հարվածը

Մարմիններն իրար հետ բախվելիս ենթարկվում են դեֆորմացիայի: Այդ դեպքում կինետիկ էներգիան, որով օժտված էին մարմինները հարվածից առաջ, մասամբ կամ լրիվ անցնում է առաձգական դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիայի և, այսպես կոչված, մարմնի ներքին էներգիայի: Մարմինների ներքին էներգիայի աճն ուղեկցվում է նրանց շերմաստիճանի բարձրացումով:

Գոյություն ունեն հարվածի երկու սահմանային տեսակներ. բացարձակ առաձգական և բացարձակ ոչ առաձգական հարվածներ: Առաջարձակ առաձգական կոչվում է այն հարվածը, որի դեպքում մարմինների մեխանիկական էներգիան չի անցնում այլ՝ ոչ մեխանիկական տեսակների: Այսպիսի հարվածի դեպքում կինետիկ էներգիան լրիվ կամ մասնակի փոխարկվում է առաձգական դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիայի: Այնուհետև, մարմիններն իրար հրելով՝ նորից ստանում են իրենց սկզբնական ձևը: Ի վերջո առաձգական դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիան նորից անցնում է կինետիկ էներգիայի, և մարմինները իրարից հեռանում են այնպիսի արագություններով, որոնց մեծությունը և ուղղությունը որոշվում են հետևյալ երկու պայմաններից՝ մարմինների համակարգի լրիվ էներգիայի և լրիվ իմպուլսի պահպանման պայմաններից:

Բացարձակ ոչ առաձգական հարվածը բնորոշ է նրանով, որ այս դեպքում դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիա չի առաջանում. մարմինների կինետիկ էներգիան լրիվ կամ մասամբ փոխարկվում է ներքին էներգիայի: Հարվածից հետո բախվող մարմինները կամ շարժվում են միատեսակ արագությունով, կամ մնում են հանգստի վիճակում: Բացարձակ ոչ առաձգական հարվածից հետո տեղի ունի միայն իմպուլսի պահպանման օրենքը, իսկ մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը տեղի չի ունենում. տեղի ունի տարբեր տեսակների՝ մեխանիկական և ներքին էներգիաների գումարի պահպանման օրենքը: Սահմանափակվենք երկու գնդերի կենտրոնական հարվածի քննարկումով: Հարվածը կոչվում է կենտրոնական, եթե գնդերը նախքան բախումը շարժվում են նրանց կենտրոններն իրար միացնող ուղղի երկարությամբ: Կենտրոնական հարվածը կարող է տեղի ունենալ, եթե՝ 1) գնդերը շարժվում են իրար հանդեպ (նկ. 70, ա) և 2) գնդերից մեկը հասնում է մյուսին (նկ. 70, բ):



Նկ. 70

Ենթադրենք, թե գնդերը կազմում են փակ համակարգ կամ գնդերի վրա կիրառված արտաքին ուժերը հավասարակշռում են իրար:

Նախ քննարկենք բացարձակ ոչ առաձգական հարվածը: Դիցուք, գնդերի մասսաները հավասար են m_1 -ի և m_2 -ի, իսկ արագությունները նախքան հարվածը՝ \vec{v}_{10} -ի և \vec{v}_{20} -ի: Իմպուլսի պահպանման օրենքի համաձայն հարվածից հետո գնդերի իմպուլսը պետք է լինի այնպիսին, ինչպիսին նախքան հարվածն էր.

$$m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}, \quad (30.1)$$

որտեղ \vec{V} -ն երկու գնդերի միատեսակ արագությունն է հարվածից հետո:

(30.1)-ից հետևում է

$$\vec{V} = \frac{m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20}}{m_1 + m_2}; \quad (30.2)$$

Քանի որ \vec{v}_{10} և \vec{v}_{20} վեկտորներն ուղղված են միևնույն ուղղի երկարությամբ, ապա \vec{V} վեկտորը կունենա այդ ուղղի հետ համընկնող ուղղություն: Բ)-ի դեպքում (տես նկ. 70) այն ուղղված է \vec{v}_{10} և \vec{v}_{20} վեկտորների կողմը: ա)-ի դեպքում \vec{V} վեկտորն ուղղված է \vec{v}_{10} վեկտորներից այն մեկի կողմը, որի համար $m_i v_{i0}$ արտադրյալն ավելի մեծ է:

\vec{V} վեկտորի մոդուլը կարելի է հաշվել հետևյալ բանաձևով՝

$$V = \left| \frac{m_1 v_{10} \pm m_2 v_{20}}{m_1 + m_2} \right|, \quad (30.3)$$

որտեղ v_{10} -ը և v_{20} -ը վեկտորների մոդուլներն են, « — » նշանը համապատասխանում է ա) դեպքին, իսկ « + » նշանը՝ Բ) դեպքին:

Այժմ քննարկենք բացարձակ առաձգական հարվածը: Այսպիսի հարվածի դեպքում տեղի ունեն երկու պահպանման օրենքներ՝ իմպուլսի պահպանման և մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքները:

Նշանակենք գնդերի մասսաները m_1 -ով և m_2 -ով, գնդերի արագությունները նախքան հարվածը՝ \vec{v}_{10} -ով և \vec{v}_{20} -ով, և, վերջապես, գնդերի արագությունները հարվածից հետո \vec{v}_1 -ով և \vec{v}_2 -ով: Գրենք իմպուլսի և էներգիայի պահպանման օրենքները.

$$m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \quad (30.4)$$

$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (30.5)$$

¹ Տե՛ս (24.7)-ը:

(30.4)-ը ձևափոխենք հետևյալ կերպ՝

$$m_1(\vec{v}_{10} - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_{20}): \quad (30.6)$$

Նկատի ունենալով, որ $(A^2 - B^2) = (\vec{A} - \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})$, (30.5)-ին տանք հետևյալ տեսքը՝

$$m_1(\vec{v}_{10} - \vec{v}_1) \cdot (\vec{v}_{10} + \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_{20}) \cdot (\vec{v}_2 + \vec{v}_{20}): \quad (30.7)$$

Ելնելով համաչափությունից, կարելի է պնդել, որ հարվածից հետո գնդերի արագությունները պետք է ուղղված լինեն այն գծի ուղղությամբ, որի երկարությամբ շարժվել են գնդերի կենտրոնները նախքան հարվածը: Հետևաբար, (30.6)-ի և (30.7)-ի բոլոր վեկտորները համագիծ են: Դա հնարավորություն է տալիս (30.6)-ը և (30.7)-ը իրար հետ համեմատելիս եզրակացնել, որ

$$\vec{v}_{10} + \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_{20}: \quad (30.8)$$

Բազմապատկելով (30.8)-ը m_2 -ով և ստացված արդյունքը հանելով (30.6)-ից, սպա բազմապատկելով (30.8)-ը m_1 -ով և ստացված արդյունքը գումարելով (30.6)-ին՝ կստանանք գնդերի արագությունները հարվածից հետո.

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_1 &= \frac{2m_2\vec{v}_{20} + (m_1 - m_2)\vec{v}_{10}}{m_1 + m_2}, \\ \vec{v}_2 &= \frac{2m_1\vec{v}_{10} + (m_2 - m_1)\vec{v}_{20}}{m_1 + m_2} \end{aligned} \right\} \quad (30.9)$$

Թվալին հաշվումների համար (30.9)-ը պրոյեկտենք \vec{v}_{10} վեկտորի ուղղությւն վրա: Այդ դեպքում

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\mp 2m_2v_{20} + (m_1 - m_2)v_{10}}{m_1 + m_2}, \\ v_2 &= \frac{2m_1v_{10} \mp (m_2 - m_1)v_{20}}{m_1 + m_2}. \end{aligned}$$

Այս բանաձևերում V_{10} -ը և V_{20} -ը մոդուլներն են, իսկ V_1 -ը և V_2 -ը՝ համապատասխան վեկտորների պրոյեկցիաները, վերևի « — »-ը համապատասխանում է իրար հանդեպ շարժվող գնդերի դեպքին, իսկ « + »-ը՝ այն դեպքին, երբ գրնդերից առաջինը հասնում է երկրորդին:

Նշենք, որ բացարձակ առաձգական հարվածից հետո գնդերի արագությունները չեն կարող միատեսակ լինել: Իրոք, հավասարեցնելով իրար V_1 -ի և V_2 -ի համար գրված (30.9) արտահայտությունները և համապատասխան ձևափոխություններ անելով, կստանանք

$$\vec{V}_{10} = \vec{V}_{20}:$$

Հետևաբար, հարվածից հետո գնդերի արագությունները միատեսակ լինելու համար անհրաժեշտ է, որ նախքան հարվածը նրանց արագությունները նույնպես միատեսակ լինեն: Սակայն այս դեպքում բախում տեղի չի ունենա: Այստեղից հետևում է, որ հարվածից հետո գնդերի ունեցած արագությունների հավասարության պայմանը անհամատեղելի է էներգիայի պահպանման օրենքի հետ: Այսպիսով, ոչ առաձգական հարվածի դեպքում մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում. այն մասամբ փոխարկվում է բախվող մարմինների ներքին էներգիայի, որը մարմինների տաքացման պատճառն է:

Քննարկենք այն դեպքը, երբ բախվող գնդերի մասսաներն իրար հավասար են, այսինքն՝ $m_1 = m_2$: Այս պայմանի դեպքում (30.9)-ից հետևում է

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{20}, \quad \vec{V}_2 = \vec{V}_{10},$$

այսինքն՝ գնդերը բախման դեպքում փոխանակում են իրենց արագությունները: Մասնավորապես, եթե միատեսակ մասսաներ ունեցող գնդերից մեկը, օրինակ՝ երկրորդը, նախքան բախումը դանվում է հանգստի վիճակում, ապա հարվածից հետո այն կշարժվի այնպիսի արագությամբ, ինչպիսի արագությամբ օժտված էր սկզբում առաջին գունդը: Հարվածից հետո առաջին գունդը մնում է անշարժ:

(30,9) բանաձևով կարելի է որոշել գնդի արագությունը, որը նա ձեռք է բերում անշարժ կամ շարժվող պատի (որը կարելի է դիտել որպես անսահման մեծ m_2 մասսա և անսահման մեծ շառավիղ ունեցող գունդ) հետ առաձգականորեն բախվելուց հետո: (30,9) արտահայտություն համարիչը և հայտարարը m_2 -ի բաժանելուց և m_1/m_2 արտադրիչներ պարունակող անդամներն անտեսելուց հետո կստանանք

$$\vec{V}_1 = 2\vec{V}_{20} - \vec{V}_{10},$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{20}:$$

Ինչպես հետևում է ստացված արդյունքից, պատի արագությունը մնում է անփոփոխ: Եթե պատն անշարժ է ($\vec{V}_{20} = 0$), գնդի արագությունը փոխում է իր ուղղությունը և շարժվում է հակառակ ուղղությամբ: Շարժվող պատի դեպքում փոխվում է նաև գնդի արագության մեծությունը (այն աճում է $2V_{20}$ -ով, եթե պատը շարժվում է գնդի հանդեպ, և նվազում է $2V_{20}$ -ով, եթե պատը «հեռանում է» իր ետևից հասնող գնդից):

IV Գ Լ Ո Ի Խ

ՀԱՇՎԱՆՔԻ ՈՉ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

§ 31. Ինտերցիայի ուժեր

Ինչպես նշվեց (տե՛ս § 13), Նյուտոնի օրենքները իրավացի են միայն հաշվանքի ինտերցիալ համակարգերում: Բոլոր ինտերցիալ համակարգերի նկատմամբ տվյալ մարմինը օժտված է միևնույն \vec{w} արագացումով: Քանի որ ցանկացած հաշվանքի ոչ ինտերցիալ համակարգը ինտերցիալ համակարգի նկատմամբ շարժվում է որևէ արագացումով, ապա հաշվանքի ոչ ինտերցիալ համակարգում մարմնի \vec{w}' արագացումը կլինի \vec{w} -ից տարբեր: Հաշվանքի ինտերցիալ և ոչ ինտերցիալ համակարգերում մարմնի ունեցած արագացումների տարբերությունը նշանակենք \vec{a} -ով՝

$$\vec{w} - \vec{w}' = \vec{a}: \quad (31.1)$$

Եթե հաշվանքի ոչ ինտերցիալ համակարգը ինտերցիալի նկատմամբ շարժվում է համընթաց, ապա \vec{a} -ն համընկնում է հաշվանքի ոչ ինտերցիալ համակարգի արագացման հետ: Պտտական շարժման դեպքում ոչ ինտերցիալ համակարգի տարբեր կետերը ունեն տարբեր արագացումներ: Այս դեպքում \vec{a} -ն չի կարելի համարել այնպիսի արագացում, որով

ոչ իներցիալ համակարգը շարժվում է իներցիալի նկատմամբ:

Դիցուք տվյալ մարմնի վրա մյուս մարմինների կողմից ազդող բոլոր ուժերի արդյունարար ուժը հավասար է \vec{f} -ի: Այդ դեպքում ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի

$$\vec{w} = \frac{1}{m} \vec{f};$$

(31.1)-ի համաձայն արագացումը հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգի նկատմամբ կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{w}' = \vec{w} - \vec{a} = \frac{1}{m} \vec{f} - \vec{a}:$$

Այսպիսով, եթե նույնիսկ մարմնի նկատմամբ կիրառված բոլոր ուժերի արդյունարարը հավասար լինի զրոյի, մարմինը հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգի նկատմամբ կշարժվի — \vec{a} արագացումով, այսինքն՝ այնպես, ինչպես եթե նրա վրա ազդեր — $m\vec{a}$ -ին հավասար մի ուժ:

Հետևաբար, հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգերում շարժումը նկարագրելիս կարելի է օգտվել միայն իներցիալ համակարգերի համար իրավացի դինամիկայի հավասարումներից, եթե այն ուժերից բացի, որոնցով մարմիններն ազդում են իրար վրա, հաշվի առնենք, այսպես կոչված, \vec{f}_{in} իներցիայի ուժերը, որոնք պետք է ենթադրել, որ հավասար են մարմնի մասսայի և հաշվանքի իներցիալ և ոչ իներցիալ համակարգերի նկատմամբ նրա ունեցած արագացումների տարբերության արտադրյալին հակառակ նշանով, այսինքն՝

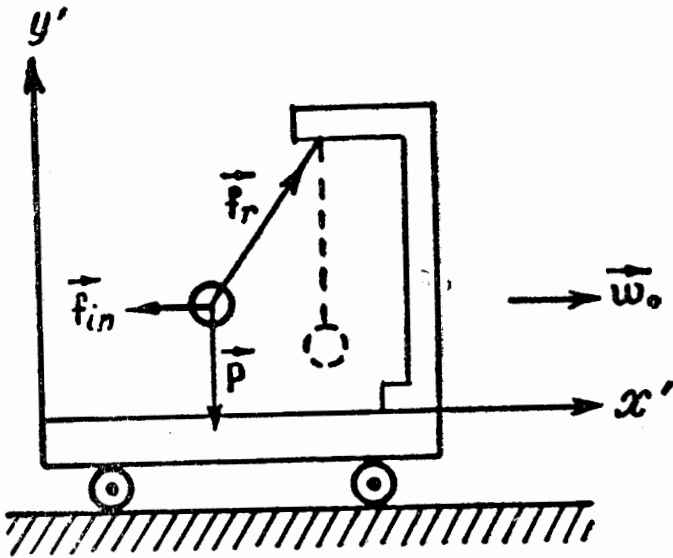
$$\vec{f}_{in} = -m(\vec{w} - \vec{w}') = -m\vec{a}: \quad (31.2)$$

Այդ դեպքում Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգի համար կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$m\vec{w}' = \vec{f} + \vec{f}_{in}: \quad (31.3)$$

Այս բոլորը բացատրենք հետևյալ օրինակով: Սալլակին

ամրացված բարձակից թեւով կախված է ծանրոցը (նկ.71): Քանի դեռ սայլակը հանգստանում է կամ շարժվում է առանց արագացման, թեւը գտնվում է ուղղաձիգ դիրքում, և ծանրության \vec{P} ուժը հավասարակշռվում է թեւի \vec{F}_r հակազդումով: Այժմ սայլակը դնենք համընթաց շարժման մեջ \vec{W}_0



Նկ. 71

արագացումով: Թեւը ուղղաձիգ դիրքից կշեղվի այնպիսի անկյունով, որ \vec{P} և \vec{F}_r ուժերի արդյունարարը կապահովի մարմնի \vec{W}_0 -ին հավասար արագացում: Սայլակի հետ կապված հաշվանքի համակարգի նկատմամբ մարմինը գտնվում է հանգըստի վիճակում, չնայած նրան, որ \vec{P} -ի և \vec{F}_r -ի արդյունարար ուժը զրոյից տարբեր է: Հաշվանքի այս համակարգի նկատմամբ մարմնի արագացման բացակայությունը ձևականորեն կարելի է բացատրել նրանով, որ, \vec{P} և \vec{F}_r ուժերից բացի, մարմնի վրա ազդում է նաև իներցիայի ուժը.

$$\vec{F}_{in} = - m\vec{W}_0: \quad (31.4)$$

Իներցիայի ուժերի մտցնելը հնարավորություն է տալիս նկարագրել մարմինների շարժումը ցանկացած (ինչպես իներցիալ, այնպես էլ ոչ իներցիալ) հաշվանքի համակարգերում, շարժման միեւնույն հավասարումների միջոցով:

Պետք է պարզ կերպով հասկանալ, որ իներցիայի ուժերը չի կարելի դասել այնպիսի կարգի ուժերի շարքը, ինչպիսիք են առաձգական, գրավիտացիոն և շփման ուժերը (այսինքն՝ տվյալ մարմնի վրա այլ մարմինների ազդեցությամբ պայմանավորված ուժերի դասին): Իներցիայի ուժերը պայմանավորված են հաշվանքի այն համակարգի հատկություններով, որում դիտվում են մեխանիկական երևույթները: Այս իմաստով նրանց կարելի է անվանել կեղծ ուժեր:

Իներցիայի ուժերի դիտարկումը սկզբունքորեն անհրաժեշտ է: Ըստ էության ցանկացած շարժումը միշտ կարելի է դիտարկել հաշվանքի իներցիալ համակարգի նկատմամբ: Սակայն գործնականում հաճախ հետաքրքրություն է ներկայացնում մարմնի շարժումը հենց հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգի, օրինակ՝ Երկրի մակերևույթի նկատմամբ:

Իներցիայի ուժերի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս համապատասխան կարգի խնդիրը լուծել անմիջականորեն այդպիսի հաշվանքի համակարգի նկատմամբ, որը հաճախ ավելի հեշտ է ստացվում, քան շարժման քննարկումը իներցիալ համակարգում:

§ 32. Իներցիայի կենտրոնախույս ուժ

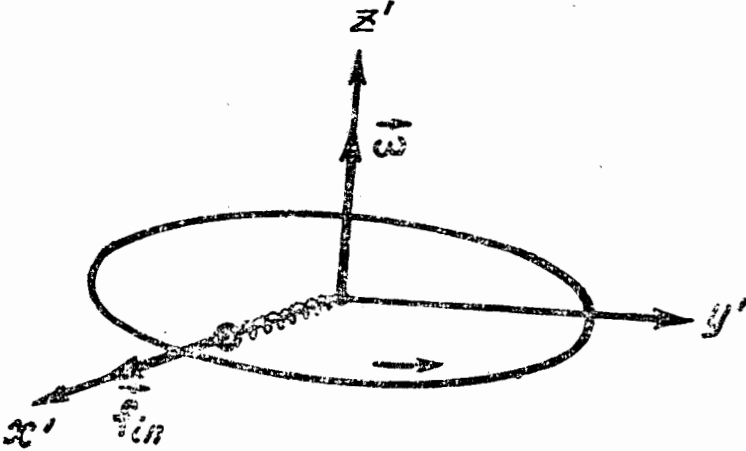
Ֆննարկենք սկավառակի պտույտը ω անկյունային արագությամբ իրեն ուղղահայաց Z' առանցքի շուրջը (նկ. 72): Սկավառակի հետ միասին պտտվում է նաև ճաղին հագցված և սկավառակի կենտրոնի հետ զսպանակով ամրացված գընդիկը: Պտտվելու ընթացքում գընդիկը գրավում է մի այնպիսի դիրք, որի դեպքում զսպանակի ձգվածությունը հավասարվում է գընդիկի մասսայի և կենտրոնաձիգ արագացման արտադրյալին՝ $\omega^2 R$ -ի (R -ը կենտրոնից գընդիկի ունեցած հեռավորությունն է):

Սկավառակի հետ կապված հաշվանքի համակարգի նկատմամբ գընդիկը գտնվում է հանգստի վիճակում, որովհետև,

զսպանակի ազդող ուժից բացի, նրա վրա կիրառվում է նաև իներցիայի

$$F_{in} = m\omega^2 R \quad (32.1)$$

ուժը, որն ուղղված է շառավղի ուղղությամբ, սկավառակի կենտրոնից դեպի դուրս: Իներցիալ համակարգերի նկատմամբ



Նկ. 72

պատվող հաշվանքի համակարգում սուաշացած իներցիայի (32.1) ուժը կոչվում է իներցիայի կենտրոնախույս ուժ:

Պատվող հաշվանքի համակարգի տարրեր կեանքը իներցիալ համակարգի նկատմամբ օժտված են մեծությամբ և ուղղությամբ տարրեր արագացումներով: Դրան համապատասխան իներցիայի ուժը կախում ունի մարմնի դիրքից հաշվանքի պատվող համակարգում:

Հաշվանքի պատվող համակարգում իներցիայի կենտրոնախույս ուժը մարմնի վրա ազդում է անկախ նրանից, թե մարմինը տվյալ համակարգում գտնվում է հանգստի վիճակում (ինչպես մինչև հիմա ենթադրում էինք), թե նրա նկատմամբ շարժվում է \vec{v}' արագությամբ:

Երկրի մակերևույթի նկատմամբ մարմնի շարժման վերաբերյալ խնդիրները ճիշտ լուծելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել իներցիայի ուժը, որը հավասար է $m\omega_b^2 R_b \cos \varphi$ -ի, որտեղ m -ը մարմնի մասսան է,

ω_b -ն՝ իր առանցքի շուրջը Երկրի պտտման անկյունային արագությունը,

R_L -ն՝ երկրագնդի շառավիղը,

φ -ն՝ սովյալ վայրի աշխարհագրական լայնությունը (տե՛ս նկ. 131):

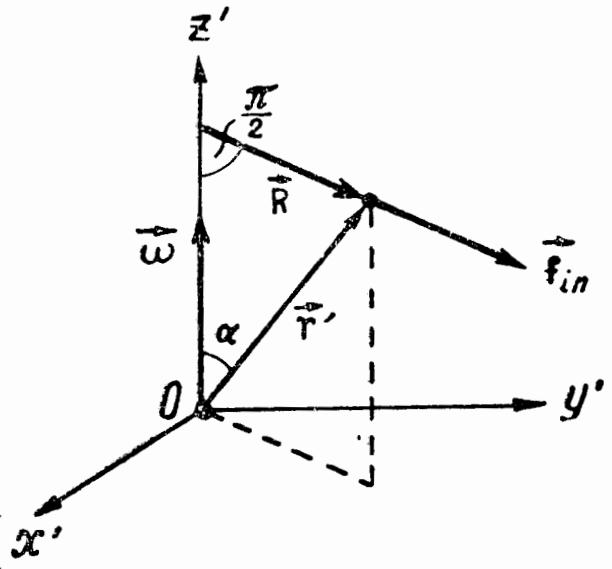
Վարժույթը: Յույց տալ, որ իներցիայի կենտրոնախույս ուժը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$m \vec{\omega} \times (\vec{r}' \times \vec{\omega}) = m \omega^2 \vec{R}, \quad (32.2)$$

որտեղ m -ը մարմնի մասնան է,

$\vec{\omega}$ -ն՝ հաշվանքի պտտվող համակարգի անկյունային արագությունը,

\vec{r}' -ը՝ մարմնի շառավիղվեկտորը՝ հաշվանքի պտտվող համակարգի սկզբնակետի նկատմամբ, որը համընկնում է պտտման առանցքի որևէ կետի հետ,



Նկ. 73

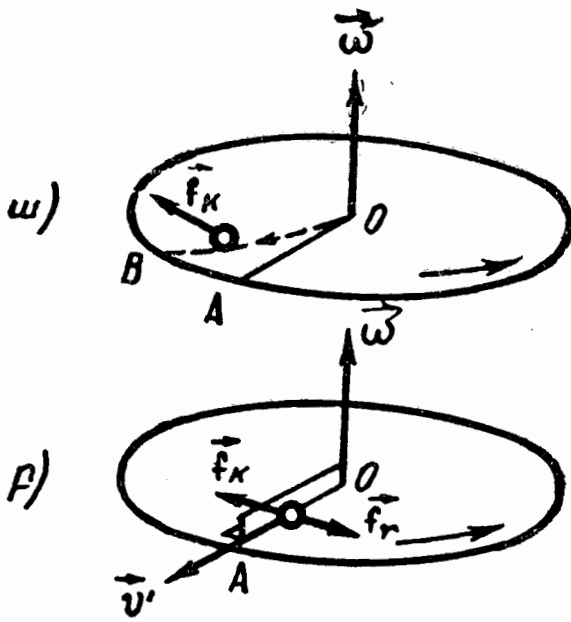
\vec{R} -ը՝ \vec{r}' -ի այն բաղադրիչը, որն ուղղահայաց է պտտման առանցքին (նկ. 73):

§ 33. Կորիոլիսի ուժը

Հաշվանքի պտտվող համակարգի նկատմամբ մարմնի շարժման դեպքում, իներցիայի կենտրոնախույս ուժից բացի, առաջ է գալիս նաև մի ուժ, որը կոչվում է Կորիոլիսի ուժ կամ իներցիայի կորիոլիսի ուժ: Կորիոլիսի ուժի զրոսեկորումը կարելի է հայտնաբերել հետևյալ օրինակում: Վերցնենք հորիզոնական զիրքում գտնվող մի սկավառակ, որը կարող է պտտվել ուղղաձիգ առանցքի շուրջը: Սկավառակի վրա գծենք շառավղային OA ուղիղ գիծը (նկ. 74, ա): Նետենք գնդիկը V' արագությամբ՝ O կետից A կետը: Եթե

սկավառակը չի պտտվում, գնդիկը գլորվում է մեր գծած ուղղի ուղղության երկարությամբ:

Եթե սկավառակը պտտական շարժման մեջ դնենք սլաքով ցույց տրված ուղղությամբ, գնդիկը կգլորվի կետագծով պատկերված OB կորով, ընդ որում սկավառակի նկատմամբ նրա ունեցած \vec{v}' արագությունը շարժման ընթացքում կփոխի իր ուղղությունը: Հետևաբար, հաշվանքի պտտվող համակարգի նկատմամբ գնդիկը շարժվում է այնպես, ինչպես կշարժվեր, եթե նրա վրա ազդեր \vec{v}' արագությանն ուղղա-



Նկ. 74

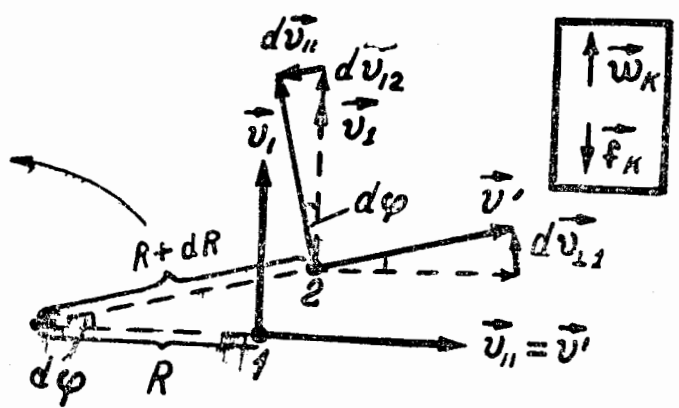
հայաց \vec{f}_k ուժը:

Գնդիկի շարժումը պտրտվող սկավառակի շառավղային ուղղությամբ ապահովելու համար անհրաժեշտ է օգտագործել ուղղատու հարմարանքներ, ինչպես, օրինակ, OA կապող կողը (նկ. 74, բ): Գնդիկի գլորվելու դեպքում անկյունակապը նրա վրա ազդում է որևէ \vec{f}_r ուժով: Պտրտվող համակարգի (սկավառակի) նկատմամբ գնդիկը կշարժվի ըստ ուղղության հաստատուն արագությամբ:

Սա կարելի է բացատրել նրանով, որ \vec{f}_r ուժը հավասարակշռվում է գնդիկի վրա կիրառված իներցիայի \vec{f}_k ուժով, որն ուղղահայաց է \vec{v}' արագությանը: \vec{f}_k -ն հենց իներցիայի կորիոլիսի ուժն է: Այդ ուժը կգտնենք (31.2) բանաձևից՝ նախապես քննարկելով մասնակի դեպքերը:

Դեպք 1: Մարմինը շարժվում է շառավղային ուղղությամբ հաստատուն \vec{v}' արագությամբ, որն ուղղահայաց է պտտման առանցքին (նկ. 75, պտտման առանցքն ուղղա-

հայաց է նկարի հարթությունը): Քանի որ \vec{v}' -ը հաստատուն է, ապա \vec{w}' -ը հավասար կլինի գրոյի, իսկ ինտեգրելիս ուժը $m \vec{w}$ -ի:



Նկ. 75

Դիցուք ժամանակի որևէ t պահին մարմինը գտնվում է 1 դիրքում: Այդ պահին հաշվանքի անշարժ համակարգի նկատմամբ \vec{v} արագությունը բաղկացած է երկու բաղադրիչներից, շառավղի երկարությամբ ուղղված \vec{v}_\parallel բաղադրիչից, որը հավասար է մարմնի \vec{v}' արագությանը, և շառավղին ուղղահայաց \vec{v}_\perp բաղադրիչից, որն ըստ մոդուլի հավասար է ωR -ի (R -ը մարմնի հեռավորությունն է պտտման առանցքից, ω -ն՝ հաշվանքի պտտվող համակարգի անկյունային արագությունը):

dt ժամանակում ուղիղը, որով շարժվում է մարմինը, կպտտվի $d\varphi = \omega dt$ անկյունով, իսկ մարմինը կտեղաշարժվի այդ ուղղի երկարությամբ $dR = v'dt$ հատվածով և կգտնվի 2 դիրքում: Դրա հետևանքով \vec{v} արագության երկու բաղադրիչները, իրենց ուղղությունն ուղղահայաց $dv_{\perp 1} = v'd\varphi$ և $dv_{\parallel} = \omega R d\varphi$ աճերը ստանալով կպտտվեն $d\varphi$ անկյունով: Բացի դրանից, \vec{v}_\parallel բաղադրիչի մոդուլը կաճի $dv_{\perp 2} = \omega dR = \omega v'dt$ -ով: Սա տեղի է ունենում այն պահանքով, որ 2 դիրքում շառավղին (որի երկարությամբ շարժվում է մար-

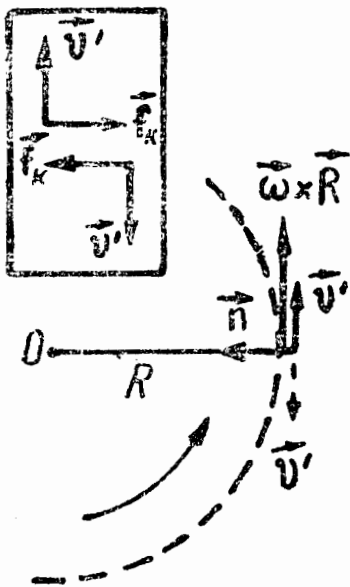
մինը) ուղղահայաց \vec{v} -ի բաղադրիչը հավասարվում է $\omega(R + dR)$ -ի:

Այսպիսով, $d\vec{v}$ աճը, որ ստանում է \vec{v} արագությունը dt ժամանակում, կարելի է ներկայացնել երեք աճերի վեկտորական գումարի տեսքով (տե՛ս նկ. 75)՝ $d\vec{v}_{\perp 1}$, $d\vec{v}_{\perp 2}$ և $d\vec{v}_{\parallel}$, որոնցից առաջին երկուսը ուղղահայաց են \vec{v}' վեկտորին, իսկ երրորդն ուղղված է հենց այն ուղղի երկաբությամբ, որով ուղղված է \vec{v}' -ը (այս դեպքում պետք է նկատի ունենալ $d\varphi$ -ի փոքրությունը):

$d\vec{v}$ -ի համապատասխան բաղադրիչները dt -ի վրա բաժանելով, կստանանք \vec{W} արագացման բաղադրիչները անշարժ համակարգի նկատմամբ: \vec{W}_{\parallel} բաղադրիչի մոդուլը՝

$$W_{\parallel} = \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \omega R \frac{d\varphi}{dt} = \omega^2 R:$$

Այս բաղադրիչը կախված չէ \vec{v}' -ից, այն գոյություն ունի նաև $\vec{v}' = 0$ -ի դեպքում: Այս բաղադրիչի արտադրյալը m -ով բազմապատկելիս սալիս է մեզ արդեն հայտնի իներցիայի կենտրոնախույս ուժը:



Նկ. 76

$d\vec{v}_{\perp 1}$ -ի և $d\vec{v}_{\perp 2}$ -ի գումարին հավասար $d\vec{v}_{\perp}$ բաղադրիչը dt -ի վրա բաժանելուց հետո սալիս է \vec{W} -ի \vec{W}_{\perp} բաղադրիչը, որի մոդուլը՝

$$\begin{aligned} W_{\perp} &= \frac{dv_{\perp 1}}{dt} + \frac{dv_{\perp 2}}{dt} = v' \frac{d\varphi}{dt} + \omega \frac{dR}{dt} = \\ &= v' \omega + \omega v' = 2\omega v': \end{aligned}$$

\vec{W}_{\perp} վեկտորը (հետագայում այն նշա-

նակելու ենք \vec{W}_K -ով) ուղղահայաց է \vec{V}' -ին և $\vec{\omega}$ -ին և կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{W}_K = 2\vec{\omega} \times \vec{V}' \quad (33.1)$$

(նկ. 75-ում $\vec{\omega}$ վեկտորն ուղղահայաց է գծագրի հարթությանը և ուղղված է դեպի մեզ): (33.1) արագացումը կոչվում է Կորիոլիսի արագացում: Այն m -ով բազմապատկելուց և նշանը հակառակ նշանով փոխարինելուց հետո կստանանք իներցիայի Կորիոլիսի ուժը՝

$$\vec{f}_K = 2m \vec{V}' \times \vec{\omega}: \quad (33.2)$$

Դեպք 2: Հաշվանքի պտտվող համակարգի նկատմամբ մարմինը շարժվում է պտտման առանցքին ուղղահայաց հարթության մեջ գտնվող շրջանագծով, որի կենտրոնը գտնվում է այդ առանցքի վրա (նկ. 76): Պտտվող համակարգի նկատմամբ մարմինը օժտված է կենտրոնաձիգ արագացումով՝

$$\vec{W}' = \frac{v'^2}{R} \vec{n}, \quad (33.3)$$

որտեղ \vec{n} -ը միավոր վեկտոր է, ուղղահայաց է \vec{V}' -ին և ուղղված է դեպի պտտման կենտրոնը:

Մարմնի արագությունը հաշվանքի անշարժ համակարգի նկատմամբ բաղկացած կլինի R շառավղին ուղղահայաց երկու բաղադրիչներից՝ v' -ից և ωR -ից: Այս բաղադրիչները կունենան միատեսակ կամ հակառակ ուղղություններ՝ կախված v' արագության և համակարգի պտտման ուղղություններից: \vec{v} արագության մոդուլը՝

$$v = |v' \pm \omega R|, \quad (33.4)$$

որտեղ «+» նշանը համապատասխանում է v' և ωR արագությունների միատեսակ ուղղություններին, իսկ «-»-ը՝ հակառակ ուղղություններին:

Անշարժ համակարգի նկատմամբ նույնպես մարմինը

կշարժվի հավասարաչափ շրջանագծով, այնպես, որ \vec{W} արագացումը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{W} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{(v' \pm \omega R)^2}{R} \vec{n} = \frac{v'^2}{R} \vec{n} \pm \omega^2 R \vec{n} \pm 2v' \omega \vec{n}:$$

Առաջին բաղադրիչը \vec{W} արագացումն է պտտվող համա- կարգի նկատմամբ [տե՛ս (33.3)]: Հետևաբար՝

$$\vec{a} = \vec{W} - \vec{W}' = \omega^2 R \vec{n} \pm 2v' \omega \vec{n}:$$

Սրան համապատասխան պարզվում է, որ իներցիայի ուժը բաղկացած է երկու բաղադրիչներից՝

$$\vec{f}_{in} = -m \vec{a} = -m \omega^2 R \vec{n} \mp 2m v' \omega \vec{n}: \quad (33.5)$$

Այս ուժերից առաջինը իներցիայի կենտրոնախույս ուժն է, իսկ երկրորդը՝ Կորիոլիսի՝ \vec{f}_K ուժը:

\vec{f}_K ուժն ուղղահայաց է \vec{v}' և ω վեկտորներին և ունի հե- տևյալ ուղղությունը՝ ա) կենտրոնից դուրս, եթե v' և ωR արագությունների ուղղությունները համընկնում են [(33.5)-ի վերևի նշանը], և բ) դեպի կենտրոն, եթե v' և ωR արա- գությունները ուղղված են հակառակ կողմեր (ներքևի նշանը):

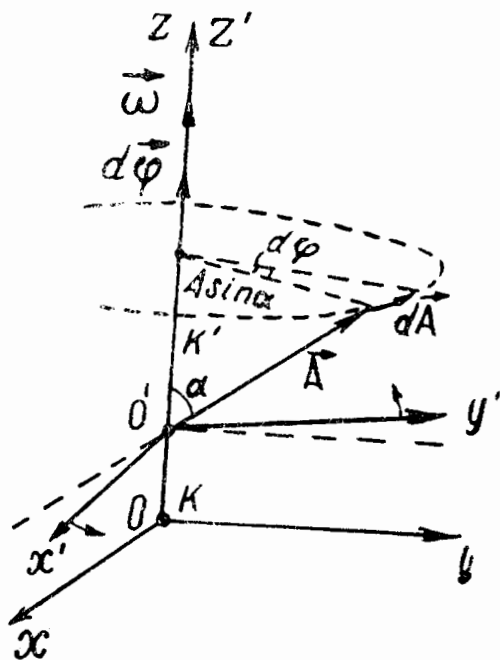
Ակնհայտ է, որ այս երկու դեպքերը կարելի է միացնել հետևյալ արտահայտության մեջ՝

$$\vec{f}_K = 2m \vec{v}' \times \vec{\omega}: \quad (33.6)$$

Ստացված արտահայտությունը համընկնում է (33.2)-ի հետ: Հաշվանքի պտտվող համակարգի նկատմամբ մարմնի շարժման այս երկու մասնավոր դեպքերը քննարկելուց հե- տո դիմենք մարմնի կամավոր շարժման դեպքին. ընդ որում այս դեպքին ավելի մեծ ընդհանրացում տալու նպա- տակով ենթադրենք, թե ոչ իներցիալ K' կոորդինատների

համակարգը ոչ միայն պտտվում է անշարժ (իներցիալ) K համակարգի նկատմամբ, այլև շարժվում է համընթաց: Սակայն այժմ ստանանք մի կարևոր առնչություն, որը հարկավոր կլինի ավելի ընդհանուր դեպքը քննարկելիս:

Անշարժ և պտտվող կոորդինատների համակարգերում վեկտորի ունեցած աների առնչությունները: Վերցնենք կոորդինատների երկու համակարգեր, որոնցից մեկը (այն նշանակենք K' -ով) մյուսի (K -ի) նկատմամբ պտտվում է $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ: Այս համակարգերն ընտրենք այնպես, որ նրանց Z և Z' առանցքները համընկնեն պտտման առանցքի հետ, այսինքն՝ $\vec{\omega}$ վեկտորի հետ (նկ. 77):



նկ. 77

Քննարկենք որևէ վեկտոր (\vec{A}), որի սկիզբը տեղադրենք K' համակարգի սկզբնակետում: Ինչուք \vec{A} վեկտորն ինչ-որ ձևով փոփոխվում է ժամանակի ընթացքում: K կոորդինատային համակարգում քննարկվող վեկտորի աճը dt ժամանակում նշանակենք $d\vec{A}$ -ով, իսկ K' համակարգում քննարկվող վեկտորի աճը նույն ժամանակում՝ $d'\vec{A}$ -ով: Հեշտությամբ կարելի է կռահել, որ $d\vec{A}$ և $d'\vec{A}$ աճերը կլինեն տարբեր: Այդ առանձնապես ակնասու կերպով բացահայտվում է այն դեպքում, եթե ենթադրենք, որ \vec{A} վեկտորը հաստատուն է K' համակարգի նկատմամբ և, հետևաբար՝ նրա աճը ($d'\vec{A}$) այս համակարգում հավասար է զրոյի (այս դեպքը պատկերված է նկ. 77-ում): Սակայն K համակարգի նկատմամբ \vec{A} վեկտորը կպտտվի $\vec{\omega}$ անկյունային արագությու-

նով: Ինչպես երևում է նկարից, dt ժամանակում, որի ընթացքում K' համակարգը, պտտվում է $d\varphi = \omega dt$ անկյունով, \vec{A} վեկտորը ստանում է $d\vec{A}$ աճ, որը կարելի է ներկայացնել $d\vec{\varphi}$ -ի և \vec{A} -ի վեկտորական արտադրյալի տեսքով, այսինքն՝ $d\vec{A} = d\vec{\varphi} \times \vec{A}$: Իրոք, $d\vec{A}$ -ի մոդուլը հավասար է $A \sin \alpha d\epsilon$, և $d\vec{A}$ վեկտորն ուղղահայաց է այն հարթությունը, որի վրա տեղավորված են $d\vec{\varphi}$ և \vec{A} վեկտորները, ընդ որում այնպես, որ $d\vec{\varphi}$ -ից դեպի \vec{A} պտտվելիս աջ պտտակը կշարժվեր $d\vec{A}$ -ի ուղղությամբ: Նշենք, որ այդպիսի արդյունք կստացվի նաև այն վեկտորի համար, որի ծայրը տեղավորված է ոչ թե կոորդինատների սկզբում, այլ կամավոր մի կետում: Սա կարելի է հասկանալ, եթե հաշվի առնենք, որ անկախ այն բանից, թե՞ ինչպես կտեղավորվի \vec{A} վեկտորը կոորդինատների առանցքների նկատմամբ, Z' առանցքին զուգահեռ հարթությունը, որի վրա տեղավորված է \vec{A} վեկտորը, կպտավի հենց այնպիսի $d\vec{\varphi}$ անկյունով, որով պտտվում է K' համակարգը:

Ընդհանուր դեպքում, երբ K' համակարգում $d'\vec{A}$ աճը տարբեր է գրոյից, K համակարգում աճը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$d\vec{A} = d'\vec{A} + d\vec{\varphi} \times \vec{A}: \quad (33.7)$$

Սա հենց այն առնչությունն է, որը մեզ պետք կգամարմնի ընդհանուր դեպքը քննարկելիս: Ձեռնամուխ լինենք դրա քննարկմանը:

Մարմնի շարժման ընդհանուր դեպքը հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգում:

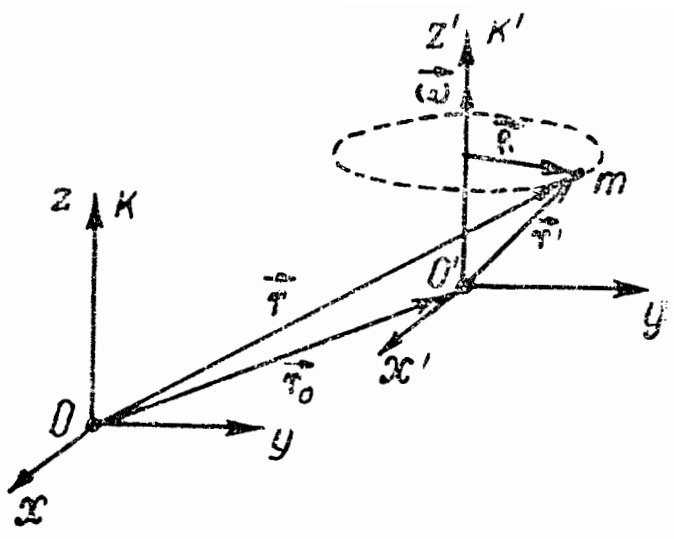
Վերցնենք հաշվանքի երկու՝ K և K' համակարգեր (նկ. 78), որոնցից K -ն իներցիալ է, իսկ K' -ը շարժվում է K -ի նկատ-

մամբ համընթաց k , բացի դրանից, հավասարաչափ պտտվում է Z' առանցքի շուրջը, որը միշտ մնում է Z առանցքին

զուգահեռ ($\vec{\omega}$ վեկտորը ըստ մեծության և ուղղության հաստատուն է):

m նյութական կետի դիրքը K համակարգի նկատմամբ որոշվում է \vec{r} շառավիղ-վեկտորով, իսկ K' համակարգի նկատմամբ՝

\vec{r}' շառավիղ-վեկտորով: Այս վեկտորների և K կոորդինատների համակարգի սկիզբներից դեպի K' համակարգի սկիզբները տարած \vec{r}_0 շառավիղ-վեկտորի միջև գոյություն ունի հետևյալ ակնհայտ առնչությունը՝



նկ. 78

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}' \quad (33.8)$$

m կետի արագությունը K համակարգի նկատմամբ ըստ սահմանման հավասար է՝

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (33.9)$$

իսկ արագությունը K' համակարգի նկատմամբ կլինի

$$\vec{v}' = \frac{d'\vec{r}'}{dt'} \quad (33.10)$$

որտեղ $d'\vec{r}'$ -ով նշանակված է \vec{r}' շառավիղ-վեկտորի աճը K' համակարգի նկատմամբ:

(33.8)-ի համաձայն K համակարգում դիտվող \vec{r} շառավիղ-վեկտորի աճը՝

$$\vec{dr} = \vec{dr}_0 + \vec{dr}', \quad (33.11)$$

որտեղ \vec{dr}' -ը \vec{r}' շառավիղ-վեկտորի աճն է K համակարգում: Այս աճը, ինչպես որոշվել էր վերևում [տե՛ս (33. 7)], բաղկացած է K' համակարգում դիտվող $d'r'$ աճից և $d\vec{\varphi} \times \vec{r}' = \vec{\omega} \times \vec{r}' dt$ վեկտորից, այսինքն՝

$$d\vec{r}' = d'r' + \vec{\omega} \times \vec{r}' dt: \quad (33.12)$$

Տեղագրելով վերջին անջությունը (33.11) բանաձևում, հանդում ենք հետևյալ արտահայտությանը՝

$$\vec{dr} = \vec{dr}_0 + d'r' + \vec{\omega} \times \vec{r}' dt:$$

Բաժանելով այս արտահայտությունը dt -ի վրա և նկատի ունենալով (33.9)-ը և (33.10)-ը, ստանում ենք հետևյալ բանաձևը՝

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}', \quad (33.13)$$

որի մեջ $\vec{v}_0 = \frac{d\vec{r}_0}{dt}$ -ն K' համակարգի համընթաց շարժման արագությունն է K համակարգի նկատմամբ:

Եթե K' համակարգը միայն համընթաց է շարժվում, ապա $\vec{\omega} = 0$ և (33.13) բանաձևը վերածվում է արդեն մեզ հայտնի (17.3) բանաձևին:

Այն դեպքում, երբ \vec{v}_0 և \vec{v}' արագությունները հավասար են զրոյի, (33.13)-ից ստացվում է (11.4) բանաձևը:

Այժմ գտնենք (33.13) արտահայտությունից որոշվող \vec{v} արագության՝ K համակարգում դիտվող աճը: Նկատի ունենալով, որ $\vec{\omega} = \text{const}$, կստանանք

$$d\vec{v} = d\vec{v}_0 + d\vec{v}' + \vec{\omega} \times d\vec{r}':$$

Այս բանաձևի մեջ $d\vec{r}'$ -ը փոխարինենք իր՝ (33.12) արտահայտության աջ մասով, իսկ $d\vec{v}'$ -ը՝ (33.12)-ին համանման արտահայտությամբ:

$$d\vec{v}' = d'r' + d\vec{\varphi} \times \vec{v}' = d'r' + [\vec{\omega} \times \vec{v}'] dt$$

(հիշենք, որ $d\vec{v}'$ -ը \vec{v}' վեկտորի՝ K համակարգում դիտվող աճն է, իսկ $d'\vec{v}'$ -ը՝ \vec{v}' -ի՝ K' համակարգում դիտվող աճը):

Փոխարինում կատարելուց հետո հանգում ենք հետևյալ արտահայտությանը՝

$$d\vec{v} = d\vec{v}_0 + d'\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{v}' dt + \vec{\omega} \times (d'\vec{r}' + \vec{\omega} \times \vec{r}' dt):$$

Օգտվելով վեկտորական արտադրյալի բաշխականությունից, ստացված արտահայտության վերջին գումարելին հնարավոր է ներկայացնել $\vec{\omega} \times d'\vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}' dt)$ տեսքով: Հետևաբար՝

$$d\vec{v} = d\vec{v}_0 + d'\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{v}' dt + \vec{\omega} \times d'\vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') dt$$

(վերջին գումարելիի մեջ dt սկալյար արտադրիչը վեկտորական արտադրյալի նշանից դուրս բերեցինք):

Ստացված արտահայտությունը բաժանենք dt -ի վրա.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d'\vec{v}'}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \frac{d'\vec{r}'}{dt} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}'):$$

Քանի որ $\frac{d'\vec{r}'}{dt}$ -ն հավասար է \vec{v}' -ի, ապա առաջին եր-

կու վեկտորական արտադրյալները համընկնում են, և նրանց կարելի է միավորել ու ներկայացնել մեկ՝ $2\vec{\omega} \times \vec{v}'$ գումարելիով:

Ըստ սահմանման $\frac{d\vec{v}}{dt}$ ածանցյալը m կետի \vec{w} արագացումն է K համակարգում: Համանման ձևով $\frac{d'\vec{v}'}{dt}$ -ն m կե-

տի \vec{w}' արագացումն է K' համակարգում: Այսպիսով՝

$$\vec{w} = \vec{w}_0 + \vec{w}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}'), \quad (33.14)$$

որտեղ՝ \vec{w}_0 -ն K' համակարգի կոորդինատների սկզբնակետի արագացումն է (K' համակարգի «համընթաց» արագացումը):

§ 31-ում նշվեց, որ $\vec{a} = \vec{\omega} - \vec{\omega}'$ վեկտորը m-ով բազմապատկելուց և նշանը հակառակով փոխելուց հետո կստանանք իներցիայի ուժը: (33.14)-ի համաձայն

$$\vec{a} = \vec{\omega} - \vec{\omega}' = \vec{\omega}_0 + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}'];$$

Հետևաբար՝

$$\vec{f}_{in} = -m\vec{\omega}_0 + 2m\vec{v}' \times \vec{\omega} + m\vec{\omega} \times (\vec{r}' \times \vec{\omega}) \quad (33.15)$$

(վերջին երկու գումարելիներում նշանի փոփոխումը կատարված է արտադրիչների տեղափոխությունով):

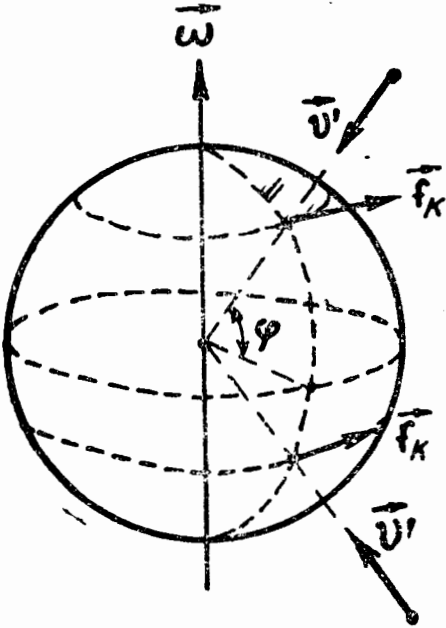
(33.15) բանաձևը պարունակում է իներցիայի բոլոր տեսակի ուժերը: Այսպես, եթե K' համակարգը շարժվում է K համակարգի նկատմամբ միայն համընթաց, առանց պտուտվելու, իներցիայի ուժը՝ $\vec{f}_{in} = -m\vec{\omega}_0$ [տե՛ս (31.4) բանաձևը]: Պատահա՞ն շարժման առկայությունը դեպքում լրացուցիչ է հայտ է գալիս Կորիոլիսի $\vec{f}_k = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}$ ուժը [տե՛ս (33.2) բանաձևը] և իներցիայի կենտրոնախույս՝ $\vec{f}_{cl} = m\vec{\omega} \times (\vec{r}' \times \vec{\omega})$ ուժը, որը կարելի է ներկայացնել $\vec{f}_{cl} = m\omega^2 \vec{R}$ տեսքով [տե՛ս (32.2) բանաձևը]:

Հիշենք, որ Կորիոլիսի ուժն առաջանում է միայն այն դեպքում, երբ մարմինը փոխում է իր դիրքը հաշվանքի պտտվող համակարգի նկատմամբ ($\vec{v}' = 0$ դեպքում Կորիոլիսի ուժի արտահայտությունը հավասարվում է զրոյի): Նշենք նաև, որ Կորիոլիսի ուժը միշտ գտնվում է այն հարթության մեջ, որն ուղղահայաց է պտտման առանցքին:

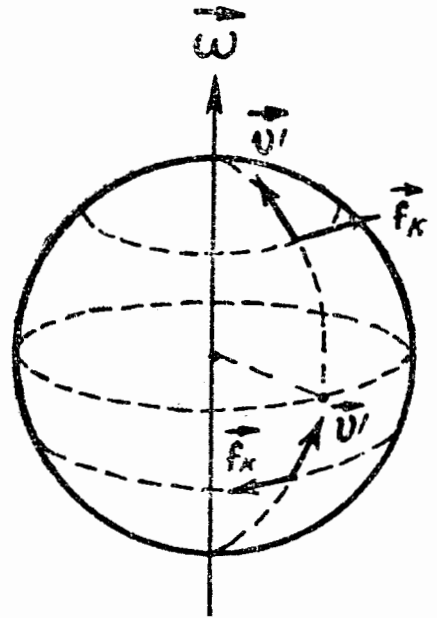
Շարժման օրինակներ, որոնցում առաջանում է իներցիայի Կորիոլիսի ուժը: Երկրագնդի նկատմամբ մարմինների շարժման երևույթները բացատրելիս որոշ դեպքերում անհրաժեշտ է հաշվի առնել Կորիոլիսի ուժի ազդեցությունը: Օրինակ՝ մարմինների ազատ անկման ժամանակ նրանց վրա ազդում է Կորիոլիսի ուժը, որի ազդեցության տակ անկման գիծը շեղվում է ուղղաձիգից դեպի արևելք (նկ. 79): Այս

ուծը հասարակածում ունի ամենամեծ արժեքը, իսկ բևեռներում հավասար է զրոյի:

Քայքայ թողած արկը նույնպես շեղվում է իներցիայի կորիտի լիսի ուժերի ազդեցութեան տակ (նկ. 80):



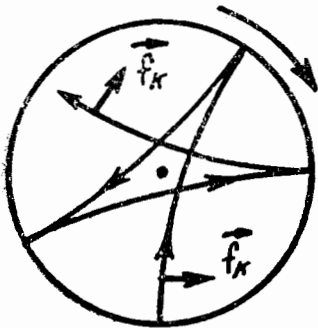
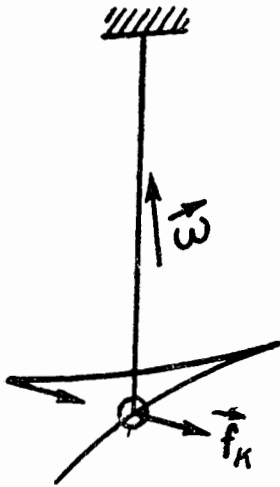
Նկ. 79



Նկ. 80

Հյուսիս ուղղված հրանոթից կրակելու դեպքում հյուսիսային կիսագնդում արկը կշեղվի արևելք, իսկ հարավային կիսագնդում՝ արևմուտք: Միջօրեականի երկարութեամբ հարավ կրակելու դեպքում շեղումները հակառակը կլինեն: Հասարակածի երկարութեամբ դեպի արևմուտք կրակելու դեպքում կորիտի լիսի ուժերը արկին ստիպում են շարժվել դեպի Նրկիրը, իսկ արևելյան ուղղութեամբ կրակելու դեպքում արկը վերև են բարձրացնում՝ հեռացնելով Նրկիրից: Ընթերցողին ենք թողնում համոզվելու, որ միջօրեականի երկարութեամբ որևէ ուղղութեամբ շարժվելիս (դեպի հյուսիս կամ դեպի հարավ) մարմնի վրա ազդող կորիտի լիսի ուժը շարժման ուղղութեան նկատմամբ դեպի աջ է ուղղված հյուսիսային կիսագնդում և դեպի ձախ՝ հարավային կիսագնդում: Սա հանգեցնում է

այն բանին, որ հյուսիսային կիսագնդի գետերի աջ ափերն են միշտ ողողվում, իսկ հարավային կիսագնդի գետերի՝ ձախ



Նկ. 81

ափերը: Հենց այս պատճառները բացատրում են նաև ուելսերի ոչ միատեսակ մաշումը երկգիծ շարժման դեպքում:

Կորիոլիսի ուժերն ի հայտ են գալիս նաև ճոճանակի տատանումների ժամանակ: Նկ. 81-ում ցույց է տրրված ճոճանակի բեռի հետագիծը (պարբուսյան համար ենթադրված է, որ ճոճանակը գտնվում է բևեռում):

Հյուսիսային բևեռում Կորիոլիսի ուժը ճոճանակի շարժման ուղղության նկատմամբ ուղղված է միշտ դեպի աջ, իսկ հարավային բևեռում՝ դեպի ձախ: Այդ պատճառով ճոճանակը միշտ ունենում է վարդաձև հետագիծ:

Ինչպես երևում է նկարից, ճոճանակի պտտման հարթությունը Երկրագնդի նկատմամբ պտտվում է ժամացույցի սլաքի շարժման ուղղությամբ՝ օրվա ընթացքում կատարելով մեկ պտույտ: Հաշվանքի արևակենտրոն համակարգի նկատմամբ պտտման հարթությունը մնում է անփոփոխ, իսկ Երկրագունդը նրա նկատմամբ պտտվում է՝ կատարելով օրվա ընթացքում մեկ պտույտ:

Կարելի է ցույց տալ, որ φ լայնության վրա ճոճանակի տատանման հարթությունն օրվա ընթացքում պտտվում է $2\pi \sin \varphi$ անկյունով:

Այսպիսով, ճոճանակի տատանման հարթության պտույտը անմիջականորեն ապացուցում է Երկրագնդի պտտվելը իր առանցքի շուրջը (այս նպատակով նախատեսված ճոճանակները կոչվում են Ֆուկոյի ճոճանակներ):

V Գ Լ ՈՒ Խ

ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱՆ

§ 34. Պինդ մարմնի շարժումը¹

Ներածության մեջ ժանտթացանք պինդ մարմնի երկու հիմնական տեսակի շարժումներին՝ համընթաց և պտտական:

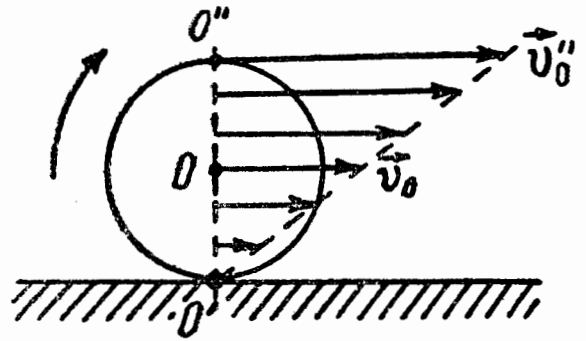
Համընթաց շարժման դեպքում մարմնի բոլոր կետերը նույն ժամանակամիջոցում ստանում են ըստ մեծության և ուղղության հավասար տեղափոխումներ, որի հետևանքով ստացվում է, որ բոլոր կետերի արագությունները և արագացումները ժամանակի յուրաքանչյուր պահին միատեսակ են: Ուստի ամբողջ մարմնի շարժումը լիովին բնութագրելու համար բավական է որոշել մարմնի կետերից մեկի (օրինակ, իներցիայի կենտրոնի) շարժումը:

Պտտական շարժման դեպքում պինդ մարմնի բոլոր կետերը պտտվում են շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները գտնվում են հենց այդ նույն ուղղի վրա, որը կոչվում է պտտման առանցք: Պտտական շարժումը բնութագրելու համար անհրաժեշտ է իմանալ պտտման առանցքի դիրքը տարածության մեջ և մարմնի անկյունային արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին:

Պարզվում է, որ պինդ մարմնի ցանկացած շարժումը կարելի է ներկայացնել վերևում նշված հիմնական երկու տեսա-

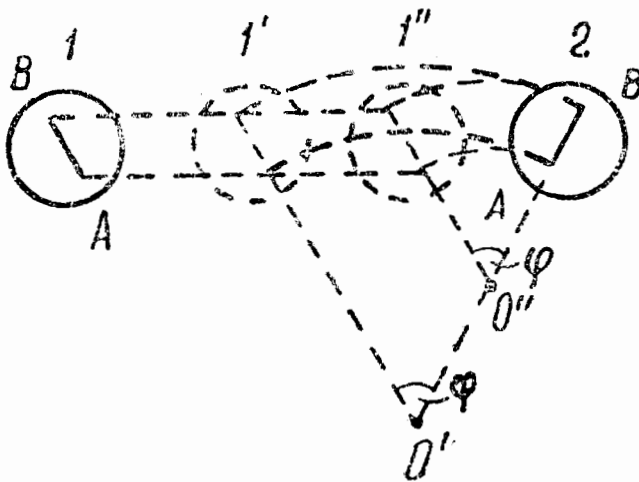
¹ Այս գլխում ամենուրեք, բացի § 45-ից, նկատի ունենք բացարձակ պինդ մարմին:

կի շարժումների վերադրումով: Սա ցույց տանք հարթ շարժման դեպքի համար, այսինքն՝ այնպիսի շարժման համար, երբ մարմնի բոլոր կետերը տեղաշարժվում են զուգահեռ հարթություններում: Հարթ շարժման օրինակ կարող է ծառայել հարթության վրա գլանի գլորման դեպքը (նկ. 82): Պինդ մարմնի կամայական տեղափոխումը 1 դիրքից դեպի 2 դիրքը (նկ. 83) կարելի է ներկայացնել որպես երկու տեղափոխումների գումար. դրանք են համընթաց տեղաշարժը 1 դիրքից դեպի 1' կամ 1'' դիրքը և պտույտը O' կամ O'' առանցքի շուրջը: Ակնհայտ է, որ տեղափոխման բաժանումը համընթաց և պտտական տեղափոխումների կարող է իրականացվել բազմաթիվ եղանակներով, սակայն ցանկացած դեպքում պտույտը կատարվում է միևնույն φ անկյունով:



նկ. 82

Վերևում ասվածի համաձայն մարմնի որևէ կետի տարրական $d\vec{s}$ տեղափոխումը



նկ. 83

կարելի է վերածել երկու՝ $d\vec{s}_s$ «համընթաց» և $d\vec{s}_m$ «պտտական» տեղափոխումների.

$$d\vec{s} = d\vec{s}_s + d\vec{s}_m,$$

ընդ որում մարմնի բոլոր կետերի համար $d\vec{s}_i$ -ը նույնն է:

$d\vec{s}$ տեղափոխման այսպիսի վերածումը, ինչպես տեսանք, կարելի է կատարել տարբեր եղանակներով, ընդ որում յուրաքանչյուր դեպքում $d\vec{s}_q$ պտտական տեղափոխումն իրականացվում է մարմնի պտույտով՝ միևնույն $d\phi$ անկյան տակ (բայց տարբեր առանցքների նկատմամբ), մինչդեռ $d\vec{s}_i$ -ը և $d\vec{s}_q$ -ը ստացվում են տարբեր:

Բաժանելով $d\vec{s}$ -ը համապատասխան dt ժամանակամիջոցի վրա, կստանանք կետի \vec{V} արագությունը՝

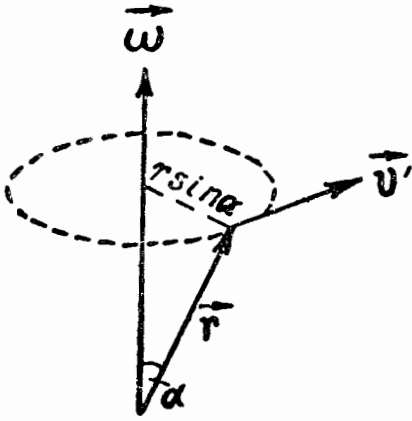
$$\vec{V} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{s}_i}{dt} + \frac{d\vec{s}_q}{dt} = \vec{V}_0 + \vec{V}',$$

որտեղ \vec{V}_0 -ն մարմնի բոլոր կետերի համար ընդհանուր համընթաց շարժման արագությունն է,

$Z\vec{V}'$ -ը՝ պտույտով պայմանավորված արագությունը, որը տարբեր է մարմնի տարբեր կետերի համար:

Այսպիսով, պինդ մարմնի հարթ շարժումը կարելի է ներկայացնել որպես երկու շարժումների՝ \vec{V}_0 արագությամբ համընթաց և ω անկյունային արագությամբ պտտական գումար (նկ. 82-ում ω վեկտորն ուղղահայաց է գծագրի հարթությանը և ուղղված է մեղանից դեպի գծագրի կողմը): Բարդ շարժումը նման ձևով կարելի է ներկայացնել բազմաթիվ եղանակներով, որոնք միմյանցից տարբերվում են \vec{V}_0 -ի և \vec{V}' -ի արժեքներով, բայց համապատասխանում են միևնույն ω անկյունային արագությանը: Օրինակ՝ հարթության վրայով գլորվող գլանի շարժումը առանց սահելու (նկ. 82) կարելի է ներկայացնել որպես \vec{V}_0 արագությամբ համընթաց շարժում և միաժամանակ ω անկյունային արագու-

Թյամբ O առանցքի շուրջը պտտում, կամ որպես $\vec{V}_0 = 2\vec{V}_0$ արագությամբ համընթաց շարժում և նույն $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ O'' առանցքի շուրջը պտտում, կամ, վերջապես, որպես միայն դարձյալ նույն $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ O' առանցքի շուրջը պտտում:



Նկ. 84

Հաշվանքի այն համակարգը, որի նկատմամբ քննարկվում է պինդ մարմնի բարդ շարժումը, ընդունելով որպես անշարժ, մարմնի շարժումը կարելի է ներկայացնել միայն $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ կատարվող պտտական շարժման միջոցով հաշվանքի այն համակար-

գում, որն անշարժի նկատմամբ շարժվում է համընթաց \vec{V}_0 արագությամբ:

$\vec{\Gamma}$ շառավիղ-վեկտորով որոշվող կետի դժային \vec{V}' արագությունը, որը պայմանավորված է պինդ մարմնի պտտումով, հավասար է (նկ. 84)

$$\vec{V}' = \vec{\omega} \times \vec{\Gamma}$$

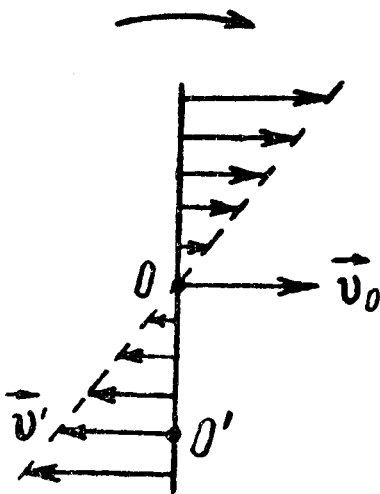
Հետևաբար, պինդ մարմնի բարդ շարժման դեպքում այդ կետի արագությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{\omega} \times \vec{\Gamma} \quad (34.1)$$

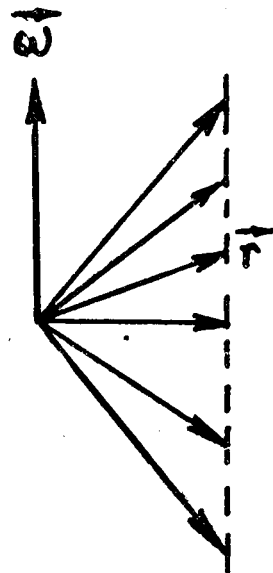
Գոյություն ունեն այնպիսի կետեր (ներանք կարող են գրտնրվել կամ մարմնի սահմաններում, կամ նրանից դուրս), որոնք մասնակցելով երկու շարժումներին՝ համընթաց և պտտական, մնում են անշարժ: Իրոք, տրված \vec{V}_0 -ի և $\vec{\omega}$ -ի համար միշտ կարելի է գտնել այնպիսի $\vec{\Gamma}$, որ (34.1)-ը հավասար լինի զրոյի: Դիցուք տվյալ պահին համընթաց շարժվող հաշվանքի համակարգն ունի \vec{V}_0 արագություն (նկ. 85):

Մարմինը այս համակարգում պտտվում է ω անկյունային արագությամբ՝ սլաքով ցույց տրված ուղղությամբ: Պտտումով պայմանավորված \vec{V}' արագությունը տարբեր կետերի համար ունի նկարում ցույց տրված արժեքները: Օ՝ կետի համար \vec{V}' և \vec{V}_0 արագությունները հավասար են ըստ մեծության և հակառակ՝ ըստ ուղղության: Հետևաբար, այս կետի արագությունը հաշվանքի անշարժ համակարգի նկատմամբ հավասար է զրոյի:

Միաժամանակ, եթե գոյություն ունի թեկուզ և մեկ \vec{r} վեկտոր, որի և ω -ի վեկտորական արտադրյալը տալիս է $-\vec{V}_0$ -ին հավասար վեկտոր, ապա գոյություն ունեն նաև մի շարք վեկտորներ, որոնց վեկտորական արտադրյալները ω -ի հետ տալիս են հենց նույն արդյունքը. ω -ի վեկտորական արտադրյալը նկ. 88-ում պատկերված ցանկացած \vec{r} վեկտորի հետ ունի միատեսակ մեծություն և ուղղություն:



Նկ. 85



Նկ. 86

Այս շառավիղ-վեկտորներով որոշվող կետերը քննարկվող պահին կլինեն անշարժ: Ինչպես երևում է նկարից, այս կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա և կազմում են, այսպես կոչված, ակնբարձրային պտտման առանցքը: Ակնթարթային

պտտման առանցքի դիրքը հաշվանքի անշարժ համակարգի և հենց իր՝ մարմնի նկատմամբ, ընդհանրապես ասած, ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է: Գլորվող գլանի դեպքում (նկ. 82) ակնթարթային O առանցքը համընկնում է հարթության և գլանի հպման գծի հետ: Գլանի գլորման ժամանակ ակնթարթային առանցքը տեղաշարժվում է ինչպես հարթության վրա (այսինքն՝ հաշվանքի անշարժ համակարգի նկատմամբ), այնպես էլ գլանի մակերևույթի վրայով: Կարելի է ընդունել, որ մարմնի բոլոր կետերի արագությունները ժամանակի յուրաքանչյուր պահին պայմանավորված են համապատասխան ակնթարթային առանցքի շուրջը կատարվող պտույտով: Հետևաբար, պինդ մարմնի հարթ շարժումը կարելի է դիտել որպես ակնթարթային առանցքի շուրջը հաջորդաբար կատարվող մի շարք տարրական պտույտներ:

Ընդհանուր դեպքում շարժումը (ոչ հարթ) կարելի է ներկայացնել որպես ակնթարթային առանցքի շուրջը կատարվող պտտում և հենց այդ առանցքի երկարությամբ միաժամանակ կատարվող համընթաց տեղաշարժ:

§ 35. Պինդ մարմնի իներցիայի կենտրոնի շարժումը

Բաժանելով տարրական Δm_i մասսաների, մարմինը կարելի է ընդունել որպես նյութական կետերի համակարգ, որի մեջ նրանց փոխադարձ դիրքը մնում է անփոփոխ: Այս տարրական մասսաներից յուրաքանչյուրը կարող է գտնվել ինչպես ներքին ուժերի, որոնք պայմանավորված են այլ տարրական մասսաների հետ փոխազդեցությունով, այնպես էլ արտաքին ուժերի ազդեցության տակ: Օրինակ, եթե մարմինը գտնվում է Երկրագնդի ձգողական ուժերի դաշտում, մարմնի յուրաքանչյուր տարրական Δm_i մասսայի վրա կազդի $\vec{\Delta m}_i g$ -ին հավասար արտաքին ուժ:

Յուրաքանչյուր տարրական մասսայի համար գրենք նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը.

$$\Delta m_i \vec{w}_i = \vec{f}_i + \vec{F}_i, \quad (35.1)$$

որտեղ \vec{f}_i -ն բոլոր ներքին ուժերի արդյունարարն է, \vec{F}_i -ն՝ տվյալ տարրական մասսայի վրա կիրառված բոլոր արտաքին ուժերի արդյունարարը:

Գումարելով բոլոր տարրական մասսաների համար գրված (35.1) հավասարումները, կստանանք

$$\sum \Delta m_i \vec{w}_i = \sum \vec{f}_i + \sum \vec{F}_i; \quad (35.2)$$

Սակայն համակարգում ազդող բոլոր ներքին ուժերի գումարը հավասար է զրոյի: Ուստի (35.2) հավասարումը պարզվում է և ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\sum \Delta m_i \vec{w}_i = \sum \vec{F}_i, \quad (35.3)$$

որտեղ m կողմում ստացվում է մարմնի վրա ազդող բոլոր արտաքին ուժերի արդյունարարը: (35.3) հավասարման ձախ կողմում գտնվող գումարը կարելի է փոխարինել մարմնի m մասսայի և նրա իներցիայի կենտրոնի \vec{w}_c արագացման արտադրյալով: Իրոք, իներցիայի կենտրոնի շառավիղ-վեկտորն ըստ սահմանման [տե՛ս (23.1)-ը] հավասար է՝

$$\vec{r}_c = \frac{\sum \Delta m_i \vec{r}_i}{m},$$

Այս առնչությունը երկու անգամ ըստ ժամանակի ածանցելով և նկատի ունենալով, որ $\ddot{\vec{r}}_c = \ddot{\vec{w}}_c$ և $\ddot{\vec{r}}_i = \ddot{\vec{w}}_i$, կարելի է գրել

$$m \vec{w}_c = \sum \Delta m_i \vec{w}_i; \quad (35.4)$$

Հետևաբար՝

$$\vec{w}_c = \sum \vec{F}_i; \quad (35.5)$$

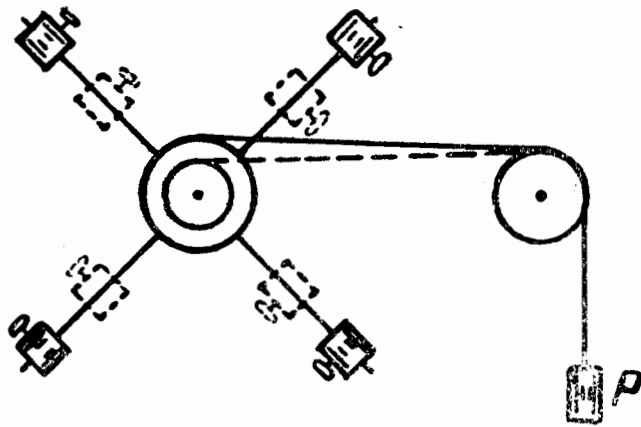
Այստեղից հետևում է, որ պինդ մարմնի իներցիայի կենտրոնը շարժվում է այնպես, ինչպես կշարժվեր մարմնի մասսային հավասար մասսա ունեցող նյութական կետը մարմնի վրա կիրառված բոլոր ուժերի ազդեցության տակ:

(35.5) հավասարումը հնարավորություն է տալիս գրտնելու պինդ մարմնի իներցիայի կենտրոնի շարժումը, եթե հայտնի են մարմնի մասսան և նրա վրա ազդող ուժերը:

Համընթաց շարժման դեպքում այս հավասարումով որոշվում է ոչ միայն իներցիայի կենտրոնի, այլև մարմնի ցանկացած այլ կետի արագացումը:

§ 36. Պինդ մարմնի պտտումը: Ուժի մոմենտ

Անշարժ առանցքի շուրջը մարմնի պտտման բնույթի որոշումը պարզելու համար քննարկենք հետևյալ փորձը: Վերցնենք խաչկապված տեսքի մի մարմին, որի ծայրերում ամրացված են իրար հավասար բավականին մեծ m մասսաներնեցող բեռներ (նկ. 87): Խաչկապի կենտրոնում ամրացնենք աստիճանավոր փոկանիվ: Խաչկապը փոկանիվի հետ միասին հազցնենք առանցքի վրա այնպես, որ այդ առանցքի



նկ. 87

խենք P բեռը: Եթե P բեռը բաց թողնենք, խաչկապը կսկսի պտտվել անընդհատ աճող ω անկյունային արագությունով, ընդ որում պտույտը կլինի հավասարաչափ-արագացող:

Փոփոխելով P բեռի մեծությունը, փոկանիվի l շառավիղը, բեռների m մասսան և նրանց R հեռավորությունը պտտման առանցքից, կուսումնասիրենք, թե ինչպե՞ս են այդ գործոններն ազդում β անկյունային արագացման մեծության վրա: Այսպիսի ուսումնասիրությունների արդյունքները ցույց են տալիս, որ β անկյունային արագացումը՝

1) ուղիղ համեմատական է թեղի l ձգմանը և փոկանիվի l շառավիղին,

2) հակադարձ համեմատական է բեռների m մասսային և պտտման առանցքից նրանց ունեցած R հեռավորության քառակուսուն:

Հետևաբար, պտտական շարժման արագացումը կախված է ոչ միայն մարմնի վրա ազդող \vec{F} ուժի մեծությունից, այլև

շուրջը պտտվելիս շրջանի փումը անտեսելու աստիճան փոքր լինի:

Փոկանիվի աստիճաններից մեկին ամրացնենք թելի մի ծայրը, ապա փոկանիվի վրա փաթաթելով, ազատ ծայրը անցկացնենք ճախարակի վրա և նրանից կա-

և-ից՝ պտտման առանցքից մինչև այն գիծը ընկած հեռավորությունից, որի երկարությամբ ազդում է ուժը: Ընտանադրյալը տալիս է, այսպես կոչված, ուժի մոմենտը պտտման առանցքի նկատմամբ:

Քննարկված փորձից հետևում է, որ անկյունային արագացման արժեքի վրա ազդում է ոչ միայն պտտվող մարմնի մասսան, այլև մասսայի բաշխումը պտտման առանցքի նկատմամբ: Այն մեծությունը, որը հաշվի է առնում այս երկու հանգամանքները, կոչվում է մարմնի իներցիայի մոմենտը պտտման առանցքի նկատմամբ:

Այսպիսով, պտտական շարժումն ուսումնասիրելու համար անհրաժեշտ է մտցնել երկու նոր ֆիզիկական մեծություններ՝ ուժի մոմենտը և իներցիայի մոմենտը:

Սկսենք ուժի մոմենտ հասկացության պարզաբանումով: Իներցիայի մոմենտը քննարկվելու է հաջորդ պարագրաֆներում:

Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ: \vec{r} ուժի մոմենտը որևէ O կետի նկատմամբ կոչվում է \vec{M} վեկտորական մեծությունը, որը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{f}, \quad (36.1)$$

որտեղ \vec{r} -ը O կետից մինչև ուժի կիրառման կետը տարված շառավիղ-վեկտորն է: Այս սահմանումը բացատրող նկ. 88-ը կատարված է այն ենթադրությամբ, որ O կետը, որի նկատմամբ հաշվվում է մոմենտը, և \vec{r} ուժը գտնվում են նկարի հարթության մեջ: Այդ դեպքում \vec{r} վեկտորը ևս գտնվում է այդ հարթության մեջ, իսկ \vec{M} վեկտորն ուղղահայաց է նկարի հարթությանը և ուղղված մեզանից դեպի այն կողմը: \vec{M} վեկտորը պատկերված է շրջանակով ներփակված փոքր խաչով¹:

¹ Հետագայում նկարի հարթությանն ուղղահայաց վեկտորները կպատկերենք շրջանակով ներփակված փոքր խաչով, եթե վեկտորն ուղղված է մեզանից այն կողմը, և շրջանակով ներփակված կետով, եթե վեկտորն ուղղված է դեպի մեզ: Ակնհերևության համար վեկտորը կարելի է պատկերացնել կոնաձև ծայրով և խաչաձև պոչով նետի տեսքով: Այս դեպքում,

(36.1) սահմանումից հետևում է, որ \vec{M} -ը առանցքային վեկտոր է: Նրա ուղղությունն ընտրված է այնպես, որ O կետի շուրջը ուժի ուղղությամբ պտտումը և \vec{M} վեկտորը կազմում են աջ պտուտակային համակարգ:

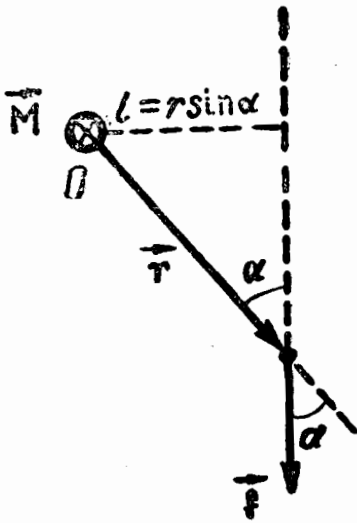
\vec{M} վեկտորի մոդուլը՝

$$M = r \sin \alpha = lf, \quad (36.2)$$

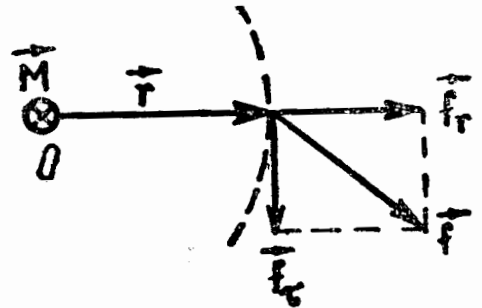
որտեղ α -ն \vec{r} և \vec{f} վեկտորներով կազմված անկյունն է, $l = r \sin \alpha$ -ն՝ այն ուղղահայացի երկարությունը, որն իջեցված է O կետից ուժի ազդման գծի վրա (նկ. 88):

Այս երկարությունը կոչվում է ուժի բազուկ O կետի նկատմամբ:

Ուժի մոմենտի և նրա մոդուլի բանաձևերին կարելի է տալ և այլ տեսք: Դրա համար \vec{f} ուժի վեկտորը վերածենք երկու բաղադրիչների՝ \vec{f}_r -ին համագիծ \vec{r} -ին բաղադրիչի և \vec{f}_τ -ին ուղղահայաց \vec{f}_τ բաղադրիչի (նկ. 89): Եթե պատկերացնենք O



նկ. 88



նկ. 89

կենտրոնով և \vec{r} շառավղով մի շրջանագիծ, ապա \vec{f}_τ բաղադրիչը ուղղված կլինի այդ շրջանագծի շոշափողի ուղղությամբ: (36.1)

Եթե վեկտորն ուղղված է մեզանից դեպի այն կողմ (նետը թռչում է մեզանից դեպի այն կողմ), ապա կտեսնենք շրջանակով ներփակված փոքր խաչ, իսկ եթե վեկտորն ուղղված է դեպի մեզ (նետը թռչում է դեպի մեզ), ապա կտեսնենք շրջանակով ներփակված կետ:

բանաձևի մեջ \vec{f} վեկտորը փոխարինենք $\vec{f}_r + \vec{f}_c$ գումարով և, օգտվելով վեկտորական արտադրյալի բաշխականության հատկությունից, գրենք

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{f} = \vec{r} \times (\vec{f}_r + \vec{f}_c) = \vec{r} \times \vec{f}_r + \vec{r} \times \vec{f}_c;$$

Ստացված արտահայտության մեջ առաջին գումարելին հավասար է զրոյի, քանի որ \vec{r} և \vec{f}_r վեկտորները համագիծ (կոլինեար) են: Հետևաբար, ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{f}_c; \quad (36.3)$$

Քանի որ \vec{r} և \vec{f}_c վեկտորները փոխադարձ ուղղահայաց են, ապա \vec{M} վեկտորի մոդուլը՝

$$M = r f_c; \quad (36.4)$$

Վեկտորական արտադրյալի բաշխական հատկությունից երևում է, որ կիրառման ընդհանուր կետ ունեցող ուժերի գումարի մոմենտը հավասար է գումարվող ուժերի մոմենտների գումարին, այսինքն՝

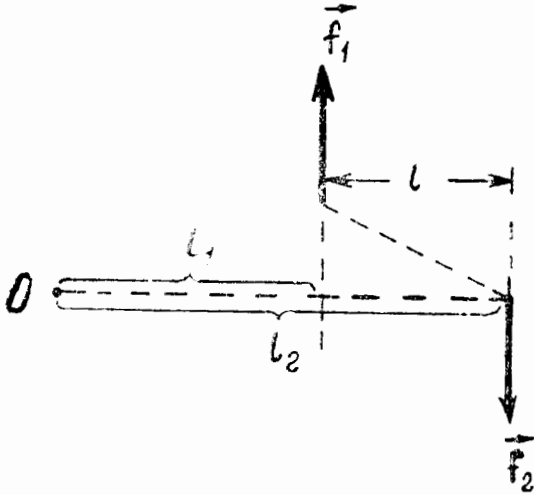
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{f} = \vec{r} \times (\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \dots) = \vec{r} \times \vec{f}_1 + \vec{r} \times \vec{f}_2 + \dots = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots \quad (36.5)$$

Ուժազույգի մոմենտը: Ուժազույգ կոչվում են մեծությամբ իրար հավասար և հակառակ ուղղված երկու ուժեր, որոնք շեն ազդում միևնույն ուղղի երկարությամբ (նկ. 90): l -ը՝ այն ուղիղների միջև եղած հեռավորությունը, որոնց երկարությամբ ազդում են ուժերը, կոչվում է ուժազույգի բազուկ: Յույց սանք, որ ուժազույգի մոմենտը ցանկացած կետի նկատմամբ նույնը կլինի: Սկզբում դա կատարենք այն հարթության վրա գտնվող կետի համար, որտեղ ազդում են ուժերը (նկ. 90): \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերի հավասար մոդուլները նշանակենք f տառով: \vec{f}_1 ուժի մոմենտը հավասար է $f l_1$ -ի և ուղղված է դեպի մեզ, իսկ \vec{f}_2 ուժի մոմենտը հավասար է $f l_2$ -ի և ուղղված է գծագրից այն կողմ: Արդյունարար մոմենտը ուղղված է գծագրից այն կողմ և հավասար է՝

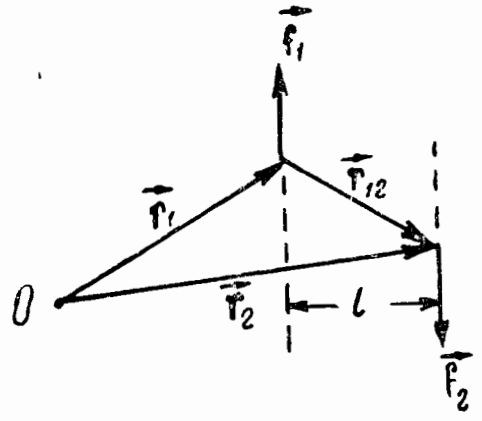
$$M = f l_2 - f l_1 = f (l_2 - l_1) = f l;$$

Ստացված արտահայտությունը կախված չէ O կետի դիրքից այն հարթության վրա, որտեղ գտնվում է ուժազույգը:

Այժմ ընտրենք O կետը բոլորովին կամայական ձևով (նկ. 91): Այդ կետից տանենք \vec{r}_1 և \vec{r}_2 ուժերի կիրառման կետերի \vec{r}_1 և \vec{r}_2 շառավիղ-վեկտորները: \vec{r}_1 ուժի կիրառման կետ-



Նկ. 90



Նկ. 91

տից \vec{f}_2 ուժի կիրառման կետը տանենք \vec{r}_{12} վեկտորը: Ակնհայտ է, որ

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{12}: \quad (36.6)$$

\vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերի մոմենտների գումարը՝

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{f}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{f}_2:$$

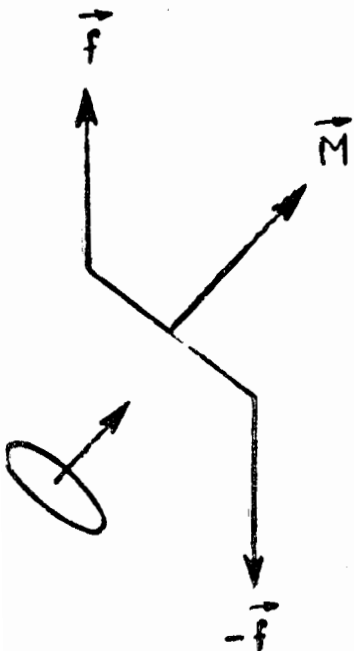
Փոխարինելով \vec{r}_2 -ը (36.6)-ի համաձայն և օգտագործելով վեկտորական արտադրյալի բաշխական հատկությունը, կարելի է գրել

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r}_1 \times \vec{f}_1 + (\vec{r}_1 + \vec{r}_{12}) \times \vec{f}_2 = \\ &= \vec{r}_1 \times \vec{f}_1 + \vec{r}_1 \times \vec{f}_2 + \vec{r}_{12} \times \vec{f}_2: \end{aligned}$$

Քանի որ $\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$, առաջին երկու գումարելիները միմյանց ոչնչացնում են, և վերջնականապես ստացվում է

$$\vec{M} = \vec{r}_{12} \times \vec{f}_2:$$

Այսպիսով, ուժազույգի մոմենտը ուղղահայաց է այն հարթությանը, որի վրա գտնվում են ուժերը (նկ. 92) և թվապես հավասար է այդ ուժերից մեկի մոդուլի և բազուկի արտադրյալին:

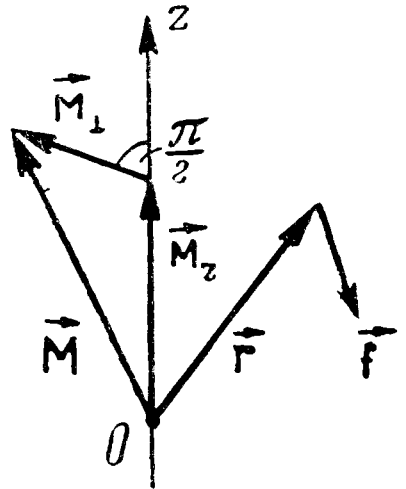


Նկ. 92

Ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ: Եթե մարմինը O կետի նկատմամբ կարող է պտտվել ցանկացած ձևով, ապա \vec{I} ուժի ազդեցության տակ մարմինը կպտտվի այն առանցքի շուրջը, որն ուղղահայաց է ուժով և O կետով տարած հարթությանը, այսինքն՝ այն առանցքի շուրջը, որը համընկնում է տվյալ կետի նկատմամբ ուժի մոմենտի ուղղության հետ: Մոմենտի մեծությունը բնութագրում է մարմինը այդ առանցքի շուրջը պտտելու՝ ուժի ընդունակությունը:

Եթե մարմինը կարող է պտտվել միայն որևէ ամրացված առանցքի շուրջը, ապա մարմինն այս առանցքի շուրջը պտտելու ուժի ընդունակությունը բնութագրվում է մի մեծությամբ, որը կոչվում է ուժի մոմենտ առանցքի նկատմամբ:

Պարզելու համար, թե ինչ բան է \vec{I} ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ, գտնենք \vec{I} -ի մոմենտը O կետի նկատմամբ և տեղադրենք այդ մոմենտի \vec{M} վեկտորը O կետից (նկ. 93. Ենթադրվում է, որ \vec{I} , \vec{r} և \vec{M} վեկտորները չեն գտնվում նկարի հարթության վրա): O կետով անցկացնենք մի առանցք, որը անվանենք Z առանցք, և վերածենք \vec{M} վեկտորը երկու բաղադրիչների՝ \vec{M}_z -ի, որը զուգահեռ է առանցքին¹, և \vec{M}_\perp -ի, որը ուղղահայաց է առանցքին:



Նկ. 93

O կետի նկատմամբ ուժի մոմենտի Z առանցքին զուգահեռ բաղադրիչը (առանցքի վրա գտնվող) կոչվում է ուժի մոմենտ առանցքի նկատմամբ: Նշանակելով ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ \vec{M}_z -ով, կարելի է գրել

$$\vec{M}_z = (\vec{r} \times \vec{F})_z \quad (36.7)$$

¹Հարկավոր է \vec{M}_z բաղադրիչը տարբերել \vec{M} վեկտորի պրոյեկցիայից Z առանցքի վրա, որը նշանակվում է M_z -ով: \vec{M}_z -ը վեկտոր է, իսկ M_z -ը՝ սկալյար հանրահաշվական մի մեծություն: Նրանց միջև գոյություն ունի պարզ կապ. $\vec{M}_z = \vec{e}_z M_z$, որտեղ \vec{e}_z -ը Z առանցքի միավոր վեկտորն է (օրտը) [այս օրտը նշանակում են նաև \vec{k} -ով, տե՛ս (2.8) բանաձևը]:

Տրված \vec{M} -ի դեպքում \vec{M}_z վեկտորի մեծությունը և ուղղությունը կախված են Z առանցքի ընտրությունից: Եթե Z առանցքը համընկնում է \vec{M} վեկտորի ուղղության հետ, ապա \vec{M}_z -ը հավասար կլինի \vec{M} -ին, եթե Z առանցքն ուղղահայաց է \vec{M} վեկտորին, ապա՝ $\vec{M}_z = 0$:

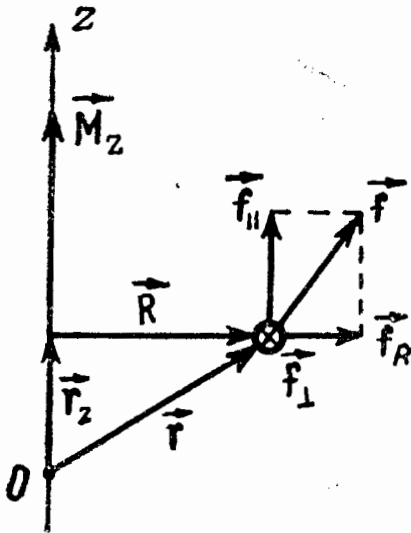
\vec{M}_z -ի (36.7) արտահայտությունը կարելի է ավելի ակնառու դարձնել: Գրա համար \vec{r} շառավիղ-վեկտորը պատկերացնենք երկու բաղադրիչների գումարի տեսքով, այսինքն՝ առանցքին զուգահեռ \vec{r}_z և առանցքին ուղղահայաց \vec{R} բաղադրիչների գումարի տեսքով (նկ. 94): Այդ դեպքում ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{M}_z = (\vec{r} \times \vec{f})_z = [(\vec{r}_z + \vec{R}) \times \vec{f}]_z = (\vec{r}_z \times \vec{f})_z + (\vec{R} \times \vec{f})_z:$$

Սակայն $\vec{r}_z \times \vec{f}$ վեկտորն ուղղահայաց է Z առանցքին: Հետևաբար, նրա բաղադրիչն այս առանցքի վրա հավասար կլինի զրոյի: Ուստի կհանգենք հետևյալ բանաձևին՝

$$\vec{M}_z = (\vec{R} \times \vec{f})_z: \quad (36.8)$$

Այժմ ուժի \vec{f} վեկտորը պատկերացնենք երեք բաղադրիչների գումարի տեսքով՝ Z առանցքին զուգահեռ \vec{f}_\parallel , R վեկտորին համագիծ՝ \vec{f}_R և, վերջապես, Z առանցքով և \vec{R} վեկտորով անցնող հարթությանն ուղղահայաց \vec{f}_\perp բաղադրիչների գումարի տեսքով: Նկ. 94-ում այս բաղադրիչը պատկերված է շրջանակով ներփակված խաչիկով: Եթե պատկերացնենք R շառավիղով և Z առանցքի վրա գտնվող կենտրոնով մի շրջանագիծ, ապա \vec{f}_\perp բաղադրիչն ուղղված կլինի այդ շրջանագծի շոշափողի ուղղությամբ:



Նկ. 94

Նկ. 94-ում այս բաղադրիչը պատկերված է շրջանակով ներփակված խաչիկով: Եթե պատկերացնենք R շառավիղով և Z առանցքի վրա գտնվող կենտրոնով մի շրջանագիծ, ապա \vec{f}_\perp բաղադրիչն ուղղված կլինի այդ շրջանագծի շոշափողի ուղղությամբ:

(36.8)-ի մեջ \vec{f} վեկտորը փոխարինենք վերոհիշյալ բաղադրիչների գումարով՝

$$\vec{M}_z = (\vec{R} \times \vec{f})_z = [\vec{R} \times (\vec{f}_\parallel + \vec{f}_R + \vec{f}_\tau)]_z = (\vec{R} \times \vec{f}_\parallel)_z + (\vec{R} \times \vec{f}_R)_z + (\vec{R} \times \vec{f}_\tau)_z$$

Քննարկենք երեք գումարելիներից յուրաքանչյուրն առանձին: $\vec{R} \times \vec{f}_\parallel$ վեկտորն ուղղահայաց է Z առանցքին, ուստի նրա բաղադրիչն այդ առանցքի վրա հավասար է զրոյի: $\vec{R} \times \vec{f}_R$ վեկտորը հենց ինքը հավասար է զրոյի, քանի որ այն կազմող արտադրիչները համագիծ են: Հետևաբար, առաջին երկու գումարելիները հավասար են զրոյի: $\vec{R} \times \vec{f}_\tau$ վեկտորը զուգահեռ է Z առանցքին (այն կազմող երկու արտադրիչները ուղղահայաց են Z առանցքին), այնպես որ նրա բաղադրիչը առանցքի վրա հավասար է հենց իրեն՝ վեկտորին, այսինքն՝ $(\vec{R} \times \vec{f}_\tau)_z = \vec{R} \times \vec{f}_\tau$: Այսպիսով, ստանում ենք հետևյալ բանաձևը՝

$$\vec{M}_z = \vec{R} \times \vec{f}_\tau \quad (36.9)$$

\vec{R} և \vec{f}_τ վեկտորները փոխադարձ ուղղահայաց են: Ուստի \vec{M}_z վեկտորի մոդուլը՝

$$|\vec{M}_z| = R f_\tau^1 \quad (36.10)$$

R -ը կոչվում է \vec{f}_τ ուժի բազուկ Z առանցքի նկատմամբ: (36.9) արտահայտությունից հեշտությամբ կարելի է եզրակացնել, որ \vec{M}_z մոմենտը բնութագրում է մարմնի վրա

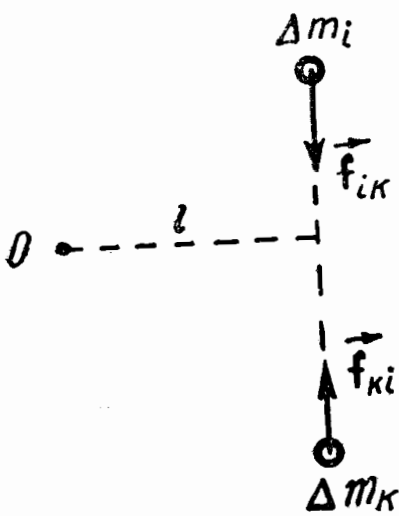
¹ \vec{M}_z -ի մոդուլը չի կարելի նշանակել M_z -ով, քանի որ վերջին սիմվոլը նշանակում է \vec{M} վեկտորի պրոյեկցիան Z առանցքի վրա. այդ պրոյեկցիան կարող է ստանալ ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական արժեքներ: Իսկ վեկտորի մոդուլը միշտ դրական է: Իրավացի է $|\vec{M}_z| = |M_z|$ սուբնշուրթյունը:

կիրառված \vec{F} ուժի՝ մարմինը Z առանցքի շուրջը պտտելու ընդունակությունը: Իրոք, \vec{F}_{\parallel} և \vec{F}_R բաղադրիչները չեն կարող պտույտներ առաջացնել Z առանցքի շուրջը: Հետևաբար, մեր կողմից քննարկած պտույտը կարող է առաջացնել միայն \vec{F}_{\perp} բաղադրիչը, ընդ որում այս բաղադրիչը այնքան ավելի հաջող կկատարի պտույտը, որքան ավելի մեծ լինի նրա R բազուկը:

Առանցքի նկատմամբ մոմենտի համար նույնպես իրավացի է (36.5) առնչությունը, այսինքն՝ արդյունաբար ուժի մոմենտը հավասար է նույն առանցքի նկատմամբ գումարելի ուժերի մոմենտների գումարին.

$$\vec{M}_z = \vec{M}_{z1} + \vec{M}_{z2} + \dots \quad (36.11)$$

Ներքին ուժերի ընդհանուր մոմենտը: Այն ուժերը, որոն-



Նկ. 95

ցով ազդում են միմյանց վրա ցանկացած երկու տարրական մասսաները, գտնվում են միևնույն ուղղի վրա (Նկ. 95): Նրանց մոմենտները ցանկացած O կետի նկատմամբ հավասար են միմյանց ըստ մեծության և հակադարձ՝ ըստ ուղղության: Ուստի ներքին ուժերի մոմենտները զույգ-զույգ հավասարակշռում են միմյանց, և այդ պատճառով բոլոր ներքին ուժերի մոմենտների գումարը նյութական կետերի ցանկացած համակարգի համար, մասնավորապես՝ պինդ մարմնի համար, միշտ հավասար կլինի զրոյի:

Այս պնդումը ճիշտ է ինչպես ցանկացած կետի նկատմամբ վերցրած բոլոր ներքին ուժերի գումարային մոմենտի համար, այնպես էլ ցանկացած առանցքի նկատմամբ վերցրած այդ ուժերի արդյունաբար մոմենտի համար:

§ 37. Նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը: Իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքը

Ուժի մոմենտին համանման որոշում են նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը (շարժման քանակի մոմենտը): Իմպուլսի մոմենտը O կետի նկատմամբ հավասար է՝

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v}, \quad (37.1)$$

որտեղ \vec{r} -ը այն շառավիղ-վեկտորն է, որը տարված է O կետից դեպի տարածություն մեջ գտնվող նյութական կետը (նկ. 96, պատկերված \vec{r} վեկտորը մեզ հետագայում պետք կգա), $\vec{p} = m\vec{v}$ -ն կետի իմպուլսն է [համեմատեք (36.1) բանաձևի հետ]:

Մտցնելով $l = r \sin \alpha$ բազուկը, իմպուլսի մոմենտի վեկտորի մոդուլը կարելի է գրել

$$L = r p \sin \alpha = lp \quad (37.2)$$

տեսքով:

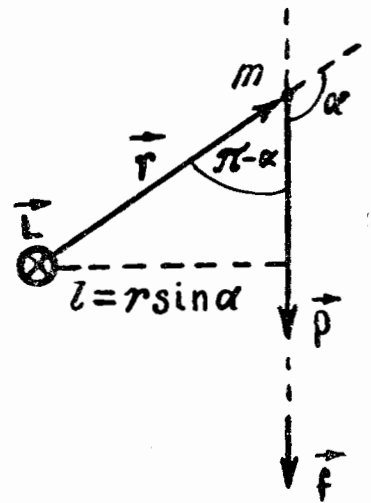
Իմպուլսի մոմենտ Z առանցքի նկատմամբ կոչվում է O կետի նկատմամբ հաշված իմպուլսի \vec{L} մոմենտի \vec{L}_z բաղադրիչը այդ առանցքի վրա (նկ. 97).

$$\vec{L}_z = (\vec{r} \times \vec{p})_z, \quad (37.3)$$

Կրկնելով այն դատողությունները, որոնք հանգեցրել էին (36.9) բանաձև-վին, կգտնենք

$$\vec{L}_z = \vec{R} \times \vec{p}_z = m\vec{R} \times \vec{v}_z, \quad (37.4)$$

որտեղ \vec{R} -ը \vec{r} շառավիղ-վեկտորի բաղադրիչն է, որն աղ-ղահայաց է Z առանցքին,



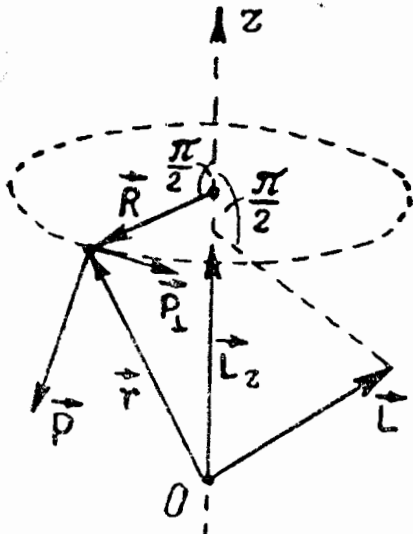
Նկ. 96

\vec{p} և \vec{p} վեկտորի բաղադրիչը, որն ուղղահայաց է Z առանցքով և m կետով անցնող հարթությանը:

Պարզենք, թե ինչով է որոշվում իմպուլսի փոփոխությունը ըստ ժամանակի: Իրա համար ածանցենք (37.1)-ը ըստ t ժամանակի՝ օգտվելով արտադրյալն ածանցելու կանոնից.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (37.5)$$

Առաջին գումարելին հավասար է զրոյի, քանի որ այն միեւնույն կողմն ուղղված վեկտորների վեկտորական արտադրյալն է: Իրոք, $\frac{d\vec{r}}{dt}$ վեկտորը հա-



Նկ. 97

վասար է արագության \vec{v} վեկտորին և, հետևաբար, ըստ ուղղության համընկնում է $\vec{p} = m\vec{v}$ վեկտորի հետ: $\frac{d\vec{p}}{dt}$ վեկտորն ըստ նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասար է մարմնի վրա ազդող \vec{F} ուժին [տե՛ս (22.3)]: Հետևաբար,

(37.5) արտահայտությունը կարելի է գրել

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}, \quad (37.6)$$

որտեղ \vec{M} -ը նյութական կետի վրա կիրառված ուժերի մոմենտն է՝ վերցրած հենց այն O կետի նկատմամբ, որի նկատմամբ վերցվում է իմպուլսի \vec{L} մոմենտը:

(37.6) առնչությունից հետևում է, որ եթե նյութական կետի վրա ազդող ուժերի արդյունաբար մոմենտը որևէ O կետի նկատմամբ հավասար է զրոյի, ապա նյութական կետի նույն O կետի նկատմամբ վերցրած իմպուլսի մոմենտը կմնա հաստատուն:

Վերցնելով (37.6) բանաձևի մեջ մտնող վեկտորների բաղադրիչները Z առանցքի վրա, կստանանք հետևյալ արտահայտությունը¹.

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \vec{M}_z; \quad (37.7)$$

(37.6) բանաձևը նման է (22.3) բանաձևին: Այս բանաձևերը համեմատելուց հետևում է, որ այնպես, ինչպես իմպուլսի ածանցյալը ըստ ժամանակի հավասար է նյութական կետի վրա ազդող ուժին, իմպուլսի մեմենտի ածանցյալն էլ ըստ ժամանակի հավասար է ուժի մեմենտին:

¹ (2.11) բանաձևի համաձայն

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\text{պր}z} = \frac{d}{dt} L_z,$$

որտեղ $\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\text{պր}z}$ -ը $\frac{d\vec{L}}{dt}$ վեկտորի պրոյեկցիան է Z առանցքի վրա, իսկ L_z -ը՝ \vec{L} վեկտորի պրոյեկցիան Z առանցքի վրա: Հավասարության երկու մասերը բազմապատկենք Z առանցքի \vec{e}_z օրտով և նկատի ունենալով, որ \vec{e}_z -ը t -ից կախված չէ, այլ կոդմում այն մտցնենք ածանցյալի նշանի տակ, կստանանք

$$\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_{\text{պր}z} \vec{e}_z = \frac{d}{dt} (L_z \vec{e}_z):$$

Սակայն \vec{e}_z -ի արտադրյալը Z առանցքի վրա վեկտորի ունեցած պրոյեկցիայով տալիս է այդ վեկտորի բաղադրիչը Z առանցքի վրա (տե՛ս էջ 163-ի տողաւանակի ծանոթութիւնը): Հետևաբար՝

$$\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_z = \frac{d}{dt} L_z,$$

որտեղ $\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_z$ -ը $\frac{d\vec{L}}{dt}$ վեկտորի բաղադրիչն է Z առանցքի ուղղութեամբ:

Քննարկենք մի քանի օրինակներ:

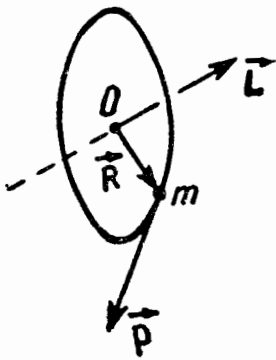
Օրինակ 1: Դիցուք m նյութական կետր շարժվում է նկ. 96-ում ցույց տրված կետագծի երկարությունը: Քանի որ շարժումն ուղղագիծ է, նյութական կետի իմպուլսը փոփոխվում է միայն ըստ մոդուլի, ընդ որում

$$\frac{dp}{dt} = f,$$

որտեղ \vec{f} -ը ուժի մոդուլն է [քննարկվող զեպքում \vec{f} -ն ունի նույն ուղղությունը, ինչ որ \vec{p} -ն (տե՛ս նկ. 96), այնպես, որ $\frac{dp}{dt} > 0$], l բազուկը մնում է անփոփոխ: Հետևաբար՝

$$\frac{d}{dt} L = \frac{d}{dt}(lp) = l \frac{dp}{dt} = lf = M,$$

որը համապատասխանում է (37.6) բանաձևին (այս զեպքում



Նկ. 98

\vec{L} -ը փոփոխվում է միայն ըստ մոդուլի, ընդ որում մեծանալով). ուստի $\left| \frac{d\vec{L}}{dt} \right| = \frac{dL}{dt}$:

Օրինակ 2: m մասնաջով նյութական կետր շարժվում է R շառավղով շրջանագծով (նկ. 98): Նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը շրջանագծի O կենտրոնի նկատմամբ ըստ մոդուլի հավասար է

$$L = mvR: \quad (37.8)$$

\vec{L} վեկտորն ուղղահայաց է շրջանագծի հարթությանը, ընդ որում կետի շարժման ուղղությունը և \vec{L} վեկտորը կազմում են աջ պտուտակային համակարգ:

Քանի որ R -ին հավասար բազուկը մնում է հաստատուն, իմպուլսի մոմենտը կարող է փոփոխվել միայն արագության մոդուլի փոփոխման պատճառով: Նյութական կետի՝ շրջա-

նագծով հավասարաչափ շարժվելու դեպքում իմպուլսի մոմենտը մնում է հաստատուն ըստ մեծություն և ըստ ուղղություն: Հեշտությամբ կարելի է ըմբռնել, որ այս դեպքում նյութական կետի վրա ազդող ուժի մոմենտը հավասար է զրոյի:

Օրինակ 3: Քննարկենք նյութական կետի շարժումը կենտրոնական ուժերի դաշտում (տե՛ս § 26): (37.6)-ին համապատասխան նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը ուժերի կենտրոնի նկատմամբ պետք է հաստատուն մնա և՛ ըստ մեծության, և՛ ըստ ուղղության (կենտրոնական ուժի մոմենտը կենտրոնի նկատմամբ հավասար է զրոյի): Ուժերի կենտրոնից դեպի m կետը տարված \vec{r} շառավիղ-վեկտորը և \vec{L} վեկտորն ուղղահայաց են միմյանց: Ուստի \vec{r} վեկտորը միշտ մնում է \vec{L} ուղղությանն ուղղահայաց հարթության մեջ: Հետևաբար, նյութական կետի շարժումը կենտրոնական ուժերի դաշտում կկատարվի ուժերի կենտրոնով անցնող հարթության վրա գտնվող կորով:

Եթե կենտրոնական ուժի մեծությունը հակադարձ համեմատական է ուժային կենտրոնից եղած հեռավորության քառակուսուն, նյութական կետի հետագիծը կլինի կոնական հատույթ, այսինքն՝ էլիպս, պարաբոլ կամ հիպերբոլ: Այս կորերից որն է դիտվում յուրաքանչյուր կոնկրետ դեպքում, կախված է կենտրոնական ուժի նշանից (այսինքն՝ ուժի ձգող կամ վանող լինելուց) և նյութական կետի E լրիվ էներգիայի արժեքից:

Վանելու դեպքում հետագիծը լինում է միայն հիպերբոլ: Զգելու դեպքում, երբ $E > 0$, հետագիծը ստացվում է հիպերբոլ, $E = 0$ դեպքում հետագիծը կլինի պարաբոլ: Այս դեպքը տեղի ունի, երբ նյութական կետը սկսում է շարժվել անվերջ հեռու դիրքում դադարի վիճակից: Վերջապես $E < 0$ դեպքում հետագիծը կլինի էլիպս (մասնավոր դեպքում՝ շրջանագիծ): Օրինակ՝ Երկիրը շարժվում է էլիպսական ուղեծրով, որի ֆոկուսներից մեկում գտնվում է Արեգակը:

Իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքը: Քննարկենք N

նյութական կետերից բաղկացած մի համակարգ: Ինչպես § 23-ում, այստեղ ևս կետերի վրա ազդող ուժերը բաժանենք ներքին և արտաքին ուժերի: i -րդ նյութական կետի վրա ազդող ներքին ուժերի արդյունարար մոմենտը նշակենք \vec{M}_i' -ով, իսկ այդ կետի վրա ազդող արտաքին ուժերի արդյունարար մոմենտը՝ \vec{M}_i -ով: Այդ դեպքում (37.6) հավասարումը i -րդ նյութական կետի համար կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{d}{dt} \vec{L}_i = \vec{M}_i' + \vec{M}_i \quad (i=1, 2, \dots, N):$$

Այս արտահայտությունն իրենից ներկայացնում է N հավասարումների համակարգ, որոնք իրարից տարբերվում են i ինդեքսի արժեքներով: Գումարելով այդ հավասարումները, կստանանք

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i' + \sum_{i=1}^N \vec{M}_i: \quad (37.9)$$

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{p}_i \quad (37.10)$$

մեծությունը կոչվում է նյութական կետերի համակարգի իմպուլսի մոմենտ:

Ներքին ուժերի մոմենտների գումարը [(37.9) բանաձևի աջ կողմի առաջին գումարը], ինչպես ցույց էր տրվել § 36-ի վերջում, հավասար է զրոյի: Հետևաբար, արտաքին ուժերի գումարային մոմենտը նշանակելով \vec{M} -ով, կարելի է գրել

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_i = \vec{M} \quad (37.11)$$

[այս բանաձևի \vec{L} -ը և \vec{M} -ը այլ իմաստ ունեն (37.6) բանաձևի հենց նույն նշանակումների հետ համեմատած]:

Նյութական կետերի փակ համակարգի համար $\vec{M} = 0$, որի հետևանքով իմպուլսի արդյունաբար \vec{L} մոմենտը կասում չունի ժամանակից: Այսպիսով, հանգեցինք իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքին. նյութական կետերի փակ համակարգի իմպուլսի մոմենտը մնում է կաստատուն:

Նշենք, որ իմպուլսի մոմենտը մնում է հաստատուն նաև արտաքին ազդեցությունների ենթարկված համակարգի համար, այն պայմանով, որ համակարգի մարմինների վրա ազդող արտաքին ուժերի գումարային մոմենտը հավասար է զրոյի:

Վերցնելով (37.11) հավասարման աջ և ձախ կողմերում գտնվող վեկտորների բաղադրիչները Z առանցքի վրա, հանդում են հետևյալ առնչությունը՝

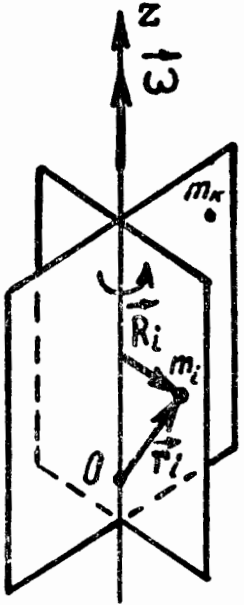
$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_{zi} = \vec{M}_z, \quad (37.12)$$

Կարող է այնպես պատահել, որ արտաքին ուժերի արդյունաբար մոմենտը O կետի նկատմամբ θ -ից տարբեր լինի ($\vec{M} \neq 0$), սակայն \vec{M} վեկտորի \vec{M}_z բաղադրիչը որևէ Z ուղղության վրա հավասար լինի զրոյի: Այդ դեպքում (37.12)-ի համաձայն կպահպանվի համակարգի իմպուլսի մոմենտի \vec{L}_z բաղադրիչը Z առանցքի ուղղությամբ:

§ 38. Պտտական շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումը

Քննարկենք մի համակարգ, որը բաղկացած է այնպիսի նյութական կետերից, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է որևէ ձևով տեղաշարժվել՝ միշտ մնալով այն հարթություններից մեկի վրա, որոնք անցնում են Z ընդհանուր առանցքով (նկ.99): Բոլոր հարթությունները կարող են պտտվել այդ առանցքի շուրջը միատեսակ անկյունային ω արագությամբ:

(11.5) բանաձևի համաձայն i -րդ կետի արագություն տանգենցիալ բաղադրիչը կարելի է ներկայացնել հետևյալ



նկ. 99

տեսքով՝

$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{R}_i,$$

որտեղ \vec{R}_i -ն \vec{r}_i շառավիղ-վեկտորի Z առանցքին ուղղահայաց բաղադրիչն է [ներա R_i մոդուլը տալիս է կետի հեռավորությունը Z առանցքից]: Տեղադրելով \vec{v}_i -ի այդ արժեքը (37.4) բանաձևի մեջ, կստանանք կետի իմպուլսի մոմենտի արտահայտությունը Z առանցքի նկատմամբ.

$$\vec{L}_{zi} = m_i \vec{R}_i \times (\vec{\omega} \times \vec{R}_i) = m_i R_i^2 \vec{\omega}$$

[օգտվեցինք (11.3) առնչություն-

նից. \vec{R}_i և $\vec{\omega}$ վեկտորները «փոխադարձ ուղղահայաց են»]:

Գումարելով այս արտահայտությունը ըստ բոլոր կետերի և դուրս հանելով ընդհանուր $\vec{\omega}$ արտադրիչը գումարման նշանի տակից, Z առանցքի նկատմամբ համակարգի իմպուլսի մոմենտի համար կգտնենք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\vec{L}_z = \vec{\omega} \sum_{i=1}^N m_i R_i^2; \tag{38.1}$$

Հետևյալ ֆիզիկական մեծությունը՝

$$I_z = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2, \tag{38.2}$$

որը հավասար է նյութական կետերի մասսաների և Z առանցքից այդ կետերի ունեցած հեռավորությունների քառակուսիների արտադրյալների գումարին, կոչվում է նյութական կետերի համակարգի իներցիայի մոմենտ Z առանցքի նկատմամբ (առանձին վերցրած $m_i R_i^2$ գումարելին i -րդ նյութական կետի իներցիայի մոմենտն է Z առանցքի նկատմամբ):

Հաշվի առնելով (38.2)-ը, (38.1) արտահայտությունը կրճղունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega} \quad (38.3)$$

Տեղադրելով \vec{L}_z -ի այդ արտահայտությունը (37.12) առընչություն մեջ, հանգում ենք հետևյալ հավասարմանը՝

$$\frac{d}{dt}(I_z \vec{\omega}) = \vec{M}_z, \quad (38.4)$$

որը պատահան շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումն է: Ըստ ձևի այն նման է նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարմանը՝

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{f}$$

§ 35-ում նշեցինք, որ բացարձակ պինդ մարմինը կարելի է դիտել որպես իրար նկատմամբ անփոփոխ հեռավորություններ ունեցող նյութական կետերի համակարգ: Այսպիսի համակարգի համար իներցիայի I_z մոմենտը անշարժ Z առանցքի նկատմամբ $\vec{\omega}$ հաստատուն մեծություն է: Հետևաբար, (38.4) հավասարումը բացարձակ պինդ մարմնի համար ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$I_z \vec{\beta} = \vec{M}_z, \quad (38.5)$$

որտեղ $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ -ն պինդ մարմնի անկյունային արագացումն է,

\vec{M}_z -ը՝ մարմնի վրա ազդող արտաքին ուժերի արգյունաբար մոմենտը: (38.5) հավասարումը ձևով նման է

$$m\vec{w} = \vec{f}$$

հավասարմանը:

Համեմատելով պատահան շարժման դինամիկայի հավասարումը համընթաց շարժման դինամիկայի հավասարման հետ, հեշտ է նկատել, որ պատահան շարժման դեպ-

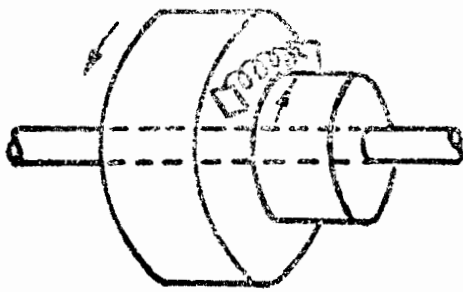
քում ուժի գերում հանդես է գալիս ուժի մոմենտը, իսկ մասսայի գերում՝ իներցիայի մոմենտը և այլն (աղյուսակ 2):

Աղյուսակ 2

Համընթաց շարժում	Պատահան շարժում
$m\vec{w} = \vec{f}$ $\vec{p} = m\vec{v}$ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$	$I_z \vec{\beta} = \vec{M}_z$ $\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}$ $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$
\vec{f} — ուժ m — մասսա \vec{v} — զծային արագություն \vec{w} — զծային արագացում \vec{p} — իմպուլս	\vec{M} կամ \vec{M}_z — ուժի մոմենտ I_z — իներցիայի մոմենտ $\vec{\omega}$ — անկյունային արագություն $\vec{\beta}$ — անկյունային արագացում \vec{L} — իմպուլսի մոմենտ

Ուժի մոմենտ և իներցիայի մոմենտ հասկացությունները մտցրել էինք պլնդ մաթմնի պատյաի քննարկման հիման վրա: Մակալն պետք է նկատի տանալ, որ այս մեծությունները գոյության տնեն անկախ պտտյաից: Այսպես, յուրաքանչյուր մաթմին, անկախ նրանից՝ պտտվում, թե հանգստանում է, օժտված է որոշակի իներցիայի մոմենտով ցանկացած առանցքի նկատմամբ, այնպես, ինչպես մաթմինն օժտված է մասսայով՝ անկախ իր շարժման վիճակից: Ուժի մոմենտը նույնպես գոյության տնի անկախ նրանից՝ պտտվում է մաթմինը առանցքի շարժը (որի նկատմամբ վերցվում է մոմենտը), թե՛ հանգստանում է: Վերջին գեպքում քննարկվող ուժի մոմենտը, ակնհայտ է, որ հավասարակշռվում է մաթմնի վրա ազդող այլ ուժերի մոմենտներով:

(38.5) հավասարումից երևում է, որ նրբ բոլոր արտաքին ուժերի արդյունաբար մոմենտը հավասար է գրուի,



Նկ. 100

մարմինը պտտվում է հաստատուն անկյունային արագությունը: Եթե մարմնի իներցիայի մոմենտը կարող է փոփոխվել՝ մարմնի առանձին մասերի դասավորությունը միմյանց նկատմամբ փոփոխվելու հետևանքով, $\vec{M}_z = 0$ -ի դեպքում $I_z \omega$ արագությունը մնում է հաստատուն [տե՛ս (38.4)] և I_z իներցիայի մոմենտի փոփոխությունն իր հերթին առաջացնում է անկյունային $\vec{\omega}$ արագության համապատասխան փոփոխություն: Արանով է սովորաբար բացատրվում հետևյալ ցուցադրվող երևույթը, պտտվող նստարանի վրա կանգնած մարդը ձեռքերը պարզելու դեպքում ավելի դանդաղ է պտտվում, իսկ ձեռքերը մարմնին մոտեցնելու դեպքում՝ ավելի արագ:

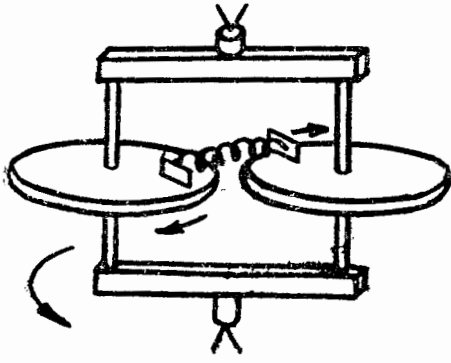
Քննարկենք ընդհանուր պտտման առանցք ունեցող երկու սկավառակներից բաղկացած մի համակարգ (Նկ. 100): Այս սկավառակների վրա կցած ելուստների միջև տեղավորենք սեղմված վիճակում գտնվող մի զսպանակ և ելուստները կապենք թելով: Եթե թելը այրենք, բացվող զսպանակի ազդեցության տակ երկու սկավառակները կսկսեն պտտվել հակառակ ուղղություններով: Սկավառակների ձեռք բերած իմպուլսի մոմենտները հավասար կլինեն ըստ մեծության, հակառակ՝ ըստ ուղղության.

$$I_1 \vec{\omega}_1 = - I_2 \vec{\omega}_2,$$

այնպես, որ համակարգի իմպուլսի դումարային մոմենտն առաջվա նման մնում է զրոյին հավասար:

Նման ձևով է լինում նկ. 101-ում պատկերված համակարգի դեպքը, որը բաղկացած է երկու սկավառակներից, որոնց առանցքները չեն համընկնում միմյանց հետ և ամրացված են մի շրջանակի մեջ, որն իր հերթին կարող է ազատ պտտվել համակարգի սիմետրիայի առանցքի շուրջը:

Եթե սկավառակների ելուստները կապող թելը այրենք, այդ



Նկ. 101

ելուստների միջև սեղմված վիճակում տեղավորված զսպանակի ազդեցության տակ սկավառակները կսկսեն պտտվել, ընդ որում, ինչպես հեշտ է նկատել, կպտտվեն նույն ուղղությամբ: Միաժամանակ շրջանակը կսկսի պտտվել հակառակ ուղղությամբ, այնպես, որ ամբողջապես վերցրած

համակարգի իմպուլսի լրիվ մոմենտը մնում է զրոյին հավասար:

Վերը քննարկած երկու օրինակներում համակարգի առանձին մասերի պտտյալն առաջանում է ներքին ուժերի ազդեցության տակ: Հետևաբար, համակարգի մարմինների միջև գործող ներքին ուժերը կարող են առաջացնել համակարգի առանձին մասերի իմպուլսի մոմենտների փոփոխություն: Սակայն այդ փոփոխությունները միշտ այնպիսին կլինեն, որ ամբողջապես վերցրած համակարգի իմպուլսի գումարային մոմենտը կմնա անփոփոխ: Համակարգի իմպուլսի լրիվ մոմենտը կարող է փոփոխվել միայն արտաքին ուժերի ազդեցության տակ:

§ 39. Իներցիայի մոմենտ

Նախորդ պարագրաֆում իներցիայի մոմենտը սահմանվեց որպես տարրական մասսաների և առանցքից նրանց ունեցած հեռավորությունների քառակուսիների արտադրյալների գումար [տես (38,2)]: Սահմանումից հետևում է, որ իներցիայի մոմենտը ազիտիվ մեծություն է: Դա նշանակում է, որ մարմնի իներցիայի մոմենտը հավասար է նրա առանձին մասերի իներցիաների մոմենտների գումարին:

Մասսայի բաշխումը մարմնի սահմաններում կարելի է բնութագրել մի մեծությունով, որը կոչվում է խտություն: Եթե մարմինը համասեռ է, այսինքն՝ նրա հատկությունները բոլոր կետերում միատեսակ են, ապա խտություն կոչվում է հետևյալ մեծությունը՝

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (39.1)$$

որտեղ m -ը մարմնի մասսան է,

V -ն՝ նրա ծավալը:

Այսպիսով, համասեռ մարմնի դեպքում խտությունը իրենից ներկայացնում է միավոր ծավալով մարմնի մասսա:

Անհամասեռ բաշխված մասսայով մարմնի համար (39.1) արտահայտությունը տալիս է միջին խտությունը: Այս դեպքում խտությունը տվյալ կետում կորոշվի հետևյալ ձևով՝

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}: \quad (39.2)$$

Այս արտահայտության մեջ Δm -ը այն մասսան է, որ պարփակված է ΔV ծավալում, որը սահմանային անցման դեպքում ձգտում է այն կետին, որի համար որոշվում է խտությունը:

Սահմանային անցումը (39.2)-ում չպետք է այնպես հասկանալ, որ ΔV -ն կենտրոնանում է բառացիորեն մի կետում: Այդպես հասկանալու դեպքում, եթե երկու գործնականորեն համընկնող կետերից մեկն ատամի միջուկն է, իսկ մյուսը՝ միջուկների միջև ընկած տարածությունը, կստացվեն իրարից խստորեն տարբերվող արդյունքներ (առաջին կետի համար՝ բավականին մեծ արժեք, իսկ երկրորդի համար՝ զրո): Ուստի ΔV -ն պետք է փոքրացնել այնքան ժամանակ, մինչև որ ստացվի ֆիզիկապես անսահման փոքր ծավալ, որը այն ծավալն է, որ մի կողմից բավականաչափ փոքր է նրա համար, որպեսզի այդ ծավալի սահմաններում միկրոսկոպիկ (այսինքն՝ մեծ թվով ատոմների ամբողջությանը հատուկ) հատկությունները կարելի լինի միատեսակ համարել, իսկ

մյուս կողմից բավականաչափ մեծ նրա համար, որպեսզի գրեականի նյութի դիսկրետությունը (ընդհատությունը):

(39.2)-ի համաձայն Δm_i -ի տարրական մասսան հավասար է ավյալ կետում մարմնի ρ_i խտության և համապատասխան տարրական ΔV_i ծավալի արտադրյալին.

$$\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i:$$

Հետևաբար, իներցիայի մոմենտը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I = \sum \rho_i r_i^2 \Delta V_i \quad (39.3)$$

[(38.2) բանաձևում R_i -ն փոխարինեցինք r_i -ով]:

Եթե մարմնի խտությունը հաստատուն է, կարելի է գումարման նշանի տակից դուրս բերել.

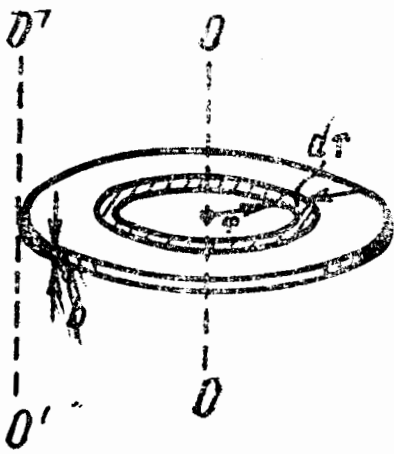
$$I = \rho \sum r_i^2 \Delta V_i \quad (39.4)$$

(39.3) և (39.4) առնչությունները մտաավոր են, ընդ որում այնքան ավելի ճիշտ են, որքան ավելի փոքր են ΔV_i տարրական ծավալները և նրանց համապատասխան Δm_i տարրական մասսաները: Հետևաբար, իներցիայի մոմենտը գտնելու խնդիրը հանդամ է ինտեգրման՝

$$I = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV \quad (39.5)$$

(39.5) ինտեգրալը վերցվում է մարմնի ամբողջ ծավալով: ρ և r մեծություններն այս ինտեգրալի մեջ ֆունկցիա են կետից, օրինակ, x , y և z դեկարտյան կոորդինատներից:

Օրինակ՝ գտնենք համասեռ սկալառակի իներցիայի մոմենտն այն առանցքի նկատմամբ, որն ուղղահայաց է սկալառակի հարթությանը և անցնում է նրա կենտրոնով (նկ.



Նկ. 102

102): Սկզբառակը բաժանենք dr հաստությամբ օղակային շերտերի: Նույն շերտի բոլոր կետերը գտնվում են առանցքից միևնույն r հեռավորության վրա: Այսպիսով շերտի ծավալը՝

$$dV = b2\pi r dr,$$

որտեղ b -ն սկզբառակի հաստությունն է:

Քանի որ սկզբառակը համասեռ է, նրա խտությունը բոլոր կետերում միասնապես է և ρ -ն կարելի է (39.5)-ի ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերել.

$$I = \rho \int r^2 dV = \rho \int_0^R r^2 b 2\pi r dr,$$

որտեղ R -ը սկզբառակի շառավիղն է:

Ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերենք նաև $2\pi b$ հաստատուն արտադրիչը.

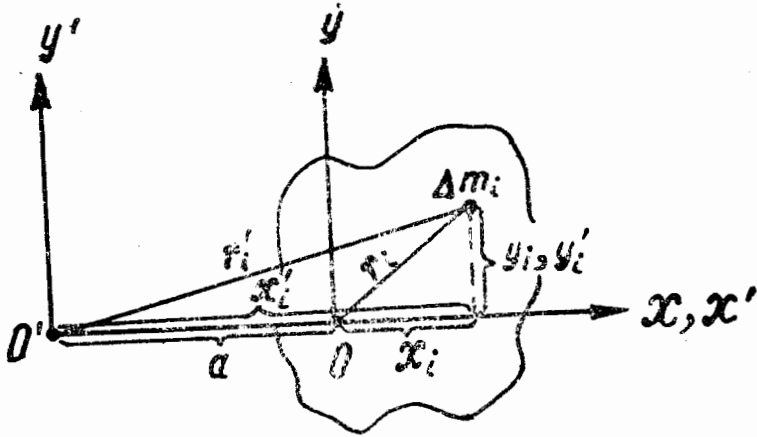
$$I = 2\pi b \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi b \rho \frac{R^4}{4}:$$

Վերջապես, մտցնելով սկզբառակի m մասսան, որը հավասար է ρ խտության և սկզբառակի $b\pi R^2$ ծավալի արտադրյալին, կտանանք

$$I = \frac{mR^2}{2}: \quad (39.6)$$

Քննարկվող օբիեկտն արտադրվում է իներցիայի մոմենտի որոշումը զգալիորեն պարզվեց այն պատճառով, որ մարմինը համասեռ էր և սիմետրիկ, իսկ իներցիայի մոմենտը որոշվեց հենց սիմետրիայի առանցքի նկատմամբ: Եթե փորձեինք որոշել սկզբառակի իներցիայի մոմենտը, օբիեկտ՝ $O'O'$ առանցքի նկատմամբ, որն ուղղահայաց է սկզբառակին և անցնում է նրա կրթով (Նկ. 102), ակնհայտ է, որ հաշվումներն անհամեմատ ավելի կբարդանային: Նման դեպքերում իներցիա-

յի մոմենտի որոշումը զգալիորեն կհեշտանա, եթե օգտւ-
 վենք Շտեյնեի բերեմից, որը ձևակերպվում է հետև-
 յալ կերպ. իներցիայի I մոմենտը ցանկացած առանցքի
 նկատմամբ հավասար է ավյալ առանցքին զուգահեռ և



Նկ. 103

մարմնի իներցիայի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատ-
 մամբ հաշվված իներցիայի I_0 մոմենտի ու առանցքների
 միջև եղած a հեռավորության քառակուսու և մարմնի
 m մասայի արտադրյալի գումարին, այսինքն՝

$$I = I_0 + ma^2; \quad (39.7)$$

Շտեյնեի թեորեմին համապատասխան սկավառակի
 իներցիայի մոմենտը $O'O'$ առանցքի նկատմամբ հավասար
 է սկավառակի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատմամբ
 հաշվված (39.6) իներցիայի մոմենտին, գումարած mR^2
 ($O'O'$ և OO առանցքների միջև հեռավորությունը հավասար
 է սկավառակի R շառավղին).

$$I = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2;$$

Այսպիսով, Շտեյնեի թեորեմը, ըստ էության, ցանկա-
 ցած առանցքի նկատմամբ իներցիայի մոմենտի հաշվումը
 հանգեցնում է մարմնի իներցիայի կենտրոնով անցնող ա-
 ռանցքի նկատմամբ իներցիայի մոմենտի հաշվելուն:

Շտեյնների թեորեմն ապացուցելու համար քննարկենք ցանկացած δ -ի մի մարմին (նկ. 103): Վերցնենք իրար զուգահեռ երկու՝ OO և $O'O'$ առանցքներ, որոնցից մեկը (OO առանցքը) անցնում է մարմնի իներցիայի կենտրոնով: Այս առանցքների հետ կապենք xyz և $x'y'z'$ կոորդինատային առանցքները, որոնք ընտրենք այնպես, որ Z առանցքը համընկնի OO առանցքին, իսկ Z' առանցքը՝ $O'O'$ առանցքին (նկ. 103-ում այդ առանցքներն ուղղահայաց են գծագրի հարթությանը): Բացի դրանից, x և x' առանցքներն ընտրենք այնպես, որ նրանք համընկնեն իրար և անցնեն մարմնի իներցիայի կենտրոնով: Այս դեպքում տարրական Δm_i մասսայի կոորդինատների միջև գոյություն կունենան հետևյալ առնչություններ՝

$$x'_i = a + x_i, \quad y'_i = y_i,$$

որտեղ a -ն առանցքների միջև եղած հեռավորությունն է:

OO առանցքից Δm_i -ի ունեցած հեռավորության քառակուսին՝

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2, \quad (39.8)$$

իսկ $O'O'$ առանցքից ունեցած հեռավորության քառակուսին՝

$$r_i'^2 = x_i'^2 + y_i'^2 = (x_i + a)^2 + y_i^2: \quad (39.9)$$

Հաշվի առնելով (39.8)-ը, մարմնի իներցիայի մոմենտը OO առանցքի նկատմամբ որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$I_0 = \sum r_i^2 \Delta m_i = \sum (x_i^2 + y_i^2) \Delta m_i, \quad (39.10)$$

իսկ իներցիայի մոմենտը $O'O'$ առանցքի նկատմամբ [հաշվի առնելով (39.9)-ը] կլինի

$$I = \sum r_i'^2 \Delta m_i = \sum [(a + x_i)^2 + y_i^2] \Delta m_i, \quad (39.11)$$

Փոքր փակագծերում դանդող արտահայտությունը քառակուսի առաինձան բարձրաստիճանի և համապատասխան ձևով ստացված գումարելիները խմբավորելով, (39.11)-ը կարելի է գրել

$$I = \sum (x_i^2 + y_i^2) \Delta m_i + a^2 \sum \Delta m_i + 2a \sum x_i \Delta m_i \quad (39.12)$$

տեսքով: (39.12)-ի գումարներից առաջինը համընկնում է (39.10)-ի հետ, այսինքն՝ իրենից ներկայացնում է I_0 , երկրորդ գումարը տալիս է ma^2 , իսկ երրորդ գումարը, ինչպես հեշտ է նկատել, հավասար է զրոյի: Իրոք, քանի որ Z առանցքը անցնում է մարմնի ինեըցիայի կենտրոնով, ինեըցիայի կենարանի x_c կոորդինատը հավասար է զրոյի:

Միաժամանակ ըստ սահմանման $x_c = \frac{1}{m} \sum x_i \Delta m_i$, որտեղից

հետևում է, որ $\sum x_i \Delta m_i$ -ը հավասար է զրոյի:

Այսպիսով, (39.12) արտահայտությունը ստանում է հետևյալ տեսքը՝

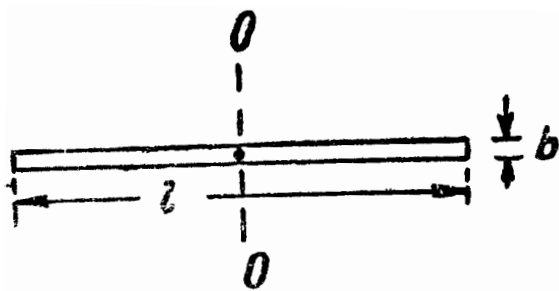
$$I = I_0 + ma^2,$$

ինչ պահանջվում էր սպասույել [տես (39.7)-ը]:

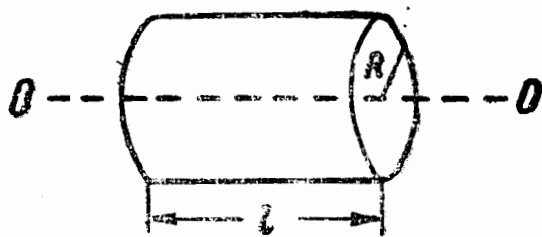
Վերջում տանք մի քանի մարմինների ինեըցիայի մոմենտների արժեքները (ենթադրվում է, որ մարմինները համասեռ են, իսկ m -ը մարմնի մասսան է).

1. Մարմինն իրենից ներկայացնում է քարակ, եր կար, ցանկացած ձևի հատվածքով ձող: Չողի առավելագույն լայնահասն b չափը շատ ավելի փոքր է ձողի l երկարությունից ($b \ll l$): Ինեըցիայի մոմենտը ձողին ուղղահայաց և նրա կենարանով անցնող առանցքի նկատմամբ (նկ. 104) կլինի

$$I = \frac{1}{12} ml^2,$$



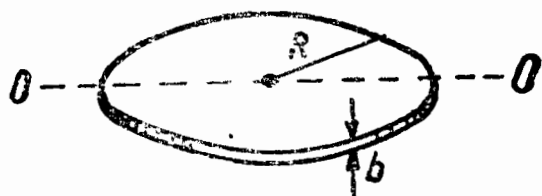
Նկ. 104



Նկ. 105

2. Սկավառակի կամ գլանի համար R -ի և l -ի ցանկացած հարաբերակցություն դեպքում (նկ. 105) իներցիայի մոմենտը այն առանցքի նկատմամբ, որը համընկնում է գլանի երկրաչափական առանցքի հետ, կլինի

$$I = \frac{1}{2} mR^2:$$



Նկ. 106

3. Մարմինն իրենից ներկայացնում է բարակ սկավառակ: Սկավառակի b հաստությունը շատ ավելի փոքր է սկավառակի R շառավղից ($b \ll R$): Իներցիայի մոմենտը սկավառակի տրամագծի հետ համընկնող առանցքի նկատմամբ (նկ. 106) կլինի

$$I = \frac{1}{4} mR^2:$$

4. R շառավղով գնդի իներցիայի մոմենտը գնդի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատմամբ կլինի

$$I = \frac{2}{5} mR^2:$$

§ 40. Պինդ մարմնի կինետիկ էներգիան

Մարմնի պտույտը անշարժ առանցքի շուրջը: Դիցուք մարմինը պտտվում է անշարժ առանցքի շուրջը, որն անվանենք Z առանցք: Տարրական Δm_i մասսայի գծային արագությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$v_i = R_i \omega,$$

որտեղ R_i -ն Δm_i -ի հեռավորությունն է Z առանցքից:

Հետևաբար, i -րդ տարրական մասսայի կինետիկ էներգիան՝

$$\Delta T_i = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} \Delta m_i R_i^2 \omega^2.$$

Մարմնի կինետիկ էներգիան բաղկացած է այդ մարմնի առանձին մասերի կինետիկ էներգիաներից, այսինքն՝

$$T = \sum \Delta T_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum \Delta m_i R_i^2.$$

Այս առնչության աջ մասի գումարը մարմնի իներցիայի I_z մոմենտն է պտտման առանցքի նկատմամբ: Այսպիսով, անշարժ առանցքի շուրջը պտտվող մարմնի կինետիկ էներգիան՝

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2}, \quad (40.1)$$

Ստացված արտահայտությունը համանման է համընթաց շարժվող մարմնի կինետիկ էներգիայի համար ստացված $T = \frac{mv^2}{2}$ արտահայտությանը: Պտտական շարժման ժամանակ մասսայի դերում հանդես է գալիս իներցիայի մոմենտը, իսկ գծային արագության դերում՝ անկյունային արագությունը:

Արտաքին ուժերի աշխատանքը պինդ մարմնի պտտման դեպքում: Հաշվենք այն աշխատանքը, որ կատարում են արտաքին ուժերը մարմինն անշարժ Z առանցքի շուրջը պտտվելու դեպքում: Տարրական Δm_i մասսայի նկատմամբ կիրառված արտաքին ուժը նշանակենք \vec{F}_i -ով: dt ժամանակում i -րդ տարրական մասսան անցնում է

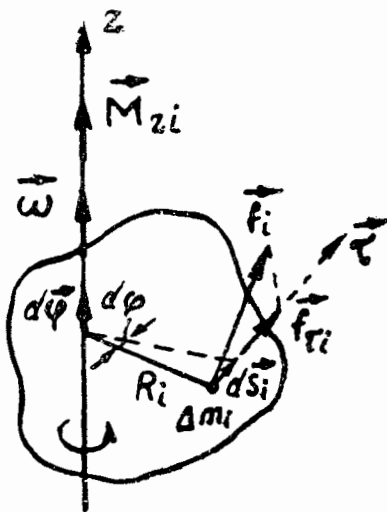
$$ds_i = R_i d\varphi$$

ճանապարհ (նկ. 107), որտեղ $d\varphi$ -ն այն անկյունն է, որով պտտվում է մարմինը dt ժամանակամիջոցում: \vec{F}_i ուժի աշխատանքն այս ճանապարհի վրա որոշվում է տեղափոխման ուղղության վրա ուժի պրոյեկցիայով, որը

նշանակում են $\vec{f}_{\tau i}$ -ով ($\vec{\tau}$ այն շրջանագծի շոշափողի միավոր վեկտորն է, որով շարժվում է i -րդ տարրական մասսան. այս վեկտորի ուղղությունը համընկնում է տվյալ պահին անդափոխման ունեցած ուղղության հետ): Այսպիսով՝

$$dA_i = f_{\tau i} ds_i = f_{\tau i} R_i d\varphi:$$

Սակայն $f_{\tau i} R_i$ -ն հավասար է z առանցքի նկատմամբ \vec{f}_i ուժի մոմենտի մոդուլին, այսինքն՝ $|\vec{M}_{zi}|$ -ին, որը վերցվում է «+» նշանով, եթե $f_{\tau i}$ -ն դրական է, և «-»-ով, եթե $f_{\tau i}$ -ն բացասական է [տե՛ս (36.10) բանաձևը. այս բանաձևի մեջ f_{τ} -ն ոչ թե պրոյեկցիան է, այլ \vec{f}_{τ} ուժի մոդուլը]: Հետևաբար՝



Նկ. 107

$$dA_i = \pm |M_{zi}| d\varphi: \quad (40.2)$$

Պատման տարրական անկյունը կարելի է դիտել որպես առանցքային վեկտոր, այսինքն՝

$$\vec{d\varphi} = \vec{\omega} dt:$$

Հեշտությամբ կարելի է ըմբռնել, որ dA_i աշխատանքը դրական կլինի, երբ \vec{M}_{zi} վեկտորի ուղղությունը համընկնի $\vec{d\varphi}$ ուղղության հետ, և բացասական կլինի, երբ \vec{M}_{zi} $\vec{d\varphi}$ վեկտորների ուղղությունները հակառակ լինեն: Ուստի (40.2) բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$dA_i = \vec{M}_{zi} \cdot \vec{d\varphi}:$$

Մարմնի վրա կիրառված բոլոր ուժերի աշխատանքը հավասար է առանձին ուժերի կատարած աշխատանքների գումարին, այսինքն՝

$$dA = \sum dA_i = \sum \vec{M}_{zi} \cdot \vec{d\varphi} = \left(\sum \vec{M}_{zi} \right) \cdot \vec{d\varphi}:$$

Փակագծերի մեջ գտնվող գումարը մարմնի վրա կիրառ-

ված բոլոր արտաքին ուժերի արդյունարար \vec{M}_z մոմենտն է պատման ստանցքի նկատմամբ: Հետևաբար՝

$$dA = \vec{M}_z \cdot d\vec{\varphi}^1 \quad (40.3)$$

Այս արտահայտությունը համանման է համընթաց շարժման համար ստացված արտահայտությանը՝ $dA = \vec{f} \cdot d\vec{s}$: Այս արտահայտությունները համեմատելուց հետևում է, որ պատման դեպքում ուժի դերը կատարում է ուժի մոմենտը, իսկ գծային $d\vec{s} = \vec{v}dt$ տեղափոխման դերը՝ $d\vec{\varphi} = \vec{\omega}dt$ անկյունային տեղափոխումը:

Գործնականում աշխատանքը հաշվելու համար օգտվում են հետևյալ արտահայտությունից՝

$$dA = M_\omega d\varphi = M_\omega \omega dt, \quad (40.4)$$

որտեղ M_ω -ն մարմնի վրա կիրառված արտաքին ուժերի արդյունարար մոմենտի պրոյեկցիան է $\vec{\omega}$ վեկտորի ուղղությունում:

Վերջավոր ժամանակամիջոցում կատարված աշխատանքը հաշվում են (40.4) արտահայտությունը ինտեգրելով, այսինքն՝

$$A = \int dA = \int_0^\varphi M_\omega d\varphi = \int_0^t M_\omega \omega dt: \quad (40.5)$$

¹ Կրկնելով այս գատողությունները տարրական մասսաների նկատմամբ կիրառված ներքին \vec{f}_i ուժերի համար, կհանգեկինք հետևյալ բանաձևին՝

$$dA = \vec{M}'_z \cdot d\vec{\varphi},$$

որտեղ \vec{M}'_z -ը բոլոր ներքին ուժերի արդյունարար մոմենտն է:

Այս մոմենտը, ինչպես մենք դիտենք, հավասար է զրոյի (տե՛ս § 36-ի վերջին պարբերությունը): Հետևաբար, ներքին ուժերի արդյունարար աշխատանքը մարմնի պատման դեպքում հավասար է զրոյի:

Եթե ուժերի արդյունարար մոմենտի պրոյեկցիան $\vec{\omega}$ ուղղության վրա մնում է հաստատուն, կարելի է ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերել.

$$A = M_{\omega} \int_0^{\varphi} d\varphi = M_{\omega} \varphi \quad (40.6)$$

(φ -ն այն անկյունն է, որով պտտվում է մարմինը $\vec{\omega}$ ժամանակում):

Մարմնի կինեմիկ էներգիան հարթ շարժման դեպքում: Մարմնի հարթ շարժումը, ինչպես տեսանք § 34-ում, կարելի է ներկայացնել որպես երկու շարժումների վերադրում՝ որևէ \vec{v}_0 արագությունը համընթաց շարժման և համապատասխան առանցքի շուրջը պտտական շարժման վերադրում: Մարմնի հետ կապենք K' կոորդինատների համակարգը, որի Z' առանցքն ուղղենք մարմնի պտտական շարժման $\vec{\omega}$ անկյունային արագության վեկտորի ուղղությամբ: (33.13) բանաձևի համաձայն մարմնի i -րդ տարրական մասսայի արագությունը կոորդինատների անշարժ համակարգում կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{v}_i = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_i',$$

որտեղ \vec{v}_0 -ն K' համակարգի O' սկզբնականի արագությունն է, \vec{r}_i' -ն՝ շառավիղ-վեկտորը, որը որոշում է տարրական մասսայի դիրքը O' կետի նկատմամբ:

i -րդ տարրական մասսայի կինեմիկ էներգիան¹

$$\Delta T_i = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} \Delta m_i (\vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_i')^2;$$

Քառակուսի աստիճան բարձրացնելուց հետո կստանանք

$$\Delta T_i = \frac{1}{2} \Delta m_i [v_0^2 + 2\vec{v}_0 \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_i') + (\vec{\omega} \times \vec{r}_i')^2]: \quad (40.7)$$

¹ Հիշենք, որ վեկտորի քառակուսին հաշվառք է վեկտորի մոդուլի քառակուսուն, այսինքն՝ $\vec{v}_i^2 = v_i^2$:

$\vec{\omega}$ -ի և \vec{r}'_i -ի վեկտորական արտադրյալը, ինչպես մենք գիտենք, կարելի է փոխարինել $\vec{\omega}$ -ի և \vec{R}_i -ի վեկտորական արտադրյալով, որտեղ \vec{R}_i -ն \vec{r}'_i շառավիղ-վեկտորի Z' առանցքին ուղղահայաց բաղադրիչն է [տե՛ս (11.4) բանաձևը և նրան հաջորդող տեքստը]: Այս վեկտորական արտադրյալի մոդուլը հավասար է ωR_i -ի ($\vec{\omega}$ -ն և \vec{R}_i -ն փոխադարձ ուղղահայաց են):

$$\text{Հետևաբար՝ } (\vec{\omega} \times \vec{r}'_i)^2 = \omega^2 R_i^2:$$

Տեղադրենք այս արժեքը (40.7)-ի մեջ և գումարենք ΔT_i -ն ըստ բոլոր տարրական մասսաների: Արդյունքում կստանանք մարմնի կինետիկ էներգիայի արտահայտությունը՝

$$T = \frac{1}{2} \sum \Delta m_i v_0^2 + \sum \vec{v}_0 \cdot (\vec{\omega} \times \Delta m_i \vec{r}'_i) + \frac{1}{2} \sum \omega^2 \Delta m_i R_i^2:$$

Բոլոր տեղերում հաստատուն բազմապատկիչը դուրս բերենք գումարման նշանի տակից.

$$T = \frac{1}{2} v_0^2 \sum \Delta m_i + \vec{v}_0 \cdot \left(\vec{\omega} \times \sum \Delta m_i \vec{r}'_i \right) + \frac{1}{2} \omega^2 \sum \Delta m_i R_i^2$$

(հավասարման աջ կողմի երկրորդ գումարելին ձևափոխելիս գտվեցինք վեկտորական և սկալյար արտադրիչների բաշխականությունից):

Տարրական մասսաների $\sum \Delta m_i$ գումարը հավասար է մարմնի m մասսային: $\sum \Delta m_i \vec{r}'_i$ արտահայտությունը հավասար է մարմնի մասսայի և K' համակարգում մարմնի իներցիայի կենտրոնի \vec{r}'_C շառավիղ-վեկտորի արտադրյալին [տե՛ս (23.1) բանաձևը]: Վերջապես, $\sum \Delta m_i R_i^2$ -ն տալիս է մարմնի իներցիայի I_z մոմենտը պտտման Z' առանցքի նկատմամբ: Ուստի կարելի է գրել

$$T = \frac{mv_0^2}{2} + \vec{v}_0 \cdot (\vec{\omega} \times m \vec{r}'_C) + \frac{I_z \omega^2}{2}: \quad (40.8)$$

Այս արտահայտությունը կարելի է պարզեցնել՝ որպես O' կետ վերցնելով մարմնի իներցիայի C կենտրոնը, այսինքն՝ K' կոորդինատների համակարգի սկզբնակետը C կետում տեղափոխելով: Այս դեպքում $\vec{r}_C = 0$, այնպես որ երկրորդ գումարելին անհետանում է: Ուստի իներցիայի կենտրոնի արագությունը նշանակելով \vec{v}_C -ով, իսկ C կետով անցնող պտտման առանցքի նկատմամբ մարմնի իներցիայի մոմենտը՝ I_C -ով, մարմնի կինետիկ էներգիայի համար կստանանք հետևյալ բանաձևը՝

$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C \omega^2}{2} \quad (40.9)$$

Այսպիսով, հարթ շարժման դեպքում մարմնի կինետիկ էներգիան բաղկացած է իներցիայի կենտրոնի արագությունից կատարվող համընթաց շարժման էներգիայից և մարմնի իներցիայի կենտրոնով անցնող առանցքի շուրջը կատարվող պտույտի էներգիայից:

§ 41. Պինդ մարմնի դինամիկայի օրենքների կիրառումը

Ինչպես ապացուցվեց նախորդ պարագրաֆներում, պինդ մարմնի շարժումը ենթարկվում է հետևյալ երկու հավասարումներին [տե՛ս (35.5) և (38.5)]՝

$$m\vec{w}_C = \sum \vec{F}_i, \quad (41.1)$$

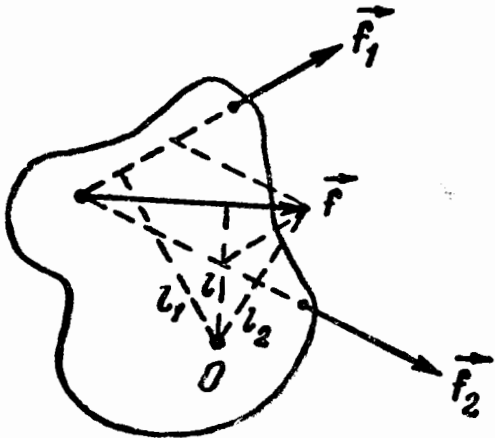
$$I\vec{\beta} = \sum \vec{M}_i: \quad (41.2)$$

Հետևաբար, մարմնի շարժումը որոշվում է մարմնի վրա ազդող արտաքին \vec{F}_i ուժերով և այդ ուժերի \vec{M}_i մոմենտներով: Ուժերի մոմենտը կարելի է վերցնել ցանկացած անշարժ կամ առանց արագացման շարժվող առանցքի նկատմամբ (նույն առանցքի նկատմամբ վերցված է նաև իներ-

ցիայի Γ մոմենտը): Արագացումով շարժվող առանցքի նկատմամբ արտաքին ուժերի մոմենտները հաշվելու դեպքում, ըստ էությունից, կգրեինք (41.2) հավասարումը հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգում: Այս դեպքում, մարմնի վրա կիրառված արտաքին ուժերից բացի, պետք է հաշվի առնել նաև իներցիայի ուժերը և նրանց մոմենտները:

Մարմնի վրա ազդող \vec{F}_i ուժերի կիրառման կետերը կարելի է տեղափոխել նրանց ազդման գծի երկարությամբ, քանի որ այս դեպքում ոչ $\sum \vec{F}_i$ գումարը, և ոչ էլ \vec{M}_i մո-

մենտները չեն փոփոխվում (ուժն իր ազդման գծի երկարությամբ տեղափոխելիս բազուկը ցանկացած կետի նկատմամբ չի փոփոխվում): Այսպիսի տեղափոխություն կատարելով կարելի է մի քանի ուժեր փոխարինել մեկ ուժով, որը համարժեք է նրանց՝ մարմնի շարժման վրա ունեցած ազդեցության իմաստով: Այսպես, մի հարթության մեջ



Նկ. 108

գտնվող երկու՝ \vec{F}_1 և \vec{F}_2 ուժերը (Նկ. 108) կարելի է փոխարինել նրանց համարժեք \vec{F} ուժով, որի կիրառման կետը նույնպես կարելի է ընտրել կամավոր այն ուղղության վրա, որի երկարությամբ այդ ուժն ազդում է:

Մարմնի վրա ազդող բոլոր զուգահեռ ուժերը կարելի է փոխարինել նրանց համագործ ուժով, որը հավասար է բոլոր ուժերի գումարին և կիրառված է մարմնի այնպիսի կետում, որ նրա մոմենտը հավասար լինի առանձին ուժերի մոմենտների գումարին:

Գտնենք ծանրության ուժերի համագործը: Ծանրության ուժերը կիրառված են պինդ մարմնի բոլոր տարրերին, ընդ որում Δm_i տարրական մասնաչի վրա ազդող ուժը հավասար է $\Delta m_i \vec{g}$ -ի: Այս ուժերի գումարը հավասար է

$\vec{P} = m\vec{g}$ -ի: Ծանրության ուժերի գումարալին մոմենտը ցանկացած O կետի նկատմամբ կլինի

$$\vec{M} = \sum (\vec{r}_i \times \Delta m_i \vec{g}),$$

որտեղ \vec{r}_i -ն O կետի նկատմամբ Δm_i -ի դիրքը որոշող շառավիղ-վեկտորն է:

Տեղափոխելով Δm_i սկալյար արտադրիչը երկրորդ բազմապատկիչից առաջինի մեջ և դուրս բերելով ընդհանուր \vec{g} արտադրիչը գումարման նշանի տակից, կստանանք

$$\vec{M} = \left(\sum m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{g}:$$

Սակայն փոքր փակագծերում գտնվող գումարը հավասար է մարմնի m մասսայի և C իներցիայի կենտրոնի \vec{r}_C շառավիղ-վեկտորի արտադրյալին: Ուստի

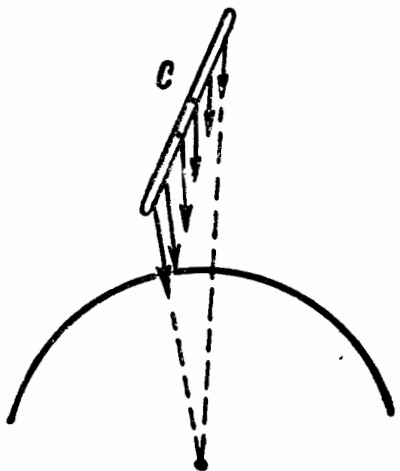
$$\vec{M} = m\vec{r}_C \times \vec{g} = \vec{r}_C \times m\vec{g} = \vec{r}_C \times \vec{P}, \quad (41.3)$$

այսինքն՝ ծանրության ուժերի մոմենտը ցանկացած կետի նկատմամբ համընկնում է C կետում կիրառված $m\vec{g}$ ուժի մոմենտի հետ:

Այսպիսով, ծանրության ուժերի համազորը հավասար է $\vec{P} = m\vec{g}$ և կիրառված է մարմնի իներցիայի կենտրոնում:

(41.3)-ից երևում է, որ ծանրության ուժերի մոմենտը իներցիայի կենտրոնի նկատմամբ հավասար է զրոյի (այս դեպքում $\vec{r}_C = 0$): Այն կետը, որի նկատմամբ ծանրության ուժերի մոմենտը հավասար է 0-ի, կոչվում է մարմնի ծանրության կենտրոն: Ինչպես արդեն նշվել է § 23-ում, ծանրության կենտրոնը համընկնում է մարմնի իներցիայի կենտրոնի հետ: Սակայն այս պնդումը ճիշտ է միայն այն դեպքում, երբ ձգողական ուժերի դաշտը տվյալ մարմնի սահմաններում կարելի է համարել համասեռ, այսինքն՝ այն դեպքում, երբ տարբեր տարրական մասսաներին կիրառված ուժերն ունեն միատեսակ ուղղություն և համեմատական են

մասսային: Այս պայմանը իրավացի է այն մարմնի համար, որի չափերը զգալիորեն փոքր են Երկրագնդի համեմատությամբ: Եթե մարմնի չափերը համեմատելի են Երկրագնդի չափերի հետ, ապա ծանրության և իներցիայի կենտրոնները ընդհանրապես չեն համընկնում իրար հետ: Սա բացատրենք պարզ օրինակով: Համասեռ երկար ձողը գտնվում է Երկրագնդի մոտ (նկ. 109): Ձողի այնպիսի դիրքի դեպքում, ինչպես ցույց է տրված նկարում, նրա տարբեր տարրերի վրա կիրառված ձգողական ուժերը մոտավորապես իրար գուգահեռ են: Սակայն իրար հավասար տարրերին կիրառված ուժերի մեծությունները փոփոխվում են Երկրագնդից ունեցած հեռավորությունից կախված՝ $1/r^2$ օրենքով (որտեղ r -ը տարրի հեռավորությունն է Երկրագնդի կենտրոնից): Ակնհայտ է, որ այս դեպքում ծանրության կենտրոնը տեղաշարժվում է իներցիայի կենտրոնի նկատմամբ դեպի ձողի այն ծայրը, որն ավելի մոտ է Երկրագնդին:



Նկ. 109

Ծանրության ուժերի այսպիսի հատկությունը (ուժերի համասեռ դաշտի դեպքում) օժտված են նաև իներցիայի ուժերը, որոնք մտցվում են իներցիալ համակարգի նկատմամբ համընթաց շարժվող հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգում մարմնի շարժումը դիտելիս: Իրոք, տարրական Δm_i մասսաներին կիրառված իներցիայի ուժերը հավասար են $-\Delta m_i \vec{w}_0$, այսինքն՝ ունեն միատեսակ ուղղություն և համեմատական են մասսային (համընթաց շարժվող ոչ իներցիալ համակարգի բոլոր կետերի համար \vec{w}_0 -ն միատեսակ է): Կրկնելով (41.3) բանաձևին հանգեցնող դատողությունները, կարելի է ցույց տալ, որ իներցիայի ուժերի արդյունարարը հավասար է $-\vec{m}w_0$ -ի (m -ը մարմնի մասսան է) և կիրառված է իներցիայի կենտրոնում:

Համընթաց շարժման մեջ գտնվող հաշվանքի ոչ իներցիալ համակարգի հետ կապված և մարմնի իներցիայի կենտրոնով անցնող առանցքի նկատմամբ (այսինքն՝ այն առանցքի, որն իներցիալ համակարգում շարժվում է համընթաց) իներցիայի ուժերի մոմենտը հավասար է զրոյի (այս դեպքում իներցիայի ուժերի արդյունարարը, ինչպես տեսանք, կիրառված է իներցիայի կենտրոնում): Ուստի այսպիսի առանցքի նկատմամբ (41.2) հավասարումը կարելի է գրել՝ առանց հաշվի առնելու իներցիայի ուժերը: Մի անգամ ևս ընդգծենք, որ այսպես կարելի է վարվել միայն իներցիայի կենտրոնով անցնող և հաշվանքի իներցիալ համակարգի նկատմամբ իր ուղղությունն անփոփոխ պահող (չպտտվող) առանցքի նկատմամբ: Հարթ շարժման դեպքում այդպիսի առանցք է համարվում իներցիայի կենտրոնով անցնող և այն հարթությանն ուղղահայաց առանցքը, որի մեջ կատարվում է հարթ շարժումը:

Պինդ մարմնի հավասարակշռության պայմանները: Մարմինը կարող է գտնվել հանգստի վիճակում այն դեպքում, երբ առկա չեն մարմինը համընթաց շարժման կամ պտտման մեջ դնող պայմանները: Դրա համար (41.1)-ի և (41.2)-ի համաձայն անհրաժեշտ և բավարար է, որ տեղի ունենան հետևյալ երկու պայմանները.

1. մարմնի վրա կիրառված բոլոր արտաքին ուժերի գումարը պետք է հավասար լինի զրոյի.

$$\sum \vec{f}_i = 0, \quad (41.4)$$

2. արտաքին ուժերի արդյունարար մոմենտը ցանկացած անշարժ առանցքի նկատմամբ պետք է հավասար լինի զրոյի.

$$\sum \vec{M}_i = 0: \quad (41.5)$$

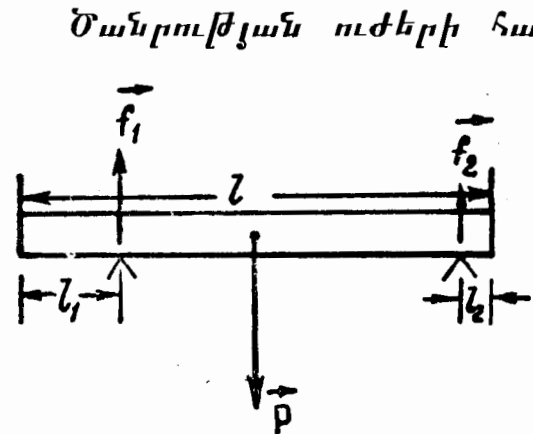
Պարզվում է, որ գործնականում բավարար է, որպեսզի (41.5) պայմանը տեղի ունենա մի հարթության մեջ չգրտնրվող ցանկացած երեք անշարժ առանցքների համար (օրինակ՝ կոորդինատային x , y և z առանցքների համար): Այն

ժամանակ այդ պայմանը տեղի կունենա նաև ցանկացած այլ առանցքի համար:

(41.4) և (41.5) առնչությունները պինդ մարմնի հավասարակշռության պայմաններն են:

Պինդ մարմնի մեխանիկայի օրենքների կիրառման օրինակներ

Օրինակ 1. Տրված է երկու հենարանների վրա հենված համասեռ հեծան (նկ. 110): Որոշել հենարանների \vec{f}_1 և \vec{f}_2 հակազդումները:



նկ. 110

Ծանրություն ուժերի համագործը հավասար է P -ի և կիրառված է իներցիայի կենտրոնում: Հեծանն անշարժ է: Ուստի (41.4)-ի համաձայն \vec{P} , \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերի գումարը պետք է հավասար լինի զրոյի: Այստեղից

$$P = f_1 + f_2,$$

որտեղ P -ն, f_1 -ը և f_2 -ը բաղադրիչ ուժերի մոդուլներն են:

Հեծանի վրա ազդող բոլոր ուժերի արդյունարար մոմենտը ցանկացած առանցքի նկատմամբ նույնպես պետք է հավասար լինի զրոյի [տե՛ս (41.5)], մասնավորապես մոմենտը պետք է հավասար լինի զրոյի հենման ձախ կետի նկատմամբ՝

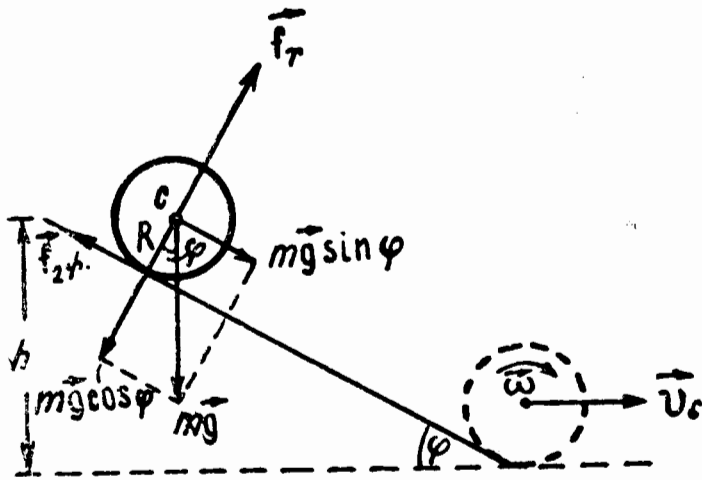
$$P \left(\frac{l}{2} - l_1 \right) = f_2 (l - l_1 - l_2):$$

Ստացանք f_1 և f_2 անհայտներով երկու հավասարումներ: Լուծելով այդ հավասարումները, կստանանք

$$f_1 = \frac{P}{2} \frac{l - 2l_2}{l - (l_1 + l_2)},$$

$$f_2 = \frac{P}{2} \frac{l - 2l_1}{l - (l_1 + l_2)};$$

Օրինակ 2. m մասսայով և R շառավղով համասեռ գլանն առանց սահելու գլորվում է թեք հարթությունով: Հարթության թեքության անկյունը հավասար է φ -ի (նկ. 111), իսկ բարձրությունը՝ h -ի ($h \gg R$):



Նկ. 111

Գլանի սկզբնական արագությունը զրո է: Գտնել իներցիայի կենտրոնի արագությունը և գլանի պտտման անկյունային արագությունը այն պահին, երբ գլանը դուրս է գալիս հորիզոնական տեղամաս:

Տանք լուծման հետևյալ երկու տարբերակները:

Լուծման առաջին եղանակ: Գլանը շարժվում է հետևյալ երեք ուժերի՝ $\vec{P} = \vec{mg}$, շփման՝ $\vec{F}_{2\varphi}$ ուժի և թեք հարթության՝ \vec{F}_r հակազդման ազդեցության տակ: Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն \vec{F}_r հակազդումը մեծությամբ հավասար է \vec{P} ուժի նորմալ բաղադրիչին, որի մեծությունը հավասար է $mg \cos \varphi$ -ի: Գլանի և թեք հարթության միջև շփումը առաջանում է նրանց հպման կետերում: Քանի որ գլանի այս կետերը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին անշարժ են (ներանք կազմում են պտտման ակնթարթային առանցքը), շփման ուժը, որի մասին խոսվում է, կլինի հանգստի շփման ուժը: Ինչպես հայտնի է § 19-ից, հանգստի շփման ուժը կարող է ունենալ 0-ից մինչև մաքսիմալ F_0 սահմաններում ընկած արժեքներ, ընդ որում F_0 -ն որոշվում է շփման գործա-

կցի և իրար հպվող երկու մարմինները միմյանց սեղմող նորմալ ճնշման ուժի արտադրյալով ($f_0 = kmg \cos \varphi$): Տվյալ դեպքում շփման ուժն ընդունում է այնպիսի արժեք, որ սահումը բացակայի: Հարթության վրայով գլանի գլորման ժամանակ սահումը բացակայում է այն դեպքում, երբ հպման կետերի գծային արագությունը հավասար է գրոյի, որն իր հերթին տեղի է ունենում, եթե իներցիայի կենտրոնի v_C արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին հավասար լինի գլանի պտտման անկյունային ω արագության և գլանի R շառավղի արտադրյալին, այսինքն՝

$$v_C = \omega R: \quad (41.6)$$

Համապատասխանաբար իներցիայի կենտրոնի w_C արագացումը հավասար է անկյունային β արագացմանը՝ բազմապատկած R -ով.

$$w_C = \beta R: \quad (41.7)$$

Եթե այս պայմանները պահպանելու համար անհրաժեշտ $f_{2\varphi}$ շփման ուժը չի գերազանցում մաքսիմալ $f_0 = kmg \cos \varphi$ արժեքից, գլանը կգլորվի առանց սահելու: Հակառակ դեպքում գլորումն առանց սահելու անհնար է:

Սահքի բացակայության դեպքում¹ շարժման ուղղության վրա պրոյեկտված (41.1) հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$mw_C = mg \sin \varphi - f_{2\varphi}: \quad (41.8)$$

Գլանի առանցքի նկատմամբ գրված (41.2) հավասարման մեջ գրոյից տարբեր կլինի միայն շփման ուժի մոմենտը: Մնացած ուժերը, այդ թվում նաև իներցիայի ուժերի արդյունարարը, ունեն գլանի կենտրոնով անցնող ուղղություն, որի հետևանքով նրանց մոմենտներն այդ առանցքի նկատ-

¹ Սահելու դեպքում (41.8) հավասարման մեջ գտնվող $f_{2\varphi}$ ուժը ոչ թե հանգստի շփման ուժն է, այլ սահքի շփման ուժը:

մամբ հավասար կլինեն զրոյի: Այսպիսով, (40.2) հավասարումը կգրվի հետևյալ ձևով՝

$$I\beta = Rf_{2\varphi}, \quad (41.9)$$

որտեղ՝ I -ն գլանի իներցիայի մոմենտն է իր առանցքի նկատմամբ, որը համասեռ հոծ գլանի համար հավասար է $\frac{1}{2} mR^2$ -ի:

(41.8) և (41.9) հավասարումներում գտնվում են երեք անհայտ մեծություններ՝ $f_{2\varphi}$, β և w_C : Սակայն վերջին երկու մեծությունների միջև գոյություն ունի (41.7) կապը, որը հետևում է սահքի բացակայությունից: Համատեղ լուծելով (41.7) — (41.9) հավասարումները (հաշվի առնելով, որ $I = \frac{1}{2} mR^2$), կստանանք

$$f_{2\varphi} = \frac{1}{3} mg \sin \varphi, \quad (41.10)$$

$$w_C = \frac{2}{3} g \sin \varphi, \quad (41.11)$$

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{g}{R} \sin \varphi: \quad (41.12)$$

Այժմ, երբ մենք գիտենք առանց սահելու գլանի գլորումն ապահովող շփման ուժի (41.10) մեծությունը, կարելի է որոշել այն պայմանը, որի դեպքում հնարավոր է այսպիսի գլորումը: Առանց սահքի գլորումը ապահովելու համար (41.10) ուժը չպետք է գերազանցի հանգստի շփման ուժի մաքսիմալ f_0 արժեքին, որը, ինչպես տեսանք, հավասար է $kmg \cos \varphi$, այսինքն՝

$$\frac{1}{3} mg \sin \varphi \leq kmg \cos \varphi:$$

Այստեղից հետևում է

$$\operatorname{tg} \varphi \leq 3k:$$

Եթե հարթության թեքության φ անկյան տանգենսը գերազանցում է գլանի և հարթության միջև գոյություն ունեցող հանգստի շփման գործակցի եռապատիկ արժեքին, գլորումը չի կարող առանց սահքի տեղի ունենալ:

Ինչպես հետևում է (41.11)-ից, գլանի իներցիայի կենտրոնի շարժումը հավասարաչափ արագացող ուժ է: Իմանալով W_C արագացումը, կարելի է գտնել գլանի գլորման $t_{զլ}$ ժամանակը, այսինքն՝ այն ժամանակը, որի ընթացքում գլանն անցնում է $h/\sin \varphi$ -ին հավասար ճանապարհ: Այս ճանապարհը W_C -ի և $t_{զլ}$ -ի հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ.

$$\frac{h}{\sin \varphi} = \frac{W_C t_{զլ}^2}{2}:$$

Տեղադրելով այս արտահայտություն մեջ W_C -ի (41.11) արժեքը, կստանանք

$$t_{զլ} = \frac{1}{\sin \varphi} \sqrt{\frac{3h}{g}}:$$

Այս ժամանակը, ինչպես նաև W_C -ն կախված չեն գլանի մասսայից և շառավղից¹, այն որոշվում է միայն հարթության թեքության φ անկյունով և նրա ծայրերի մակարդակների h տարբերությունով:

Հորիզոնական տեղամաս դուրս գալու ժամանակ գլանի իներցիայի կենտրոնի արագությունը՝

$$v_C = W_C t_{զլ} = \sqrt{\frac{4}{3} gh},$$

անկյունային արագությունը՝

$$\omega = \beta t_{զլ} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{4}{3} gh}:$$

Նշենք, որ շփման (41.10) ուժը գլանի նկատմամբ աշխատանք չի կատարում, որովհետև գլանի այն կետերը, որոնց վրա կիրառված է այս ուժը, ժամանակի յուրաքանչյուր պահին անշարժ են:

¹ Սա իրավացի է միայն համասեռ հոծ գլանի համար:

Հորիզոնական հարթության համար ($\varphi = 0$) (41.11) և (41.12) բանաձևերից ստացվում է, որ եթե գլանին նախօրոք հաղորդվի որոշակի հաճընթաց և համապատասխան (այնպիսի, որ սահք տեղի չունենա) անկյունային արագություն, այն կշարժվի առանց արագացման: Իրականում շարժումը կլինի դանդաղող: Այս դանդաղումը պայմանավորված է գլորման շփման ուժով, որն այնպես է ուղղված, որ նրա մոմենտը փոքրացնում է անկյունային ω արագությունը, իսկ ինքը՝ ուժը, առաջացնում է իներցիայի կենտրոնի համապատասխան դանդաղում (և, այնուամենայնիվ, այնպիսին, որ սահք չառաջանա): Գլորման շփման ուժը գլորվող մարմնի վրա կատարում է բացասական աշխատանք:

Թեք հարթության վրայով գլանի գլորման խնդիրը լուծելիս մենք անտեսեցինք գլորման շփումը:

Լուծման երկրորդ եղանակ: Քանի որ շփման ուժը աշխատանք չի կատարում (գլորման շփումն անտեսում ենք), գլանի լրիվ էներգիան մնում է հաստատուն: Սկզբնական պահին կինետիկ էներգիան հավասար է զրոյի, իսկ պոտենցիալ էներգիան՝ mgh -ի: Գլորման վերջին պահին պոտենցիալ էներգիան հավասարվում է զրոյի, բայց դրա փոխարեն հայտնվում է կինետիկ էներգիան, որը հավասար է հետևյալ արտահայտությունը [տես՝ (40.9)-ը]

$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C \omega^2}{2}:$$

Քանի որ սահքը բացակայում է, v_C -ն և ω -ն միմյանց հետ կապված են $v_C = \omega R$ առնչությամբ: Տեղադրելով կինետիկ էներգիայի արտահայտության մեջ $\omega = \frac{v_C}{R}$ -ն և $I_C = \frac{1}{2} mR^2$ -ն, կստանանք

$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{mv_C^2}{2} = \frac{3}{4} mv_C^2:$$

Գլորման սկզբում և վերջում լրիվ էներգիան պետք է լինի նույնը՝

$$\frac{3}{4} mv_C^2 = mgh,$$

որտեղից

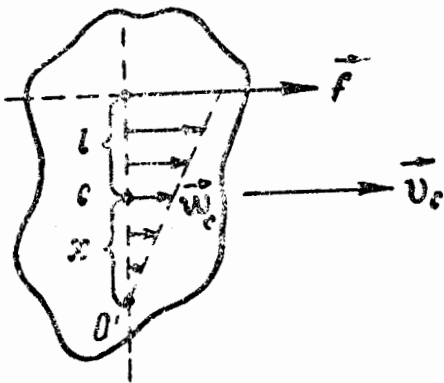
$$v_C = \sqrt{\frac{4}{3} gh},$$

իսկ անկյունային արագությունը՝

$$\omega = \frac{v_C}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{4}{3} gh};$$

Օրինակ 3. m մասսայով մարմինը շատ կարճ Δt ժամանակամիջոցում ենթարկվում է հաստատուն \vec{f} ուժի ազդեցությանը: Մնացած ամբողջ ժամանակ, բացի Δt ժամանակամիջոցից, նրա վրա ոչ մի մարմին չի ազդում: Մինչև $\vec{f} \Delta t$ իմպուլսի հաղորդումը մարմինը գտնվում էր հանգստի վիճակում: Որոշել, թե ինչպես կշարժվի մարմինը, երբ ուժը դադարի մարմնի վրա ազդելուց:

(41.1) հավասարումն այս դեպքում կունենա հետևյալ տեսքը՝



Նկ. 112

$$m\vec{w}_C = \vec{f},$$

որտեղից

$$\vec{w}_C = \frac{1}{m} \vec{f}: \quad (41.13)$$

Հետևաբար, քանի դեռ ուժը ազդում է, մարմնի իներցիայի կենտրոնը կշարժվի ուժի ազդեցության ուղղությամբ հավասարաչափ արագացումով:

\vec{f} ուժի բազուկը իներցիայի կենտրոնի նկատմամբ նշանակենք l տառով (Նկ. 112): OO առանցքը անցկացնենք իներցիայի C կենտրոնով այնպես, որպեսզի այն ուղղահայաց լինի հարթությանը, որն անցնում է մարմնի իներ-

ցիայի կենտրոնով և այն գծով, որի երկարությունը ազդում է ուժը: (41.2) հավասարումը այս առանցքի նկատմամբ ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I_C \beta = M,$$

որտեղ I_C -ն մարմնի իներցիայի մոմենտն է O առանցքի նկատմամբ, $M = fl$ -ը՝ f ուժի մոմենտը նույն առանցքի նկատմամբ:

Լուծելով այս հավասարումը β -ի նկատմամբ, գտնում ենք

$$\beta = \frac{M}{I_C} = \frac{fl}{I_C}: \quad (41.14)$$

Այսպիսով, ամբողջ Δt -ի ընթացքում, քանի դեռ ազդում է ուժը, մարմինը իրեն պահում է այնպես, որ նրա իներցիայի կենտրոնը շարժվում է ուղղագիծ ուժի ազդման ուղղությամբ հաստատուն (41.13) արագացումով, միաժամանակ տեղի է ունենում մարմնի պտույտը իներցիայի կենտրոնով անցնող առանցքի շուրջը (41.14) հաստատուն անկյունային արագացումով: Δt ժամանակամիջոցի վերջում իներցիայի կենտրոնի արագությունը դառնում է

$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_C \Delta t = \frac{\vec{f} \Delta t}{m},$$

իսկ անկյունային արագությունը՝

$$\omega = \beta \Delta t = \frac{M \Delta t}{I_C} = \frac{fl \Delta t}{I_C}:$$

\vec{v}_C -ի և ω -ի գտնված արժեքները որոշում են մարմնի շարժումը ուժի ազդեցությունը դադարելուց հետո:

Նշենք որ ստացված արդյունքը իրավացի է միայն այն դեպքում, երբ ուժի ազդման ընթացքում մարմինը պտտվում է փոքր անկյունով այնպես, որ ուժի l բազուկը ամբողջ Δt ժամանակամիջոցում կարելի է բավականաչափ մեծ ճշտությամբ հաստատուն համարել:

Հեշտ է նկատել, որ իներցիայի C կենտրոնից x հեռա-

վորության վրա գտնվող O' կետի արագությունը, որը որոշվում է

$$\omega x = v_C, \quad \text{այսինքն՝} \quad \beta x = w_C \quad (41.15)$$

պայմանից, հավասար կլինի դրոշի (նկ. 112):

Հետևաբար O' կետով անցնող առանցքը պտտման ալընթարթային առանցքն է: Տեղադրելով (41.15)-ի մեջ գտնված w_C -ի և β -ի արտահայտությունները, կգտնենք

$$x = \frac{I_C}{ml} :$$

Ուժի ազդեցություն հետևանքով մարմինը ձեռք է բերում կինեմատիկ էներգիա՝

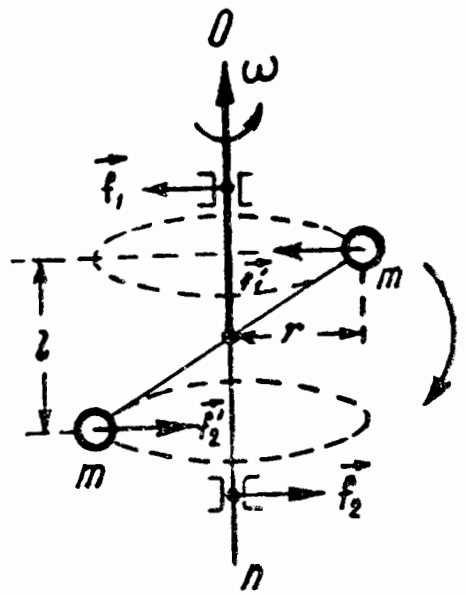
$$\begin{aligned} T &= \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C \omega^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{f \Delta t}{m} \right)^2 + \frac{I_C}{2} \left(\frac{fl \Delta t}{I_C} \right)^2 = \\ &= \frac{I_C + ml^2}{2m I_C} (f \Delta t)^2 : \end{aligned}$$

T -ի կախվածությունը l -ից բացատրվում է նրանով, որ ուժի կիրառման կետի անցած ճանապարհը Δt ժամանակամիջոցում աճում է l -ի մեծացման հետ միաժամանակ. հետևաբար, աճում է նաև մարմնի նկատմամբ ուժի կատարած աշխատանքը:

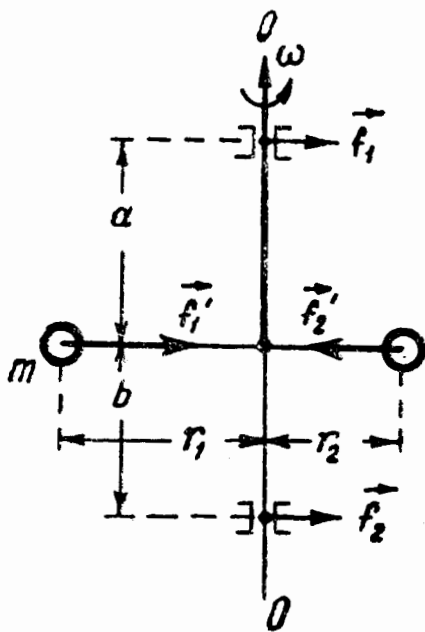
§ 42. Ազատ առանցքներ: Իներցիայի գլխավոր առանցքները

Եթե որևէ մարմին պտտենք մի կամայական առանցքի շուրջը և այնուհետև թողնենք ինքն իրեն, պտտման առանցքի դիրքը տարածության մեջ ընդհանրապես փոխվում է. առանցքը կամ շրջվում է, կամ տեղաշարժվում է հաշվանքի իներցիալ համակարգի նկատմամբ: Կամայապես վերցրած մարմնի պտտման առանցքը անփոփոխ դիրքում պահելու համար անհրաժեշտ է նրա նկատմամբ կիրառել որոշակի ուժեր:

Օրինակ՝ եթե մարմինն ունի նկ. 113-ում պատկերված ձևը և պտտվում է ՕՕ առանցքի շուրջը ω անկյունային արագությամբ, ապա պտտման առանցքը անշարժ պահելու համար անհրաժեշտ է նրա նկատմամբ կիրառել այնպիսի ուժեր, որոնք ապահովում են $M = m\omega^2 r l$ պտտման մոմենտը: Իրոք, r շառավիղ ունեցող շրջանագծով շարժվելու համար m մասսաների նկատմամբ պետք է կիրառվեն \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերը, որոնցից յուրաքանչյուրը հավասար է $m\omega^2 r$ -ի: Այդ ուժերը կազմում են $M = m\omega^2 r l$ մոմենտով ուժազույգ: Եթե չստեղծենք այդ մոմենտը, օրինակ, տեղավորելով առանցքի առանցքակալների մեջ, որոնք ազդում են առանցքի վրա \vec{f}_1 և \vec{f}_2 համապատասխան ուժերով¹, ապա պտտման առանցքը կպտտվի սլաքի ուղղությամբ:



Նկ. 113



Նկ. 114

Եթե m մասսաները միացնող ձողը ուղղահայաց է պտտման ՕՕ առանցքին, և մասսաները գտնվում են առանցքից տարբեր՝ r_1 և r_2 հեռավորությունների վրա (նկ. 114), ապա առանցքի տեղաշարժը տարածության մեջ կանխելու համար առանցքակալները առանցքի վրա պետք է ազդեն միատեսակ ուղղված \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերով, որոնց մոդուլների գումարը հավասար է f'_1 և f'_2 կենտրոնաձիգ ուժերի մոդուլների տարբերությանը.

¹ Այս ուժերի ուղղությունները փոփոխվում են առանցքի շուրջը մարմնի պտտման հետ միաժամանակ:

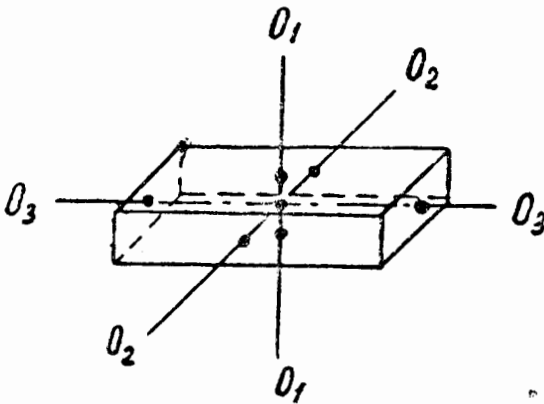
$$f_1 + f_2 = m\omega^2 (r_1 - r_2)$$

(երբ a և b հատվածներն իրար հավասար են, f_1 և f_2 ուժերը ըստ մեծություն կլինեն իրար հավասար, հակառակ դեպքում պետք է տեղի ունենա $f_1 a = f_2 b$ պայմանը):

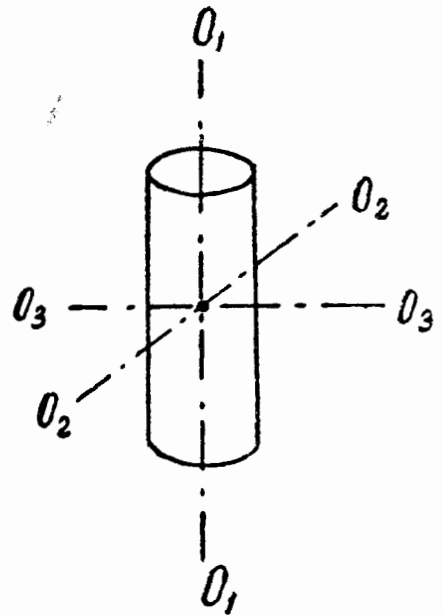
Պտտման այն առանցքը, որի դիրքը տարածություն մեջ պահպանվում է առանց որևէ արտաքին ուժերի ազդեցության, կոչվում է մարմնի ազատ առանցք: Նկ. 114-ում պատկերված դեպքի համար, երբ $r_1 = r_2$, OO -ն կլինի ազատ առանցք:

Կարելի է ապացուցել, որ ցանկացած մարմնի համար գոյություն ունեն փոխադարձ ուղղահայաց և մարմնի իներցիայի կենտրոնով անցնող երեք առանցքներ, որոնք համարվում են ազատ առանցքներ և կոչվում են մարմնի իներցիայի գլխավոր առանցքներ:

Համասեռ զուգահեռանիստի (նկ. 115) իներցիայի գլխավոր առանցքներն են O_1O_1 -ը, O_2O_2 -ը և O_3O_3 -ը,



Նկ. 115



Նկ. 116

որոնք անցնում են հակադիր նիստերի կենտրոններով:

Առանցքային սիմետրիայով օժտված մարմնի (օրինակ՝ համասեռ¹ գլանի դեպքում) իներցիայի գլխավոր առանցքներից մեկը սիմետրիայի առանցքն է, իսկ մյուս երկու առանցքների դերը կարող են կատարել սիմետրիայի առ-

¹ Համասեռության փոխարեն բավական է, որ մարմնի խտությունը յուրաքանչյուր հատվածքում լինի ֆունկցիա միայն սիմետրիայի առանցքի եղած հեռավորությունից:

անցքին ուղղահայաց հարթության մեջ գտնվող ցանկացած երկու փոխուղղահայաց առանցքները, որոնք անցնում են մարմնի իներցիայի կենտրոնով (նկ. 116): Այսպիսով, առանցքային սիմետրիայով օժտված մարմինների համար որոշակի է իներցիայի գլխավոր առանցքներից միայն մեկը:

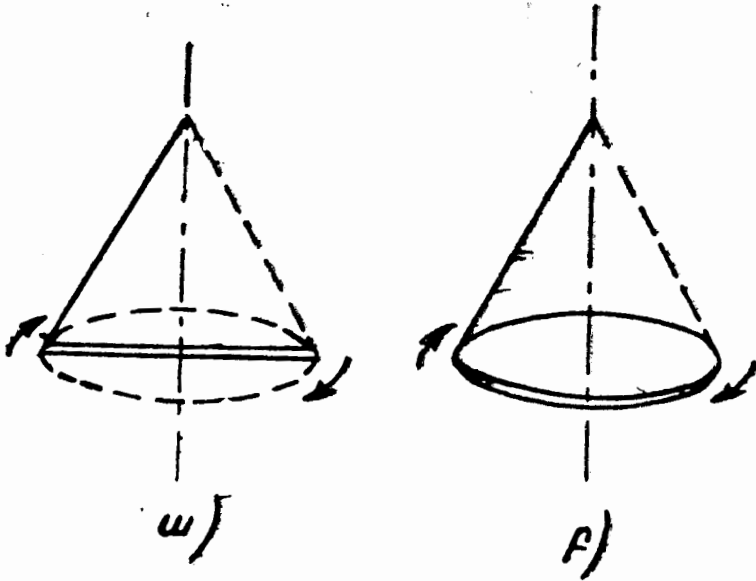
Կենտրոնական սիմետրիայով օժտված մարմինների, այսինքն՝ գնդի դեպքում, որի խտությունը կախված է միայն կենտրոնից եղած հեռավորությունից, իներցիայի գլխավոր առանցքները իներցիայի կենտրոնով անցնող երեք ցանկացած փոխուղղահայաց առանցքներն են: Հետևաբար, իներցիայի գլխավոր առանցքներից և ոչ մեկը որոշակի չէ:

Մարմնի իներցիայի մոմենտները գլխավոր առանցքների նկատմամբ ընդհանուր առմամբ տարբեր են՝ $I_1 \neq I_2 \neq I_3$: Առանցքային սիմետրիայով օժտված իներցիայի երկու մոմենտներն ունեն միատեսակ արժեքներ, իսկ երրորդը, ընդհանրապես ասած, նրանցից տարբեր արժեք ունի, այսինքն՝ $I_1 = I_2 \neq I_3$: Վերջապես, կենտրոնական սիմետրիայով օժտված մարմնի դեպքում բոլոր երեք մոմենտներն էլ կլինեն միատեսակ, այսինքն՝ $I_1 = I_2 = I_3$:

Եթե մարմինը պտտվում է այնպիսի պայմաններում, երբ բացակայում է արտաքին որևէ ազդեցություն, ապա կայուն կլինի միայն այն պտույտը, որը կատարվում է իներցիայի մոմենտի մաքսիմալ և մինիմալ արժեքներից համապատասխանող գլխավոր առանցքների շուրջը: Մոմենտի միջակա արժեքին համապատասխանող առանցքի շուրջը կատարվող պտույտը կլինի անկայուն: Սա նշանակում է, որ գլխավոր առանցքից պտտման առանցքի փոքրագույն շեղման հետևանքով առաջացած ուժերն ազդում են այնպիսի ուղղություններ, որ շեղման այս մեծությունն աճում է: Կայուն առանցքի նկատմամբ պտտման շեղման դեպքում առաջացած ուժերի ազդեցության տակ մարմինը վերադառնում է դեպի պտտման այն վիճակը, որը տեղի է ունենում համապատասխան գլխավոր առանցքի շուրջը:

Սրանում կարելի է համոզվել, եթե նետենք զուգահեռահիստի ձև ունեցող որևէ մարմին (օրինակ, լուցկու տուփ)՝

միաժամանակ այն պտտման մեջ դնելով¹: Այս դեպքում ստացվում է, որ մարմինը անկման ժամանակ կարող է կայուն պտտվել ամենամեծ և ամենափոքր նիստերով անցնող առանցքների շուրջը: Եթե փորձենք մարմինը նետել այնպես, որ այն պտտվի միջին նիստերով անցնող առանցքի շուրջը, անհաջող կստացվի:



Նկ. 117

Արտաքին ազդեցության առկայության դեպքում, օրինակ, այն թեղի կողմից, որից կախված է պտտվող մարմինը, կայուն կլինի միայն այն պտույտը, որը տեղի է ունենում իներցիայի մոմենտի ամենամեծ արժեքին համապատասխանող գլխավոր առանցքի շուրջը: Այդ պատճառով թեղից կախված բարակ ձողը (թեղն ամրացված է ձողի ծայրին) արագ պտտվելու դեպքում վերջին հաշվով կպտտվի ձողի կենտրոնով անցնող և ձողին ուղղահայաց առանցքի շուրջը (նկ. 117, ա): Համանման ձևով է իրեն դրսևորում նաև սկավառակը, որը կախված է նրա ծայրին ամրացված թեղից (նկ. 117, բ):

¹ Այս դեպքում ծանրության ուժի ազդեցությունը էական չէ: Այն միայն պայմանավորում է պտտման հետ միաժամանակ տեղի ունեցող անկումը:

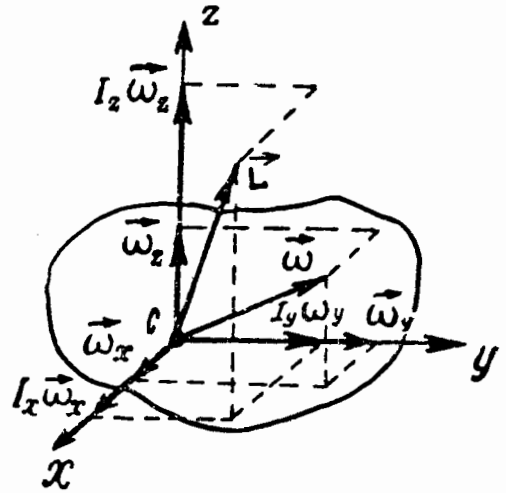
§ 43. Պինդ մարմնի իմպուլսի մոմենտը

§ 38-ում որոշված պինդ մարմնի իմպուլսի մոմենտի հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega}, \quad (43.1)$$

իրավացի է միայն այն դեպքում, երբ մարմինը պտտվում է անշարժ առանցքի շուրջը, այսինքն՝ այն առանցքի շուրջը, որը տարածության մեջ ամրացված է առանցքակալներով, կամ ազատ առանցքի շուրջը: Մնացած դեպքերում \vec{L} -ի

և $\vec{\omega}$ -ի միջև կապը զգալիորեն բարդանում է, մասնավորապես՝ իմպուլսի մոմենտի \vec{L} վեկտորի ուղղությունը չի համընկնում անկյունային արագության $\vec{\omega}$ վեկտորի ուղղության հետ:



Նկ. 118

Կոորդինատների առանցքները¹ ուղղենք մարմնի իներցիայի գլխավոր առանցքների ուղղությամբ: Դիցուք $\vec{\omega}$ վեկտորը չի համընկնում այս վեկտորներից և ոչ մեկի հետ (Նկ. 118): Այդ դեպքում նրա բոլոր բաղադրիչները առանցքների վրա, այսինքն՝ $\vec{\omega}_x$, $\vec{\omega}_y$, $\vec{\omega}_z$ ընդհանրապես կլինեն զրոյից տարբեր: (43. 1)-ի համաձայն $I_z \vec{\omega}_z$ արտադրյալը տալիս է \vec{L} վեկտորի բաղադրիչը z առանցքի վրա: Համանման ձևով $I_x \vec{\omega}_x$ -ը տալիս է \vec{L}_x բաղադրիչը, իսկ $I_y \vec{\omega}_y$ -ը՝ \vec{L}_y բաղադրիչը: Եթե իներցիայի I_x , I_y , I_z մոմենտները

¹ Նկատի ունենք մարմնի հետ ամուր ամրացված և նրա հետ միասին պտտվող առանցքները:

գլխավոր առանցքների նկատմամբ հավասար չեն իրար, ապա արդյունարար $\vec{L} = \vec{L}_x + \vec{L}_y + \vec{L}_z$ վեկտորի ուղղությունը, ինչպես երևում է նկ. 118-ից, չի համընկնի $\vec{\omega}$ վեկտորի ուղղության հետ: Միայն այն պայմանի դեպքում, երբ $\vec{\omega}$ -ն ուղղված լինի գլխավոր առանցքներից մեկի, օրինակ, z առանցքի ուղղությամբ, $\vec{\omega}$ -ի բաղադրիչները մնացած առանցքների վրա (այսինքն՝ $\vec{\omega}_x$ և $\vec{\omega}_y$) հավասար կլինեն զրոյի, որի հետևանքով \vec{L}_x և \vec{L}_y բաղադրիչները հավասար կլինեն զրոյի, և մենք կհանգենք (43.1) բանաձևին:

Այսպիսով, եթե որպես կոորդինատային առանցքներ ընտրենք մարմնի իներցիայի գլխավոր առանցքները, ապա կապը $\vec{\omega}$ և \vec{L} վեկտորների միջև կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{L} = I_x \vec{\omega}_x + I_y \vec{\omega}_y + I_z \vec{\omega}_z: \quad (43.2)$$

Հիշելով, որ $\vec{\omega}_x = \omega_x \vec{i}$ և այլն, վերջին արտահայտությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{L} = (I_x \omega_x) \vec{i} + (I_y \omega_y) \vec{j} + (I_z \omega_z) \vec{k},$$

որտեղից հետևում է, որ կոորդինատային առանցքների վրա \vec{L} և $\vec{\omega}$ վեկտորների պրոյեկցիաների կապը տրվում է հետևյալ առնչություններով՝

$$L_x = I_x \omega_x, \quad L_y = I_y \omega_y, \quad L_z = I_z \omega_z: \quad (43.3)$$

Եթե կոորդինատային առանցքները չեն համընկնում իներցիայի գլխավոր առանցքների հետ, պարզվում է, որ այս կապն ավելի բարդ է: Այդ դեպքում \vec{L} -ի և $\vec{\omega}$ -ի պրոյեկցիաների միջև գոյություն ունեցող առնչությունները կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$\left. \begin{aligned} L_x &= I_{xx} \omega_x + I_{xy} \omega_y + I_{xz} \omega_z, \\ L_y &= I_{yx} \omega_x + I_{yy} \omega_y + I_{yz} \omega_z, \\ L_z &= I_{zx} \omega_x + I_{zy} \omega_y + I_{zz} \omega_z: \end{aligned} \right\} \quad (43.4)$$

I_{ik} ($i, k = x, y, z$) ինը մեծությունները կազմում են, այսպես կոչված, երկրորդ ռանգի սիմետրիկ տենզոր¹, որը կոչվում է ի ն ե ր ց ի ա յ ի տ ե ն զ ո Ր:

Տենզորի I_{ik} բաղադրիչները կախում ունեն կոորդինատների առանցքների ընտրությունից: Եթե կոորդինատների առանցքները համընկնում են մարմնի իներցիայի գլխավոր առանցքների հետ, ապա բոլոր բաղադրիչները, բացի I_{xx} , I_{yy} և I_{zz} -ից, դառնում են զրո, և (43.4) բանաձևերը վերածվում են (43.3)-ի [(43.3)-ում I_{xx} -ը նշանակված է I_x -ով և այլն]:

Նշենք, որ նյութական կետերի համակարգի համար ստացված (37.11) հավասարումը իրավացի է նաև պինդ մարմնի համար: Այս դեպքում \vec{L} -ը այն վեկտորն է, որի պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա որոշվում են (43.4) բանաձևերով:

Վերջում քննարկենք մարմնի պտտման դեպքը անշարժ Z առանցքի շուրջը, որը իներցիայի գլխավոր առանցքներից և ոչ մեկի հետ չի համընկնում: Այսպիսի առանցքը կարող է անշարժ լինել միայն այն դեպքում, երբ նրա վրա ազդում են արտաքին ուժեր (օրինակ, նկ. 113): Ակնհայտ է, որ այս ուժերի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ հավասար է զրոյի (այն ուղղությունները, որոնց երկարությունը ազդում են ուժերը, անցնում են առանցքով), սակայն ուժերի մոմենտն այս առանցքի վրա գտնվող կամավոր O կետի նկատմամբ զրոյից տարբեր է: Այդ պատճառով մարմնի \vec{L}_Z իմպուլսի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ մնում է անփոփոխ ($\frac{d}{dt} \vec{L}_Z = \vec{M}_Z$, իսկ $\vec{M}_Z = 0$),

իսկ O կետի նկատմամբ \vec{L} իմպուլսի մոմենտը, որի ուղղությունն այս դեպքում չի համընկնում $\vec{\omega}$ վեկտորի ուղղության հետ (որն ուղղված է Z առանցքով), տարածության մեջ պտտվում է մարմնի հետ միասին իրեն ուղղահայաց

¹ Տենզորը կոչվում է սիմետրիկ, եթե նրա բաղադրիչները բավարարում են $I_{ik} = I_{ki}$ պայմանին:

արտաքին ուժերի \vec{M} մոմենտի ազդեցության տակ
 $\left(\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M} \neq 0\right)$;

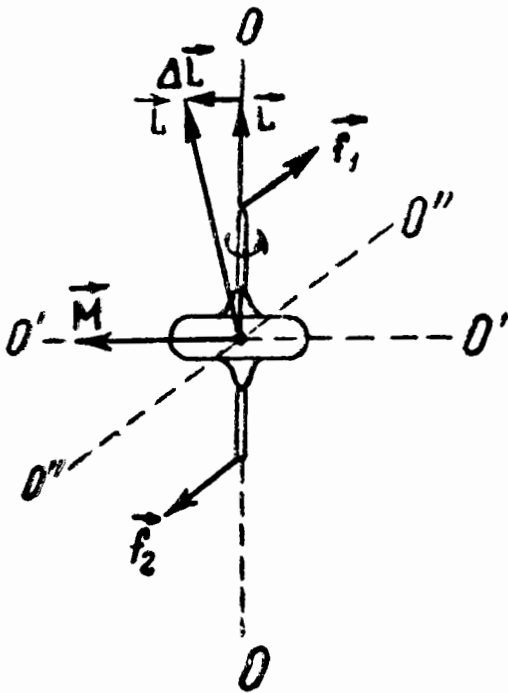
§ 44. Գիրոսկոպներ

Գիրոսկոպ (կամ հոլակ) կոչվում է սիմետրիայի առանցքի շուրջը մեծ արագությամբ պտտվող մեծ մասսա ունեցող սիմետրիկ մարմինը: Սիմետրիայի առանցքը գիրոսկոպի իներցիայի գլխավոր առանցքներից մեկն է: Այդ պատճառով գիրոսկոպի իմպուլսի մոմենտի ուղղությունը համընկնում է նրա պտտման առանցքի հետ: Գիրոսկոպի առանցքի ուղղությունը տարածությունում մեջ փոխելու համար (37.11)-ի համաձայն անհրաժեշտ է նրա վրա ազդել արտաքին ուժերի մոմենտով: Այդ դեպքում նկատվում է հետևյալ երևույթը, որը կոչվում է գիրոսկոպիկ էֆեկտ: Ուժերի ազդեցության տակ, որոնք, թվում է, թե պետք է պտտեին գիրոսկոպի ՕՕ առանցքը Օ'Օ' ուղղի շուրջը (նկ. 119), սակայն պտտում են Օ''Օ'' ուղղի շուրջը (եթադրվում է, որ ՕՕ առանցքը և Օ' Օ' ուղիղը գտնվում են գծագրի հարթության մեջ, իսկ Օ'' Օ'' ուղիղը և \vec{f}_1 ու \vec{f}_2 ուժերն ուղղահայաց են այս հարթությանը):

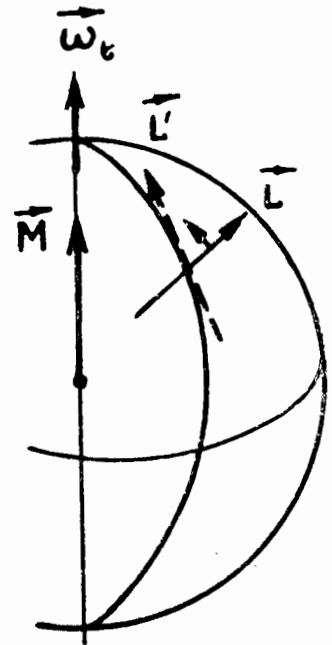
Հեշտ է նկատել, որ գիրոսկոպի՝ առաջին հայացքից «հակաբնական» վարքը լրիվ համապատասխանում է պտտական շարժման դինամիկայի օրենքներին, այսինքն՝ վերջին հաշվով, Նյուտոնի օրենքներին: Իրոք, \vec{f}_1 ու \vec{f}_2 ուժերի մոմենտն ուղղված է Օ' Օ' ուղղի երկարությունը: Δt ժամանակամիջոցում գիրոսկոպի իմպուլսի \vec{L} մոմենտը ստանում է $\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t$ աճը, որն ունի հենց նույն ուղղությունը, ինչ որ \vec{M} -ը:

Δt ժամանակից հետո գիրոսկոպի իմպուլսի մոմենտը հավասար կլինի $\vec{L}' = \vec{L} + \Delta\vec{L}$ արդյունարարին, որը գտնվում

է գծագրի հարթութեան մեջ: \vec{L}' վեկտորի ուղղութիւնը համընկնում է գիրոսկոպի պտտման առանցքի նոր ուղղու-



Նկ. 119



Նկ. 120

թեան հետ: Այսպիսով, գիրոսկոպի պտտման առանցքը կպտտվի $O'' O''$ ուղղի շուրջը, ընդ որում այնպես, որ \vec{M} և \vec{L} վեկտորներով կազմված անկյունը կփոքրանա: Եթե գիրոսկոպի վրա երկար ժամանակ ազդենք հաստատուն ուղղութեամբ արտաքին ուժերի \vec{M} մոմենտով, ապա գիրոսկոպի առանցքը վերջ ի վերջո այնպիսի դիրք կընդունի, որ սեփական պտտման ուղղութիւնը և առանցքը կհամընկնեն արտաքին ուժերի ազդեցութեան տակ կատարվող պտտման ուղղութեան և առանցքի հետ (\vec{L} վեկտորն ուղղութեամբ համընկնում է \vec{M} վեկտորի հետ):

Գիրոսկոպի նկարագրված վարքը դրված է մի գործիքի հիմքում, որը կոչվում է գիրոսկոպիկ կողմնացույց (գիրոկողմնացույց): Այս գործիքը գիրոսկոպ է, որի առանցքը հորիզոնական հարթութեան մեջ կարող է ազատ պտտվել (Նկ. 120): Երկրագնդի օրական պտտման հետևանքով գի-

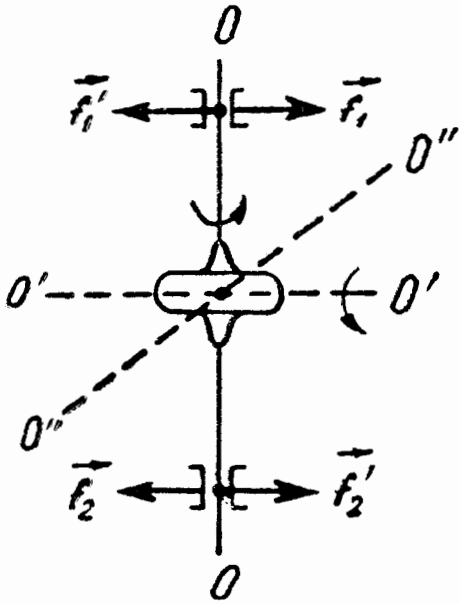
բոսկոպիկ կողմնացույցը գտնվում է այնպիսի ուժերի ազդեցութեան տակ, որոնք ձգտում են նրան ներգրավել երկրի առանցքի շուրջը պտտվելու մեջ (այնպես, ինչպես նկ. 119-ում \vec{I}_1 և \vec{I}_2 ուժերը ձգտում են գիրոսկոպը պտտման մեջ դնել $O'O'$ ուղղի շուրջը): Սրա հետևանքով գիրոսկոպի առանցքը այնպես է պտտվում, որ գիրոսկոպի իմպուլսի մոմենտի \vec{L} վեկտորով և Երկրագնդի պտտման $\vec{\omega}_k$ անկյունային արագութեան վեկտորով կազմված անկյունը փոքրանում է: Սա շարունակվում է այնքան ժամանակ, քանի դեռ \vec{L} -ով և $\vec{\omega}_k$ -ով կազմված անկյունը չի դառնում նվազագույն, այսինքն՝ գիրոսկոպը չի հաստատվում միջօրեականի հարթութեան մեջ (ի տարբերություն վերոհիշյալ ընդհանուր դեպքի, գիրոսկոպիկ կողմնացույցի առանցքի պտույտը սահմանափակված է այնպես, որ այս առանցքը կարող է գտնվել միայն հորիզոնական հարթութեան մեջ):

Գիրոսկոպիկ կողմնացույցը արդյունավետութեան առումով մագնիսական սլաք ունեցող կողմնացույցից տարբերվում է նրանով, որ նրա ցուցումներում, այսպես կոչված, մագնիսական հակումների¹ ուղղումներ մտցնելու, ինչպես նաև նրա մոտ գտնվող ֆերոմագնիսական առարկաների (օրինակ, շոգենավի պողպատյա կմախքը և այլն) ազդեցությունը սլաքի վրա չեզոքացնելու համար միջոցներ ձեռք առնելու անհրաժեշտություն չի լինում: Այդ պատճառով այժմ նավագնացութեան մեջ առավելապես օգտագործում են գիրոսկոպիկ կողմնացույցներ:

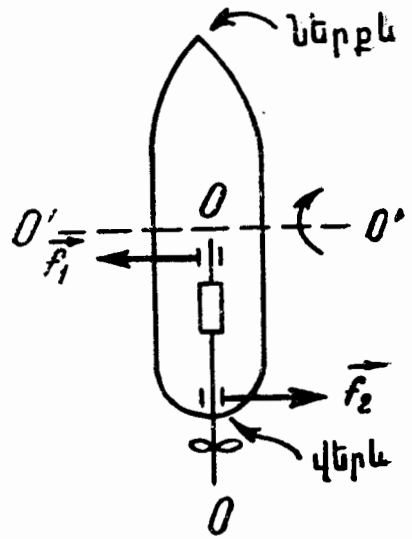
Գիրոսկոպիկ ուժեր: Գիրոսկոպի առանցքը տրված ձևով պտտելու փորձ անելու դեպքում գիրոսկոպիկ երևույթի պատճառով առաջանում են գիրոսկոպիկ ուժեր, որոնք ազդում են այն հենարանների վրա, որոնց մեջ պտտվում է գիրոսկոպի առանցքը: Օրինակ, գիրոսկոպի OO առանցքը հարկադրաբար $O'O'$ ուղղի շուրջը պտտելու դեպքում

¹ Մագնիսական հակում կոչվում է մագնիսական և աշխարհագրական միջօրեականներով կազմված անկյունը:

(Նկ. 121) ՕՕ առանցքը ձգտում է պտտվել Օ''Օ'' ուղղի շուրջը: Այս պտույտը կանխելու համար գիրոսկոպի առանցքի նկատմամբ առանցքակալները պետք է կիրառեն \vec{f}'_1 և \vec{f}'_2



Նկ. 121



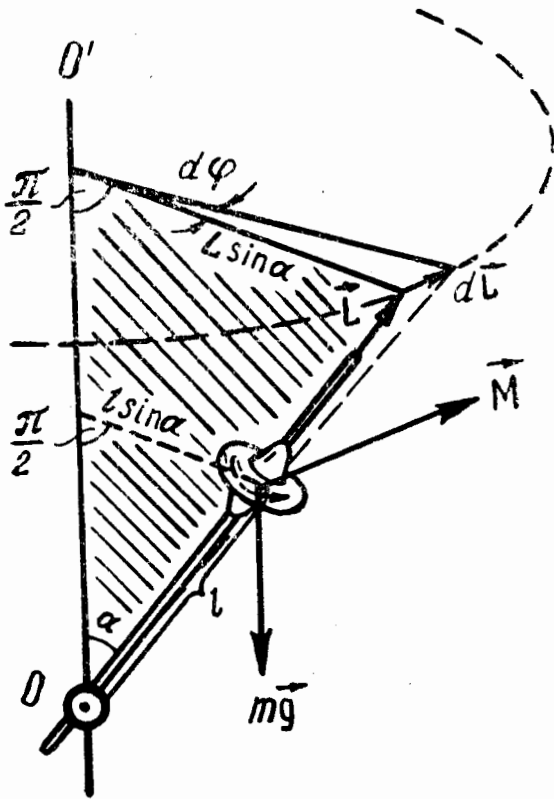
Նկ. 122

ուժերը: Նյութոսնի երրորդ օրենքի համաձայն առանցքը առանցքակալների վրա ազդում է \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերով, որոնք գիրոսկոպիկ ուժերն են:

Գիրոսկոպիկ ուժերի առկայությունը անհրաժեշտ է լինում հաշվի առնել, օրինակ, նավերի շոգեատուրբինների առանցքակալները նախագծելիս: Տուրբինի ուտորն իրենից ներկայացնում է գիրոսկոպ: Նավի երկայնակի ճոճման դեպքում տեղի է ունենում տուրբինի առանցքի հարկադրական պտույտ Օ' Օ' ուղղի շուրջը (Նկ. 122): Սա առաջացնում է \vec{f}_1 և \vec{f}_2 գիրոսկոպիկ ուժեր, որոնք պայմանավորում են առանցքակալների վրա ճնշման ուժերը, որոնք երբեմն զգալի են լինում:

Գիրոսկոպի պրեցեսիան: Գիրոսկոպի հատուկ ձևի շարժում է տեղի ունենում այն դեպքում, երբ գիրոսկոպի վրա ազդող արտաքին ուժերի մոմենտը մնալով ըստ մեծություն հաստատուն, պտտվում է գիրոսկոպի առանցքի հետ միա-

ժամանակ՝ նրա հետ միշտ ուղիղ անկյուն կազմելով: Այսպիսի պայմաններում է գտնվում, օրինակ, հոդակապի շուրջը պտտվող առանցք ունեցող գիրոսկոպը, որը գտնվում է ժանրության ուժերի դաշտում (նկ. 123):



նկ. 123

ուղղությամբ (նկ. 123-ում այս հարթությունը ստվերագրված է):

Ուժերի \vec{M} մոմենտի ազդեցության տակ գիրոսկոպի \vec{L} իմպուլսի մոմենտը dt ժամանակամիջոցում ստանում է

$$d\vec{L} = \vec{M}dt \quad (44.2)$$

աճը, որի ուղղությունը համընկնում է \vec{M} վեկտորի հետ, այսինքն՝ ուղղահայաց է \vec{L} վեկտորին: Փոփոխությունը, որը կրում է \vec{L} վեկտորը, ստանալով $d\vec{L}$ աճ, համապատասխանում է գիրոսկոպի առանցքի այնպիսի պտույտին OO' ուղղաձիգ ուղղի շուրջը, որի դեպքում α անկյունը չի փոփոխվում: Գիրոսկոպի առանցքով անցնող ուղղաձիգ հար-

Գիրոսկոպի վրա կիրառված արտաքին ուժերի մոմենտը՝

$$M = mgl \sin \alpha, \quad (44.1)$$

որտեղ m -ը գիրոսկոպի մասսան է, l -ը՝ հոդակապից մինչև գիրոսկոպի իներցիայի կենտրոնը եղած հեռավորությունը, α -ն՝ գիրոսկոպի առանցքով և ուղղաձիգ գծով կազմված անկյունը:

\vec{M} մոմենտն ուղղված է գիրոսկոպի առանցքով անցնող ուղղաձիգ հարթությանն ուղղահայաց

թությունն այս դեպքում կպտտվի $d\varphi$ անկյունով: Միաժամանակ, հորիզոնական հարթության մեջ այսպիսի անկյունով կպտտվի նաև \vec{M} վեկտորը: Սրա հետևանքով dt ժամանակամիջոցից հետո \vec{L} և \vec{M} վեկտորները նույնպիսի փոխադարձ դիրք կունենան, ինչպիսին սկզբնական պահին էր:

Հաջորդ dt ժամանակամիջոցում \vec{L} վեկտորը նորից կըստանա $d\vec{L}$ աճ, որն ուղղահայաց կլինի \vec{L} վեկտորի նոր արժեքին («առաջին» տարրական պտույտից հետո ստացած աճին) և այլն: Արդյունքում գիրոսկոպի առանցքն անընդհատ կպտտվի հողակապով անցնող ուղղաձիգ ուղղի շուրջը՝ գծելով Չա անկյունով մի կոն: Այս դեպքում \vec{L} վեկտորը կփոփոխի միայն ուղղությունը, հաստատուն պահելով իր մեծությունը, քանի որ $d\vec{L}$ տարրական աճերը միշտ ուղղահայաց կլինեն \vec{L} վեկտորին:

Գիրոսկոպի նկարագրված շարժումը կոչվում է պրեցեսիա և իրենից ներկայացնում է գիրոսկոպի առանցքի շարժում արտաքին ուժերի ազդեցության տակ, որը տեղի է ունենում այնպես, որ առանցքը գծում է կոն (մասնավորապես, $\alpha = \pi/2$ դեպքում կոնը վերածվում է հարթության):

Պրեցեսիայի ժամանակ \vec{L} վեկտորն իրեն դրսևորում է այնպես, ինչպես դրսևորում է արագության վեկտորը շրջանագծով հավասարաչափ շարժվելու դեպքում: Վերջին դեպքում արագության տարրական $d\vec{v}$ աճը միշտ ուղղահայաց է մնում \vec{v} վեկտորին և հավասար է մնում $\vec{\omega} dt$ -ի, որտեղ $|\vec{\omega}|$ -ն հաստատուն է: Գիրոսկոպի դեպքում $d\vec{L}$ -ը ուղղահայաց է \vec{L} վեկտորին և հավասար է $\vec{M} dt$, որտեղ $|\vec{M}|$ -ը հաստատուն է:

Կոնի և գիրոսկոպի առանցքներով անցնող հարթության պտտման անկյունային արագությունը կոչվում է պրեցեսիայի արագություն: Ակնհայտ է, որ պրեցեսիայի անկյունային արագությունը՝

$$\omega' = \frac{d\varphi}{dt},$$

որտեղ $d\varphi$ -ն այն անկյունն է, որով պտտվում է նշված հարթությունը dt ժամանակամիջոցում: Այս անկյունը կարելի է ներկայացնել որպես $|d\vec{L}|$ -ի և $L \sin \alpha$ -ի հարաբերություն (տե՛ս նկ. 123, ենթադրվում է, որ \vec{L} վեկտորի սկիզբը համատեղված է O հողակապի հետ).

$$d\varphi = \frac{|d\vec{L}|}{L \sin \alpha}; \quad (44.3)$$

(44.2)-ի և (44.1)-ի համաձայն

$$|d\vec{L}| = Mdt = mgl \sin \alpha dt:$$

Տեղադրելով (44.3)-ի մեջ այս արտահայտությունը և փոխարինելով L -ը $I\omega$ -ով, կստանանք

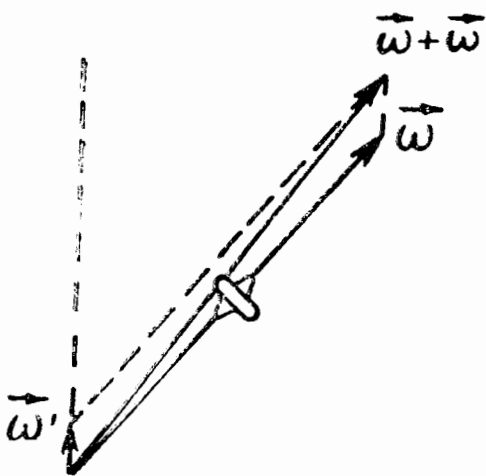
$$d\varphi = \frac{mgl \sin \alpha dt}{I\omega \sin \alpha} = \frac{mgl}{I\omega} dt:$$

Այստեղից պրեցեսիայի անկյունային արագությունը կլինի

$$\omega' = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{mgl}{I\omega}; \quad (44.4)$$

(44.4)-ից հետևում է, որ պրեցեսիայի արագությունը կախված չէ հորիզոնի նկատմամբ գիրոսկոպի առանցքի թեքությունից:

Քանի որ $I\omega$ իմպուլսի մոմենտը ընդհանրապես մեծ է, պրեցեսիայի ω' արագությունը լինում է փոքր, ըստ որում ω' -ը այնքան ավելի փոքր է, որքան ավելի մեծ է ω -ն: Գիրոսկոպի անկյունային ω արագության փոքրացման հետ միասին պրեցեսիայի ω' արագությունը մեծանում է:



Նկ. 124

Պետք է նկատի ունենալ, որ պրեցեսիայի դեպքում գիրոսկոպի իմպուլսի մոմենտը չի համընկնում նրա սիմետրիայի առանցքի հետ, քանի որ գիրոսկոպի շարժումն իրենից ներկայացնում է երկու պտույտների գումար՝ սիմետրիայի առանցքի շուրջը $\vec{\omega}$ անկյունային արագությամբ կատարվող պտույտի և ուղղահայաց առանցքի շուրջը պրեցեսիայի $\vec{\omega}'$ անկյունային արագությամբ կատարվող պտույտի: Արդյունարար անկյունային արագությունը հավասար կլինի $\vec{\omega} + \vec{\omega}'$ -ի (նկ. 124): Սակայն, քանի որ $\omega' \ll \omega$, կարելի է մոտավոր կերպով համարել, որ $\vec{\omega} + \vec{\omega}' \approx \vec{\omega}$ և $\vec{L} = I\vec{\omega}$: Պրեցեսիայի անկյունային արագության (44.4) բանաձևն արտածելիս օգտվեցինք այս մոտավորությունից:

§ 45. Պինդ մարմնի դեֆորմացիաները

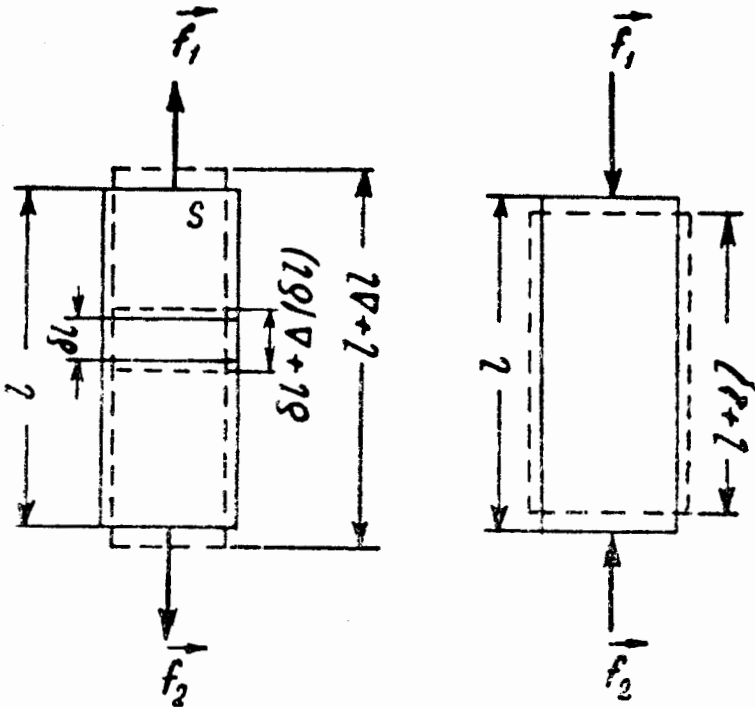
Ինչպես արդեն նշվել է, ուժերի ազդեցության տակ տեղի է ունենում մարմինների դեֆորմացիա, այսինքն՝ նրանց չափերի և ձևի փոփոխություն: Եթե դեֆորմացիա առաջացնող ազդեցությունից հետո մարմինը ընդունում է իր սկզբնական չափերը և ձևը, դեֆորմացիան կոչվում է առաձգական: Սահմանափակվենք հիմնական առաձգական դեֆորմացիաների համառոտ քննարկումով:

Առաձգական դեֆորմացիաները տեղի են ունենում այն դեպքում, երբ դեֆորմացիան պայմանավորող ուժը չի գերազանցում յուրաքանչյուր կոնկրետ մարմնի համար գոյություն ունեցող որևէ որոշակի սահմանը: Այս սահմանը գերազանցելու դեպքում մարմինը ստանում է մնացորդային կամ պլաստիկ դեֆորմացիաներ, որոնք պահպանվում են մարմնի վրա ուժի ազդեցությունը դադարեցնելուց հետո ևս:

Պինդ մարմնի բոլոր հնարավոր առաձգական դեֆորմացիաները կարող են հանգել երկու հիմնական տեսակների՝ ձգման (կամ սեղմման) և սահքի:

Երկայնական ձգում (կամ սիակողմանի սեղմում): Եթե հաստատուն կտրվածք ունեցող համասեռ ձողի ծայրերի վրա կիրառենք նրա առանցքի երկարությամբ ուղղված \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժերը ($f_1 = f_2 = f$), որոնց ազդեցությունը հավասարաչափ է բաշխված ամբողջ կտրվածքով, ապա ձողի l երկարությունը կստանա դրական (ձգման դեպքում) կամ բացասական (սեղմման դեպքում) Δl աճ (նկ. 125):

Այս դեպքում ձողի յուրաքանչյուր կամավոր ընտրված δl սարրը ստանում է իր երկարությանը համեմատական $\Delta(\delta l)$ աճ, այնպես, որ ձողի բոլոր սարրերի համար $\frac{\Delta(\delta l)}{\delta l}$



Նկ. 125

հարաբերությունը ստացվում է նույնը: Այդ պատճառով բնականաբար որպես ձողի դեֆորմացիան բնորոշող մեծություն կարելի է վերցնել նրա երկարության հարաբերական փոփոխությունը, այսինքն՝

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} : \quad (45.1)$$

Ինչպես հետևում է սահմանումից, ε հարաբերական երկարացումը չափաչափություն չունեցող մեծություն է: Ձգման դեպքում այն դրական է, իսկ սեղմման դեպքում՝ բացասական:

Փորձը ցույց է տալիս, որ տվյալ նյութից պատրաստված ձողերի համար առաձգական դեֆորմացիայի դեպքում հարաբերական երկարացումը համեմատական է ձողի լայնական կտրվածքի միավոր մակերեսին ընկնող ուժին, այսինքն՝

$$\varepsilon = \alpha \frac{f}{S} : \quad (45.2)$$

Համեմատականության գործակիցը կոչվում է առաձգականություն գործակից: Այն կախված է միայն ձողի նյութի հատկություններից:

Ուժի և այն մակերեսի հարաբերությունը, որի վրա ազդում է ուժը, կոչվում է լարում: Մարմնի մասերն իրար վրա ազդելու հետևանքով լարումը հաղորդվում է մարմնի բոլոր մասերին, այսինքն՝ ձողի ամբողջ ծավալը գտնվում է լարված վիճակում: Եթե ուժը ուղղված է մակերեսին ուղղահայաց ուղղությամբ, ապա լարումը կոչվում է նորմալ: Եթե ուժն ուղղված է այն մակերեսի շոշափույի ուղղությամբ, որի վրա ազդում է ուժը, լարումը կոչվում է տանգենցիալ: Նորմալ լարումն ընդունված է նշանակել σ տառով, իսկ տանգենցիալը՝ τ -ով:

Նկատի ունենալով նորմալ լարման արտահայտությունը

$$\sigma = \frac{f}{S}, \quad (45.3)$$

(45.1) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\varepsilon = \alpha \sigma : \quad (45.4)$$

Այսպիսով, կարող ենք ասել, որ հարաբերական երկարացումը համեմատական է նորմալ լարմանը: (45.4)-ից հետևում է, որ առաձգականության α գործակիցը թվապես հավասար է հարաբերական երկարացմանը, երբ լարումը հավասար է միավորի:

Նյութի առաձգական հատկությունները բնութագրելու համար առաձգականության α գործակցի հետ մեկտեղ օգտագործում են նրա հակադարձ՝ $E = 1/\alpha$ մեծությունը, որը կոչվում է Յունգի մոդուլ:

(45.4)-ի մեջ α -ն փոխարինելով E -ով, կստանանք

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (45.5)$$

որտեղից հետևում է որ Յունգի մոդուլը հավասար է այնպիսի նորմալ լարմանը, որի դեպքում հարաբերական երկարացումը հավասարվում է միավորի (այսինքն՝ երկարության Δl աճը հավասարվում է սկզբնական l երկարությանը), իհարկե, եթե այդպիսի մեծ առաձգական դեֆորմացիաներ հնարավոր են (իրականում զգալիորեն ավելի փոքր լարումների դեպքում տեղի է ունենում ձողի խզումը, էլ ավելի շուտ նյութը հասնում է առաձգականության սահմանին):

Հաշվի առնելով (45.1)-ը և (45.5)-ը, (45.3)-ը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$f = \frac{ES}{l} \Delta l = k\Delta l, \quad (45.6)$$

որտեղ k -ն տվյալ ձողի համար հաստատուն գործակից է:

(45.6)-ի համաձայն առաձգական դեֆորմացիայի դեպքում ձողի երկարացումը համեմատական է ձողի վրա ազդող ուժին: (45.6) առնչությունն արտահայտում է Հուկի օրենքը տվյալ դեֆորմացիայի համար: Այս օրենքը տեղի ունի միայն այնքան ժամանակ, քանի դեռ նյութը չի հասնում առաձգականության սահմանին:

Ձողի երկարության փոփոխությունը դեֆորմացիայի դեպքում ուղեկցվում է ձողի համապատասխան լայնական d չափերի փոփոխումով (նկ. 125): Այս փոփոխությունը ընդունված է բնութագրել հարաբերական լայնական սեղմումով կամ լայնացումով.

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}; \quad (45.7)$$

Ակնհայտ է, որ ε -ը և ε' -ը միշտ ունեն տարբեր նշաններ. ձգման դեպքում Δl -ը դրական է, իսկ Δd -ն՝ բացասական. սեղմման դեպքում Δl -ը բացասական է, իսկ Δd -ն՝ դրական: Փորձը ցույց է տալիս, որ ε' -ը համեմատական է ε -ին, այսինքն՝

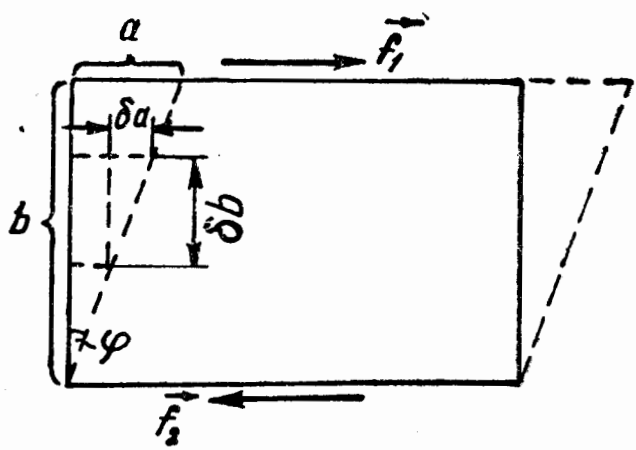
$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon, \quad (45. 8)$$

որտեղ μ -ն դրական գործակից է և կախված է միայն նյութի հատկություններից: Այն կոչվում է լայնական սեղմման գործակից կամ Պուասոնի գործակից:

Սահք: Վերցնենք ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ձև ունեցող մի համասեռ մարմին և նրա հակադիր նիստերի վրա կիրառենք \vec{f}_1 և \vec{f}_2 ուժեր ($f_1 = f_2 = f$), որոնք զուգահեռ են այդ նիստերին (նկ. 126): Եթե այդ ուժերի ազդեցությամբ հավասարաչափ է բաշխվում համապատասխան նիստի S մակերեսին, ապա այդ նիստերին զուգահեռ ցանկացած կտրվածքում կառաջանա հետևյալ տանգենցիալ լարումը՝

$$\tau = \frac{f}{S}: \quad (45. 9)$$

Լարումների ազդեցության տակ մարմինը ենթարկվում է այնպիսի դեֆորմացիայի, որ նրա վերին նիստը (նկարում) ներքին նիստի նկատմամբ շեղվում է որևէ a հեռավորությունով: Եթե մարմինը մտովի բաժանենք տարրական հորիզոնական շերտերի, յուրաքանչյուր շերտ կտեղաշարժվի հարևան շերտերի նկատմամբ: Այդ պատճառով



Նկ. 126

այս տեսակ դեֆորմացիան կոչվում է սահքի դեֆորմացիա:

Սահքի դեֆորմացիայի դեպքում սկզբում հորիզոնական հարթություններին ուղղահայաց յուրաքանչյուր ուղիղ կպտտվի որևէ φ անկյունով: Հետևաբար, երկու կամավոր վերցրած շերտերի ծա սահքի հարաբերությունը այդ շերտերի միջև եղած δb հեռավորությունը նույնը կլինի ցանկացած զույգ շերտերի համար: Բնական է, որ այս հարաբերությունը կարելի է վերցնել սահքի դեֆորմացիան բնութագրելու համար, այսինքն՝

$$\gamma = \frac{a}{b} = \operatorname{tg}\varphi: \quad (45.10)$$

γ մեծությունը կոչվում է հարաբերական սահք: Քանի որ φ անկյունը փոքր է, կարելի է ընդունել, որ $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$: Հետևաբար, ստացվում է, որ հարաբերական γ սահքը հավասար է սահքի φ անկյանը: Փորձը ցույց է տալիս, որ հարաբերական սահքը համեմատական է տանգենցիալ լարմանը, այսինքն՝

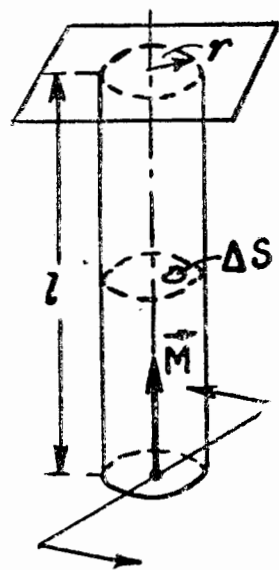
$$\gamma = \frac{1}{G} \tau: \quad (45.11)$$

G գործակիցը կախված է միայն նյութի հատկություններից և կոչվում է սահքի մոդուլ: Այն հավասար է այնպիսի տանգենցիալ լարմանը, որի դեպքում սահքի անկյունը 45° է ($\operatorname{tg}\varphi = 1$), իհարկե, եթե այդպիսի մեծ դեֆորմացիաների դեպքում չգերազանցվի առաձգականության սահմանը:

Քննարկված հիմնական դեֆորմացիաներից բացի, քրճնարկենք կլոր ձողի ոլորումը: Եթե կլոր ձողի մի ծայրն ամրացնենք անշարժ, իսկ մյուս ծայրի վրա կիրառենք ձողի առանցքի երկարությամբ ուղղված պտտման \vec{M} մոմենտը (նկ. 127), ապա ձողը կստանա այնպիսի դեֆորմացիա, որի դեպքում նրա ներքևի հիմքը վերևինի նկատ-

մամբ կպտտվի որևէ φ անկյան տակ:

Հեշտ է նկատել, որ ոլորման դեֆորմացիան իրենից ներկայացնում է սահքի դեֆորմացիա: Իրոք, եթե ձողը մտովի բաժանենք նրա առանցքին ու զղահայաց տարրական շերտերի, ապա ոլորումը կհանդեցնի յուրաքանչյուր այդպիսի շերտի սահքին՝ իր հարևան շերտերի նկատմամբ: Ճիշտ է, այս սահքը կլինի ոչ համասեռ. շերտի ΔS տեղամասը հարևան շերտի համանման տեղամասի հետ համեմատած այնքան ավելի մեծ շեղում է ստանում, որքան ավելի հեռու է գտնվում ձողի առանցքից:



Նկ. 127

Համապատասխան հաշվարկ կատարելով կարելի է ցույց տալ, որ ձողի ոլորման անկյունը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ, որը համապատասխանում է փորձնական տվյալներին՝

$$\varphi = \frac{2l}{\pi r^4 G} M, \quad (45.12)$$

որտեղ l -ը ձողի երկարությունն է, r -ը՝ նրա շառավիղը, G -ն սահքի մոդուլը, M -ը՝ պտտման մոմենտը:

Նշանակելով տվյալ ձողի համար հաստատուն M -ի բազմապատկիչը k -ով, (45.12) առնչությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$\varphi = kM: \quad (45.13)$$

Վերջին առնչությունն արտահայտում է Հուկի օրենքը ոլորման դեպքում: Տվյալ նյութից պատրաստված ձողի հաստատուն երկարության դեպքում համեմատականության k գործակիցը խիստ կերպով կախում ունի ձողի հաստությունից (ինչպես $1/r^4$):

Առաձգական դեֆորմացիայի ենթարկման: Առաձգական դեֆորմացիայի ենթարկված մարմինը, օրինակ՝ ձգված կամ

սեղմված ձողը, վերադառնալով չդեֆորմացված վիճակի, կարող է սեղմված կամ ձգված դսպանակի նման աշխատանք կատարել արտաքին մարմինների նկատմամբ, այսինքն՝ օժտված է էներգիայի որոշակի պաշարով¹: Քանի որ այս էներգիան պայմանավորված է մարմնի տարրերի փոխադարձ դասավորությունը, ուրեմն այն իրենից ներկայացնում է պոտենցիալ էներգիա: Ակնհայտ է, որ դեֆորմացված մարմնի էներգիայի պաշարը հավասար է այն աշխատանքին, որը կատարում են արտաքին ուժերը դեֆորմացիայի ժամանակ:

Հաշվենք առաձգականորեն ձգված (կամ սեղմված) ձողի էներգիան: Ձգման դեպքում ձողի վրա պետք է ազդել այնպիսի ուժով, որի մեծությունը որոշվում է (45.6) արտահայտությունով: Այս ուժի աշխատանքը՝

$$A = \int_0^{\Delta l} f dx,$$

որտեղ x տառով նշանակված է ձողի բացարձակ երկարացումը, որը դեֆորմացիայի ընթացքում փոփոխվում է 0-ից մինչև Δl -ը:

f ուժը, որը համապատասխանում է x երկարացմանը, (45.6)-ի համաձայն կլինի

$$f = kx = \frac{ES}{l}x:$$

Հետևաբար

$$A = \int_0^{\Delta l} \frac{ES}{l} x dx = \frac{ES}{l} \frac{\Delta l^2}{2} = U:$$

¹ Տե՛ս (27. 13)-ը և համապատասխան տեքստը:

² Հավասարեցնելով որոշված աշխատանքը պոտենցիալ էներգիային, մենք չդեֆորմացված մարմնի էներգիան ընդունեցինք զրոյի հավասար:

Ստացված արտահայտություն համարիչը և հայտարարը բազմապատկելով l -ով և $\Delta l/l$ հարաբերությունը փոխարինելով հարաբերական ε երկարացումով և, վերջապես, հաշվի առնելով, որ Sl -ը տալիս է ձողի V ծավալը, կստանանք

$$U = \frac{E\varepsilon^2}{2} V; \quad (45.14)$$

Ֆնն արկենք էներգիայի խտությունը, որը սրշվում է որպես ΔU էներգիայի և այն ΔV ծավալի հարաբերություն, որի մեջ պարփակված է այդ էներգիան, այսինքն՝

$$u = \frac{\Delta U}{\Delta V};$$

Փանի որ տվյալ դեպքում ձողը համասեռ է, իսկ դեֆորմացիան՝ հավասարաչափ, այսինքն՝ այն միատեսակ է ձողի տարբեր կետերում, (45.14) էներգիան ձողում նույնպես բաշխվում է հաստատուն խտությամբ: Ուստի կարելի է ընդունել

$$u = \frac{U}{V} = \frac{E\varepsilon^2}{2}; \quad (45.15)$$

(45.15) արտահայտությունը տալիս է ձգման (կամ սեղմման) դեպքում առաձգական դեֆորմացիայի էներգիայի խտությունը: Համանման ձևով կարելի է ստանալ, որ սահքի դեպքում առաձգական դեֆորմացիայի խտությունը՝

$$u = \frac{G\gamma^2}{2}; \quad (45.16)$$

VI Գ Լ ՈՒ Խ

ՏԻԵՋԵՐԱԿԱՆ ՁԳՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

§ 46. Տիեզերական ձգողականության օրենքը

Բնության մեջ բոլոր մարմինները միմյանց ձգում են: Այն օրենքը, որին ենթարկվում է այս ձգումը, հայտնաբերել է Նյուտոնը և կոչվում է տիեզերական ձգողականության օրենք: Այս օրենքի համաձայն այն ուժը, որով երկու մարմիններ ձգում են իրար, ուղիղ համեմատական է այդ մարմինների մասսաներին և հակադարձ համեմատական՝ նրանց միջև եղած հեռավորության քառակուսուն.

$$\vec{f} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (46.1)$$

որտեղ γ -ն համեմատականության գործակիցն է և կոչվում է գրավիտացիոն հաստատուն: Ուժը ուղղված է փոխազդող մարմիններն իրար միացնող ուղղի երկարությամբ (նկ. 128): (46.1) բանաձևը տալիս է ըստ մեծության իրար հավասար \vec{F}_{12} և \vec{F}_{21} ուժերի թվային արժեքները:

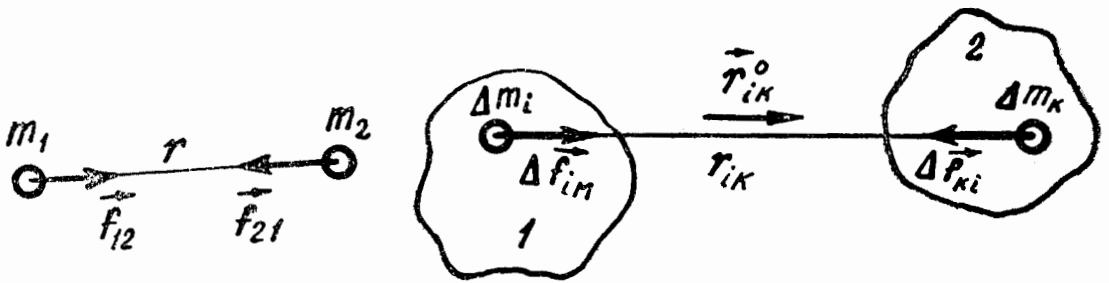
Մարմինները, որոնք նկատի են առնված (46.1) առընչության մեջ, ակնհայտ է, որ իրենցից ներկայացնում են նյութական կետեր: Մարմինների (որոնց չի կարելի դիտել որպես նյութական կետեր) փոխազդեցության ուժը որոշելու համար պետք է նրանց բաժանել սարրական Δm մասսա-

ների, այսինքն՝ փոքր ծավալների, որոնցից յուրաքանչյուրը կարելի է ընդունել որպես նյութական կետ (նկ. 129):

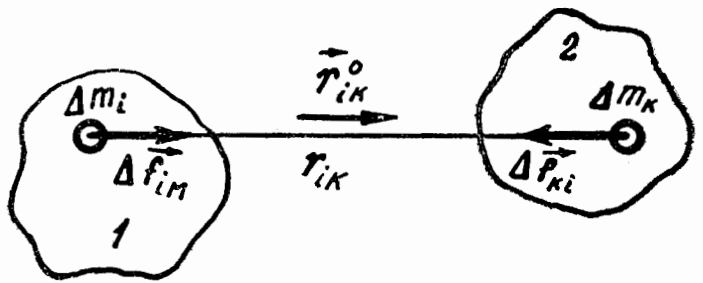
(46.1)-ի համաձայն 1 մարմնի i -րդ տարրական մասսան ձգվում է դեպի 2 մարմնի k -րդ տարրական մասսան հետևյալ ուժով՝

$$\Delta \vec{f}_{ik} = \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k \vec{r}_{ik}^0}{r_{ik}^2}, \quad (46.2)$$

որտեղ \vec{r}_{ik}^0 -ն միավոր վեկտորն է և ունի Δm_i -ից դեպի Δm_k -ի ուղղությունը, իսկ r_{ik} -ն՝ այս տարրական մասսաների միջև եղած հեռավորությունը:



Նկ. 128



Նկ. 129

Գումարելով (46.2)-ը ըստ k -ի բոլոր արժեքների, կրատանաք 1 մարմնին պատկանող տարրական Δm_i մասսայի վրա 2 մարմնի կողմից ազդող բոլոր ուժերի արդյունարարը, այսինքն՝

$$\vec{f}_{i2} = \sum_k \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k \vec{r}_{ik}^0}{r_{ik}^2}, \quad (46.3)$$

Վերջապես գումարելով (46.3)-ը ըստ i ինդեքսի բոլոր արժեքների, այսինքն՝ գումարելով 1 մարմնի բոլոր տարրական մասսաների վրա կիրառված ուժերը, կստանանք այն ուժը, որով 2-րդ մարմինն ազդում է առաջին մարմնի վրա՝

$$\vec{f}_{12} = \sum_i \sum_k \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k \vec{r}_{ik}^0}{r_{ik}^2}, \quad (46.4)$$

Գումարում են ըստ i և k ինդեքսների բոլոր արժեքների: Հետևաբար, եթե 1 մարմինը բաժանենք N_1 , իսկ 2 մարմինը՝ N_2 տարրական մասսաների, ապա (46.4) գումարը կպարունակի $N_1 N_2$ գումարելիներ:

Հստ նյութանի երբորդ օրենքի 1 մարմինն ազդում է 2 մարմնի վրա \vec{f}_{21} ուժով, որը հավասար է $-\vec{f}_{12}$:

Գործնականում (46.4)-ի գումարումը հանգում է ինտեգրման և, ընդհանուր առմամբ, սա շատ բարդ մաթեմատիկական խնդիր է: Եթե փոխազդող մարմիններն իրենցից ներկայացնում են համասեռ գնդեր¹, ապա ըստ (46.4)-ի հաշվելով, ստացվում է

$$\vec{f}_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_{12}^0, \quad (46.5)$$

որտեղ m_1 -ը և m_2 -ը գնդերի մասսաներն են, r -ը՝ նրանց կենտրոնների միջև եղած հեռավորությունը, \vec{r}_{12}^0 -ը՝ միավոր վեկտորը, որն ուղղված է առաջին գնդի կենտրոնից դեպի երկրորդ գնդի կենտրոնը:

Այսպիսով, գնդերը փոխազդում են այնպես, ինչպես այդ գնդերի կենտրոններում տեղավորված և նրանց մասսաներին հավասար մասսաներ ունեցող նյութական կետերը:

Եթե մարմիններից մեկն իրենից ներկայացնում է շատ մեծ R շառավղով գունդ (օրինակ, Երկրագունդը), իսկ երկրորդ մարմինը գունդ չէ և R -ից անհամեմատ ավելի փոքրը չափեր ունի և գտնվում է գնդի մակերևույթի մոտ, նրանց փոխազդեցությունը նկարագրվում է (46.5) բանաձևով, որտեղ r -ի փոխարեն պետք է վերցնել գնդի շառավղը (երկրորդ մարմնից մինչև գնդի մակերևույթը եղած հեռավորությունը, ինչպես նաև երկրորդ մարմնի չափերը, R -ի հետ համեմատած կարելի է անտեսել):

1 Բավական է, որ մասսայի բաշխումը յուրաքանչյուր գնդի սահմաններում օժտված լիներ կենտրոնական սիմետրիայով, այսինքն՝ խառնթյունը ֆունկցիա լիներ միայն գնդի կենտրոնից եղած հեռավորությունից:

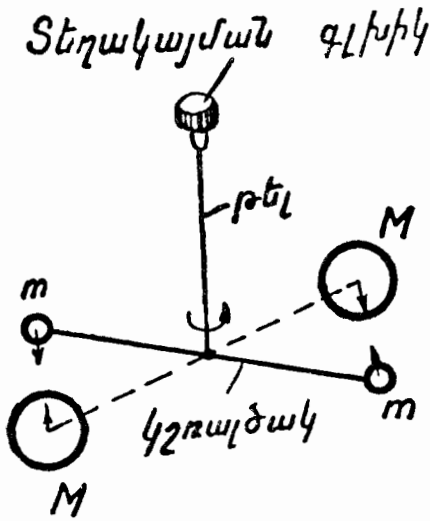
(46.1) հավասարման γ համեմատականության գործակցի հետ նպատակահարմար չէ վարվել այնպես, ինչպես վարվեցինք Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարման համեմատականության գործակցի հետ (այսինքն՝ ընդունել մեկ միավորի հավասար ուժի չափման միավորի ընտրության հաշվին), քանի որ այս դեպքում տարբեր ֆիզիկական երևույթները քննարկելիս ստիպված կլինենք օգտվել միևնույն մեծության ուժի չափման տարբեր միավորներից: Իսկ եթե (46.1)-ի մեջ մտնող մեծությունները չափելու համար օգտվենք նախապես սահմանված միավորներից, կըպարզվի, որ γ գրավիտացիոն հաստատունը չափայնություն ունեցող մեծություն է, որի թվային արժեքը պետք է որոշվի փորձով: (46.1)-ի համաձայն γ -ի չափայնությունը՝

$$[\gamma] = \frac{[f][r^2]}{[m^2]} = \frac{\frac{ML}{T^2}L^2}{M^2} = \frac{L^3}{MT^2} = L^3M^{-1}T^{-2};$$

γ -ի թվային արժեքը որոշվում է հայտնի մասսաներ ունեցող մարմինների միմյանց ձգող ուժը չափելով: Այսպիսի չափումների դեպքում առաջանում են մեծ գծվարություններ, քանի որ ստացվում է, որ այնպիսի մարմինների համար, որոնց մասսաները կարող են անմիջականորեն չափվել, ձգողական ուժը չափազանց փոքր է: Այսպես, իրարից մեկ մետր հեռավորության վրա գտնվող երկու մարմիններ, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի 100 կգ մասսա, փոխազդում են 10^{-6} և կարգի ուժով, այսինքն՝ 10^{-4} գ կարգի ուժով:

γ -ն որոշելու առաջին հաջող փորձը Կավենդիշի կատարած չափումներն են (1798 թ.), որոնցում ուժերը չափելու համար կիրառել էր ուղղահայեի խիստ զգայուն մեթոդը (նկ. 130): Թեթև կշռալծակի ծայրերին ամրացված երկու կապարե m գնդերը (յուրաքանչյուրը 729 գ մասսայով) զըրվել էին սիմետրիկ դասավորված M գնդերի մոտ (յուրաքանչյուրը 158 կգ մասսայով): Կշռալծակը կախվել էր

առաձգական թելից, որի պտտման աստիճանից կախված կարելի էր չափել գնդերը միմյանց ձգող ուժը: Թելի վերևի



Նկ. 130

ծայրն ամրացված էր տեղակայման է լիսիկին, որի պտտությունով կարելի էր փոխել m և M գնդերի միջև եղած հեռավորությունը: Տարբեր եղանակներով որոշված արժեքներից ամենաճիշտը համարվում է հետևյալ արժեքը՝

$$\gamma = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ մ}^3/\text{կգ}\cdot\text{վրկ}^2:$$

Եթե (46.5)-ում m_1 -ը, m_2 -ը և r -ը տեղադրվեն մեկին հավասար, ուժը թվապես կհա-

վասարվի γ -ին: Այսպիսով, 1 կգ մասսա ունեցող երկու գնդերը, որոնց կենտրոններն իրարից հեռացած են 1 մ-ով, փոխադարձաբար ձգում են $6,670 \cdot 10^{-11}$ ն ուժով:

§ 47. Ծանրության ուժի արագացման կախումը տեղանքի լայնությունից

Մարմինների շարժումը Երկրագնդի մակերևույթի նկատմամբ ուսումնասիրելիս պետք է նկատի ունենալ, որ Երկրագնդի հետ կապված հաշվանքի համակարգը իներցիալ չէ: Ուղեծրով կատարվող շարժմանը համապատասխանող արագացումը շատ ավելի փոքր է, քան Երկրագնդի օրական պտույտով պայմանավորված արագացումը: Այդ պատճառով բավարար ճշտությամբ կարելի է համարել, որ Երկրագնդի հետ կապված հաշվանքի համակարգը իներցիալ համակարգի նկատմամբ պտտվում է ω հաստատուն անկյունային արագությամբ: Հետևաբար, մարմինների շարժումը Երկրագնդի նկատմամբ դիտելիս պետք է մտցնել իներցիալի կենտրոնախույս ուժը՝

$$\vec{f}_{in} = m\omega^2 r,$$

որտեղ m -ը մարմնի մասսան է, r -ը՝ մարմնի հեռավորությունը Երկրագնդի առանցքից (նկ. 131): Սահմանափակվելով այնպիսի դեպքերով, երբ մարմինների բարձրությունը Երկրագնդի մակերեսի նկատմամբ մեծ չէ, կարելի է ընդունել, որ r -ը հավասար է $R_b \cos \varphi$ (R_b -ն Երկրագնդի շառավիղն է, φ -ն՝ տեղանքի լայնությունը):

Այդ դեպքում իներցիայի կենտրոնախույս ուժի արտահայտությունը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$f_{in} = m\omega^2 R_b \cos \varphi: \quad (47.1)$$

Երկրագնդի նկատմամբ ազատ ընկնող մարմնի \vec{g} արագացումը պայմանավորված է երկու ուժերի ազդեցությամբ՝ \vec{f}_g , որով մարմինը ձգվում է Երկրագնդի կողմից, և \vec{f}_{in} : Այս երկու ուժերի արդյունարարը՝

$$\vec{P} = \vec{f}_g + \vec{f}_{in},$$

ծանրության ուժն է (տես § 18): Քանի որ \vec{P} ուժը m մասսայով մարմնին հաղորդում է \vec{g} արագացում, իրավացի կլինի հետևյալ առնչությունը՝

$$\vec{P} = m\vec{g}: \quad (47.2)$$

\vec{P} ծանրության ուժի տարբերությունը Երկրագնդի ձգողական \vec{f}_g ուժից մեծ չէ, քանի որ իներցիայի կենտրոնախույս ուժը զգալիորեն փոքր է \vec{f}_g -ից: Այսպես, 1 կգ մասսայով մարմնի համար $m\omega^2 R_b$ արտահայտությունը մոտավորապես հավասար է 0,035 ն (ω -ն հավասար է 2π -ն բաժանած 86400 վրկ-ի, իսկ R_b -ն՝ մոտավորապես 6400 կմ-ի), այն դեպքում, երբ f_g -ն մոտավորապես հավասար է 9,8 ն-ի, այսինքն՝ համարյա 300 անգամ մեծ է իներցիայի կենտրոնախույս ուժի մաքսիմալ արժեքից (հասարակածում գիտվող):

\vec{f}_g և \vec{P} ուղղություններով կազմված α անկյունը կարելի է գնահատել՝ օգտվելով սինուսների թեորեմից՝

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{f_{in}}{P} = \frac{m\omega^2 R_b \cos \varphi}{mg} \approx \frac{0,035}{9,8} \cos \varphi \approx 0,0035 \cos \varphi,$$

որակելից

$$\sin \alpha \approx 0,0035 \sin \varphi \cos \varphi \approx 0,0018 \sin 2\varphi:$$

Փոքր անկյան սինուսը մոտավորապես կարելի է փոխարինել հենց այդ անկյան արժեքով, այսինքն՝

$$\alpha \approx 0,0018 \sin 2\varphi: \quad (47.3)$$

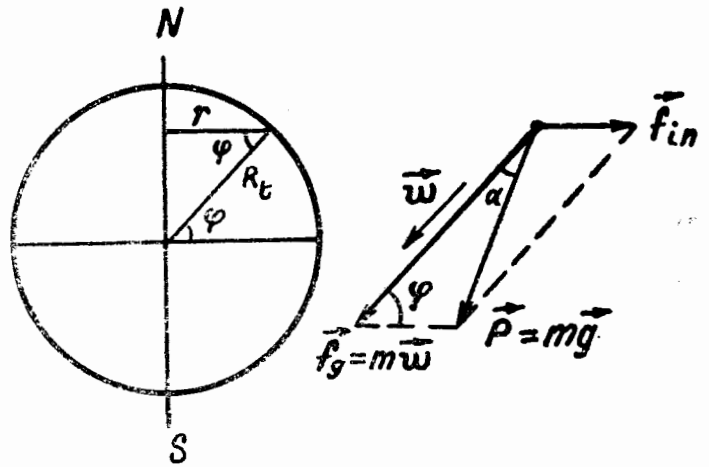
Այսպիսով, աշխարհագրական φ լայնությունից կախված՝ α անկյան արժեքը տատանվում է զրոյից (հասարակածում, որտեղ $\varphi = 0$, և բևեռներում, որտեղ $\varphi = 90^\circ$) մինչև 0,0018 ռադ. կամ $6'$ (45° աշխարհագրական լայնությունում) ընկած սահմաններում:

\vec{P} -ի ուղղությունը համընկնում է բևույ ձգված թելի ուղղության հետ, որը կոչվում է ուղղալարի ուղղություն: \vec{f}_g ուժն ուղղված է դեպի Երկրագնդի կենտրոնը: Հետևաբար, միայն բևեռներում և հասարակածում է, որ ուղղալարն ուղղված է դեպի Երկրագնդի կենտրոնը, իսկ միջանկյալ աշխարհագրական լայնությունների վրա այն շեղվում է (47.3) արտահայտությամբ որոշվող անկյունով:

Բևեռում $f_g - P$ տարբերությունը հավասար է զրոյի, իսկ հասարակածի վրա այն ընդունում է իր առավելագույն արժեքը, որը հավասար է f_g ուժի 0,30%-ին: Երկրագունդը բևեռներում որոշ չափով տափակած լինելու պատճառով հենց ինքը՝ f_g ուժը փոփոխվում է աշխարհագրական լայնությունից կախված (հասարակածում այն մոտավորապես 0,20%-ով ավելի փոքր է, քան բևեռներում): Արդյունքում ստացվում է, որ ազատ անկման g արագացումը աշխարհագրական լայնությունից կախված փոփոխվում է 9,780 մ/վրկ²-ուց (հասարակածում) մինչև 9,832 մ/վրկ²-ու (բևեռներում) սահմաններում: $g = 9,800665$ մ/վրկ²-ին ընդունված է որպես սովորական (ստանդարտ) արժեք:

Նշենք, որ հաշվանքի իներցիալ, օրինակ, հելիոցենտրիկ

համակարգի նկատմամբ ազատ ընկնող մարմինը կշարժվի ոչ թե \vec{g} , այլ \vec{W} արագացումով, որն ուղղված այնպես ինչպես \vec{f}_g -ն և հավասար է f_g/m : Հեշտ է նկատել (նկ. 131), որ տարբեր մարմինների g արագացման հավասարությունը միմյանց միջև հանգեցնում է նաև W արագացումների հավասարությանը: Իրոք, տար-



Նկ. 131

բեր մարմինների համար \vec{f}_g և \vec{P} վեկտորներով կառուցված եռանկյունները նման են (Երկրի մակերևույթի ավյալ կետում գտնվող բոլոր մարմինների համար α և φ անկյունները միատեսակ են): Հետևաբար, f_g/P հարաբերությունը, որը համընկնում է W/g հարաբերության հետ, բոլոր մարմինների համար նույնն է, որտեղից հետևում է, որ միատեսակ g -երի համար միատեսակ կառուցվեն նաև W -երը:

§ 48. Իներտ մասսա եվ գրավիտացիոն մասսա

Մասսան հանդես է գալիս երկու տարբեր օրենքներում՝ Նյուտոնի երկրորդ օրենքում և տիեզերական ձգողականության օրենքում: Առաջին դեպքում այն բնութագրում է՝ մարմնի իներտ հատկությունները, երկրորդ դեպքում՝ գրավիտացիոն հատկությունները, այսինքն՝ մարմինների իրար ձգելու ընդունակությունը: Այս կապակցությամբ հարց է ծագում, թե անհրաժեշտ չէ՞, արդյոք, իրարից տարբերել իներտ m_{in} մասսան գրավիտացիոն (կամ ձգողական) m_g մասսայից:

Այս հարցի պատասխանը կարող է տալ միայն փորձը:

Քննարկենք մարմնի ազատ անկումը հաշվանքի հեղիոցենտրիկ համակարգում: Յուրաքանչյուր մարմին Երկրագնդի մակերևույթի մոտ կրում է Երկրագնդի ձգողականության ուժի ազդեցությունը, որը (46.5)-ի համաձայն կլինի

$$\mathbf{f} = \gamma \frac{m_g M_b}{R_b^2}$$

(m_g -ն տվյալ մարմնի գրավիտացիոն մասսան է, M_b -ն՝ Երկրագնդի գրավիտացիոն մասսան, R_b -ն՝ Երկրագնդի շառավիղը):

Այս ուժի ազդեցության տակ մարմինը ձեռք է բերում W և ոչ թե g արագացում (տե՛ս նախորդ պարագրաֆը), որը հավասար է f ուժի և մարմնի իներտ՝ m_{in} մասսայի հարաբերությանը, այսինքն՝

$$W = \frac{f}{m_{in}} = \gamma \frac{M_b}{R_b^2} \frac{m_g}{m_{in}} \quad (48.1)$$

Փորձը ցույց է տալիս, որ W արագացումը բոլոր մարմինների համար նույնն է (g -երի միատեսակությունից հետևում է, ինչպես տեսանք, W -երի միատեսակությունը):

$\gamma \frac{M_b}{R_b^2}$ արտադրիչը նույնպես միատեսակ է բոլոր մարմինների համար: Հետևաբար, m_g/m_{in} հարաբերությունը բոլոր մարմինների համար նույնն է: Այսպիսի արդյունքի հանգեցնում են նաև այլ փորձեր, որոնց մեջ կարող էր հայտնաբերվել իներտ և գրավիտացիոն մասսաների միջև եղած տարբերությունը:

Փորձնական փաստերի ամբողջությունը ցույց է տալիս, որ բոլոր մարմինների իներտ և գրավիտացիոն մասսաները խիստ համեմատական են իրար: Սա նշանակում է, որ չափման պատշաճ միավորներ ընտրելու դեպքում իներտ և գրավիտացիոն մասսաները նույնանում են, ուստի ֆիզիկայում պարզապես խոսում են մասսայի մասին: Գրավիտացիոն և իներտ մասսաների նույնությունը էյնշտեյնը դրել է ընդհանուր հարաբերականության տեսության հիմքում

Նշենք, որ հենց սկզբից ընդունել էինք, որ (46.1)-ի մեջ մասսան համընկնում է մարմինների իներտ մասսայի հետ, որի հետևանքով γ թվային արժեքը որոշվել էր այն ենթադրությամբ, որ $m_g = m_{in}$:

Ուստի (48.1)-ը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$W = \gamma \frac{M_b}{R_b^2} \quad (48.2)$$

Վերջին առնչությունը հնարավորություն է տալիս որոշելու Երկրագնդի M_b մասսան: W -ի, R_b -ի և γ -ի չափված արժեքները նրա մեջ տեղադրելով, կստանանք, որ Երկրագնդի մասսան հավասար է $5,98 \cdot 10^{24}$ կգ-ի:

Այնուհետև, իմանալով երկրի ուղեծրի՝ $R_{ուղ}$, շառավիղը և Արեգակի շուրջը նրա բոլորման T ժամանակը, կարելի է գտնել Արեգակի M_u մասսան: Երկրագնդի արագացումը, որը հավասար է $\omega^2 R_{ուղ}$ -ի ($\omega = 2\pi/T$), պայմանավորված է Արեգակի կողմից Երկրագնդի ձգման ուժով: Հետևաբար՝

$$M_b \omega^2 R_{ուղ} = \gamma \frac{M_b M_u}{R_{ուղ}^2},$$

որտեղից կարելի է հաշվել Արեգակի մասսան:

Համանման ձևով որոշվել են նաև այլ երկնային մարմինների մասսաները:

§ 49. Կեպլերի օրենքները

Տիեզերական ձգողականության օրենքը սահմանելիս Նյուտոնի համար հիմք ծառայեցին մոլորակների շարժման՝ Կեպլերի հայտնագործած երեք օրենքները.

1. Բոլոր մոլորակները շարժվում են էլիպսներով, որոնց ֆոկուսներից մեկում գտնվում է Արեգակը:

2. Մոլորակի շառավիղ-վեկտորը հավասար ժամանակամիջոցներում հավասար մակերեսներ է գծում:

3. Արեգակի շուրջը մոլորակների պտտման պարբերությունների քառակուսիները հարաբերում են իրար այնպես, ինչպես նրանց ուղեծրերի մեծ կիսառանցքների խորանարդները:

Կեպլերի առաջին օրենքը ցույց է տալիս, որ մոլորակները պտտվում են կենտրոնական ուժերի դաշտում: Իրոք, ինչպես տեսանք § 37-ում, մարմնի հետագիծը կենտրոնական ուժերի դաշտում իրենից ներկայացնում է հարթ կոր, այսինքն՝ հեպերբոլ, պարաբոլ կամ էլիպս, որի ֆոկուսը համընկնում է ուժերի կենտրոնի հետ:

Պարզալծյան համար ընդունենք, որ ուղեծրերը ոչ թե էլիպսներ են, այլ շրջանագծեր (սա թույլատրելի է, քանի որ Կոպերնիկոսը բոլոր մոլորակների ուղեծրերը քիչ են տարբերվում շրջանագծերից). այստեղից՝ արագացումը, որով պտտվում է մոլորակը, կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$W = \frac{v^2}{r},$$

որտեղ v -ն մոլորակի շարժման արագությունն է, r -ը՝ ուղեծրի շառավիղը:

Փոխարինելով v -ն $2\pi r/T$ -ով (T -ն Արեգակի շուրջը մոլորակի պտտման պարբերությունն է), կստանանք

$$W = \frac{4\pi^2 r}{T^2}:$$

Վերջին արտահայտության հիման վրա Արեգակի կողմից մոլորակների վրա ազդող ուժերի հարաբերությունը գրվում է հետևյալ ձևով՝

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 w_1}{m_2 w_2} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2}:$$

Կեպլերի երրորդ օրենքի համաձայն պտտման պարբերությունների քառակուսիների հարաբերությունը փոխարինելով ուղեծրերի շառավիղների խորանարդների հարաբերությունով, կստանանք

$$f_1 : f_2 = \frac{m_1}{r_1^2} : \frac{m_2}{r_2^2}:$$

Այսպիսով, Կեպլերի երրորդ օրենքից հետևում է, որ ուժը, որով մոլորակը ձգվում է Արեգակի կողմից, ուղիղ համեմատական է մոլորակի մասսային և հակադարձ համեմատական մինչև Արեգակը նրա ունեցած հեռավորության քառակուսուն, այսինքն՝

$$f = k \frac{m}{r^2}.$$

Ննթադրելով, որ համեմատականության k գործակիցն իր հերթին ուղիղ համեմատական է Արեգակի M_{\oplus} մասսային, Նյուտոնը հանգեց մեզ արդեն հայտնի հետևյալ բանաձևին՝

$$f = \gamma \frac{mM_{\oplus}}{r^2}.$$

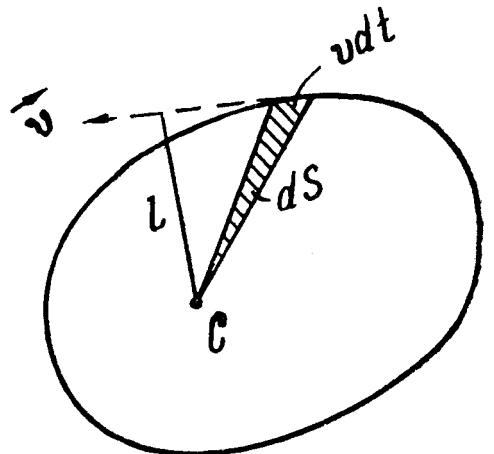
որն արտահայտում է տիեզերական ձգողականության օրենքը:

Կեպլերի երկրորդ օրենքը հանդիսանում է իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքի հետևանքը: Նկ. 132-ից երևում է, որ dt ժամանակամիջոցում շատավիզ-վեկտորով գծված dS մակերեսը հավասար է եռանկյան $v dt$ հիմքի և եռանկյան l բարձրության արտադրյալի կեսին, ընդ որում եռանկյան բարձրությունը համընկնում է մոլորակի $m\vec{v}$ իմպուլսի բազուկի հետ՝ Արեգակի նկատմամբ.

$$dS = \frac{1}{2} l v dt = \frac{L}{2m} dt$$

(L -ը մոլորակի իմպուլսի մոմենտն է և հավասար է $mv l$ -ի):

$\frac{dS}{dt}$ արտահայտությունը կոչվում է ֆեկտորիալ արագության:



Նկ. 132

Այսպիսով՝

$$\text{սեկտորիալ արագությունը} = \frac{dS}{dt} = \frac{L}{2m}.$$

Ուժերի կենտրոնական դաշտում իմպուլսի մոմենտը մնում է հաստատուն: Հետևաբար, մոլորակի սեկտորիալ արագությունն էլ պետք է հաստատուն լինի: Դա նշանակում է, որ հավասար ժամանակամիջոցներում շառավիղփեկտորը գծում է միատեսակ մակերեսներ:

§ 50. Տիեզերական արագություններ

Երկրագնդի շուրջը նրա R_b շառավղից քիչ տարբերվող շառավիղ ունեցող շրջանագծային ուղեծրով շարժվելու համար մարմինը պետք է օժտված լինի որոշակի v_1 արագությամբ, որի մեծությունը կարելի է որոշել մարմնի մասսայի և կենտրոնաձիգ արագացման արտադրյալի ու մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժի հավասարությունից, այսինքն՝

$$m \frac{v_1^2}{R_b} = mg:$$

Այստեղից

$$v_1 = \sqrt{gR_b}: \quad (50.1)$$

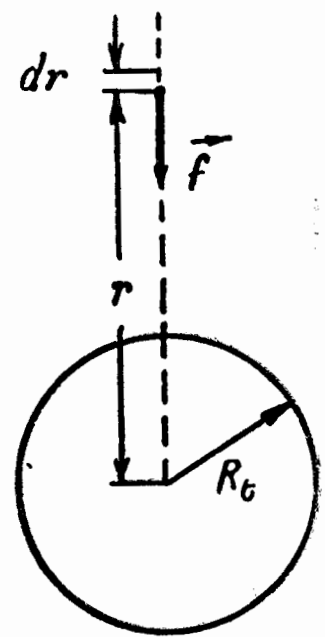
Հետևաբար, որևէ մարմին Երկրագնդի արբանյակ դարձնելու համար անհրաժեշտ է նրան հաղորդել v_1 արագությունը, որը կոչվում է առաջին տիեզերական արագություն: g և R_b արժեքների տեղադրումը տալիս է առաջին տիեզերական արագության հետևյալ արժեքը՝

$$v_1 = \sqrt{gR_b} = \sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ մ/վրկ} = 8 \text{ կմ/վրկ}:$$

Ունենալով v_1 արագություն, մարմինը չի ընկնի Երկրագնդի վրա: Սակայն այս արագությունը բավարար չէ Երկրագնդի ձգողականության դաշտից մարմինը դուրս բերելու համար, այսինքն՝ մարմինը Երկրագնդից այնպիսի հեռա-

վորության վրա տանելու համար, որտեղ Երկրագնդի ձգողականությունը դադարում է էական դեր խաղալուց: Այս իրագործելու համար անհրաժեշտ \mathcal{O}_2 արագությունը կոչվում է երկրորդ տիեզերական արագություն:

Երկրորդ տիեզերական արագությունը որոշելու համար պետք է հաշվել այն աշխատանքը, որն անհրաժեշտ է կատարել Երկրագնդի ձգողական ուժերը հաղթահարելով՝ մարմինը Երկրագնդի մակերեսից դեպի անսահմանություն տանելու համար: § 26-ում ապացուցեցինք, որ կենտրոնական ուժերի դաշտում կատարված աշխատանքը կախված չէ ճանապարհից: Հաշվենք այն աշխատանքը, որը կատարվում է մարմինը Երկրագնդի կենտրոնով անցնող ուղղի երկարությամբ տեղափոխելիս (նկ. 133): dr ճանապարհի վրա տարրական աշխատանքը հավասար կլինի



Նկ. 133

$$dA = fdr = \gamma \frac{mM_0}{r^2} dr:$$

$r = R_0$ մինչև $r = \infty$ ճանապարհի վրա կատարված աշխատանքը գտնենք ինտեգրելով՝

$$A = \int dA = \int_{R_0}^{\infty} \gamma \frac{mM_0}{r^2} dr = -\gamma \frac{mM_0}{r} \Big|_{R_0}^{\infty} = \gamma \frac{mM_0}{R_0}: \quad (50.2)$$

Ընդունելով, որ ծանրության ուժը հավասար է Երկրագնդի ձգողականության ուժին, կարելի է գրել

$$mg = \gamma \frac{mM_0}{R_0^2}:$$

Այստեղից

$$\gamma \frac{mM_0}{R_0} = mgR_0:$$

Այսպիսով, (50.2) աշխատանքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\Lambda = mgR_b: \quad (50.3)$$

Երկրագնդի ձգողականությունը հաղթահարելու և Երկրագնդի ձգողական ուժերի ազդման սահմաններից դուրս գալու համար մարմինը պետք է օժտված լինի էներգիայի բավարար պաշարով՝ (50.3) աշխատանքը կատարելու համար: Դրա համար անհրաժեշտ նվազագույն արագությունը՝ v_2 հենց երկրորդ տիեզերական արագությունն է: Այն որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgR_b,$$

որտեղից

$$v_2 = \sqrt{2gR_b}: \quad (50.4)$$

(50.4)-ը (50.1)-ի հետ համեմատելով, կտեսնենք, որ երկրորդ տիեզերական արագությունը $\sqrt{2}$ անգամ ավելի մեծ է առաջին արագությունից: Բազմապատկելով 8 կմ/վրկ-ը $\sqrt{2}$ -ով, կտանանք, որ v_2 -ը 11 կմ/վրկ կարգի մեծություն է:

Առաջին անգամ տիեզերական արագություններ ստացել են ՍՍՀՄ-ում: 1957 թ. հոկտեմբերի 4-ին Սովետական Միությունում մարդկության պատմության մեջ առաջին անգամ իրագործվեց Երկրագնդի արհեստական արբանյակի հաջող իրագործումը: 1959 թ. հունվարի 2-ին հաղթահարվեց երկրորդ սահմանը: Այդ օրը սովետական երկրից արձակվեց տիեզերական հրթիռ, սրը դուրս եկավ Երկրագնդի ձգողականության ոլորտից և զարձավ մեր արեգակնային համակարգի առաջին արհեստական մոլորակը: 1961 թ. ապրիլի 12-ին Սովետական Միությունում իրագործվեց աշխարհում առաջին անգամ մարդու թռիչքը տիեզերական տարածության մեջ: Առաջին սովետական տիեզերագնացը՝ Յուրի Ալեքսեևիչ Գագարինը, թռիչք կատարեց Երկրագնդի շուրջը և բարեհաջող վայրէջք կատարեց:

VII ՔԼՈՒԽ

ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԳԱՉԵՐԻ ՍՏԱՏԻԿԱՆ

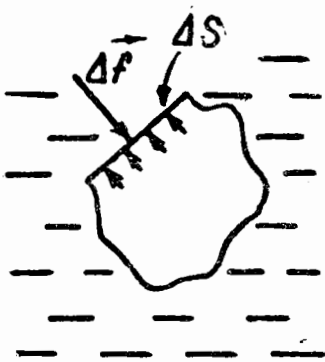
Հեղուկների և գազերի հատկություններն ուսումնասիրող մեխանիկայի բաժինները կոչվում են հիդրոմեխանիկա և անրոմեխանիկա: Այդ բաժիններն իրենց հերթին ստորաբաժանվում են հիդրո- և անրոստատիկայի (հեղուկների և գազերի հավասարակշռությունն ուսումնասիրող բաժիններ), հիդրո- և անրողինամիկայի (հեղուկների և գազերի շարժումն ուսումնասիրող բաժիններ): Այս գլխում շարադրվում է հեղուկների և գազերի ստատիկան:

§ 51. ՃՆՇՈՒՄ

Հեղուկ և գազանման մարմինները բնորոշ են նրանով, որ չեն դիմադրում սահքին և այդ պատճառով ընդունակ են փոխել իրենց ձևը ցանկացած փոքր ուժի ազդեցության տակ: Հեղուկի կամ գազի ծավալը փոփոխելու համար, ընդհակառակը, պահանջվում են վերջավոր արտաքին ուժեր: Արտաքին ուժերի ազդեցության տակ ծավալը փոփոխելու դեպքում հեղուկում և գազում առաջանում են առաձգական ուժեր, որոնք ի վերջո՝ հավասարակշռում են արտաքին ուժերի ազդեցությունը: Հեղուկների և գազերի առաձգական հատկությունները դրսևորվում են նրանով, որ նրանց առանձին մասերը իրար վրա կամ իրենց հպվող մարմինների վրա ազդում են այնպիսի ուժով, որը կախում ունի հե-

դուկի կամ գազի սեղմվածությունը աստիճանից: Այս ազդեցությունը բնորոշում են մի մեծությունը, որը կոչվում է ճնշում:

Քննարկենք հավասարակշռության մեջ գտնվող հեղուկը: Դա նշանակում է, որ նրա առանձին մասերը չեն տեղաշարժվում իրար նկատմամբ կամ նրան սահմանակից մարմինների նկատմամբ: Հեղուկի մեջ մտովի տանենք ΔS մակերևույթ (նկ. 134): Այդ մակերեսով իրար հպվող հեղուկի մասերը իրար վրա ազդում են մեծությունը հավասար, իսկ ուղղությունը հակադիր ուժերով:



Նկ. 134

Վերջում համար մտովի հեռացնենք հեղուկն այդ մի կողմից և հեռացված հեղուկի ազդեցությունը փոխարինենք այնպիսի մեծություն և ուղղություն ունեցող ուժերով, որ մնացած մասերի հավասարակշռության վիճակը չխախտվի: Այս ուժերը պետք է նորմալ լինեն ΔS -ին, քանի որ հակառակ դեպքում նրանց տանգենցիալ բաղադրիչը շարժման

մեջ կդնեի հեղուկի մասնիկները և հավասարակշռությունը կխախտվեր: Հետևաբար, այն բոլոր ուժերի Δf համագործը, որոնցով հեղուկը ազդում է ΔS մակերեսի վրա, նույնպես ուղղված է այդ մակերեսի նորմալով: ΔS միավոր մակերեսին վերադրվող Δf ուժը կոչվում է ճնշում հեղուկում: Այսպիսով, ք ճնշումն ըստ սահմանման կլինի

$$p = \frac{\Delta f}{\Delta S}; \quad (51.1)$$

Եթե ուժը, որով հեղուկն ազդում է ΔS մակերեսի վրա, անհավասարաչափ է բաշխվում նրա վրա, (51.1) արտահայտությունը որոշում է միջին ճնշումը: Տվյալ կետում ճնշում ստանալու համար պետք է ΔS -ը ձգտեցնել զրոյի: Հետևաբար, ճնշումը կետում որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

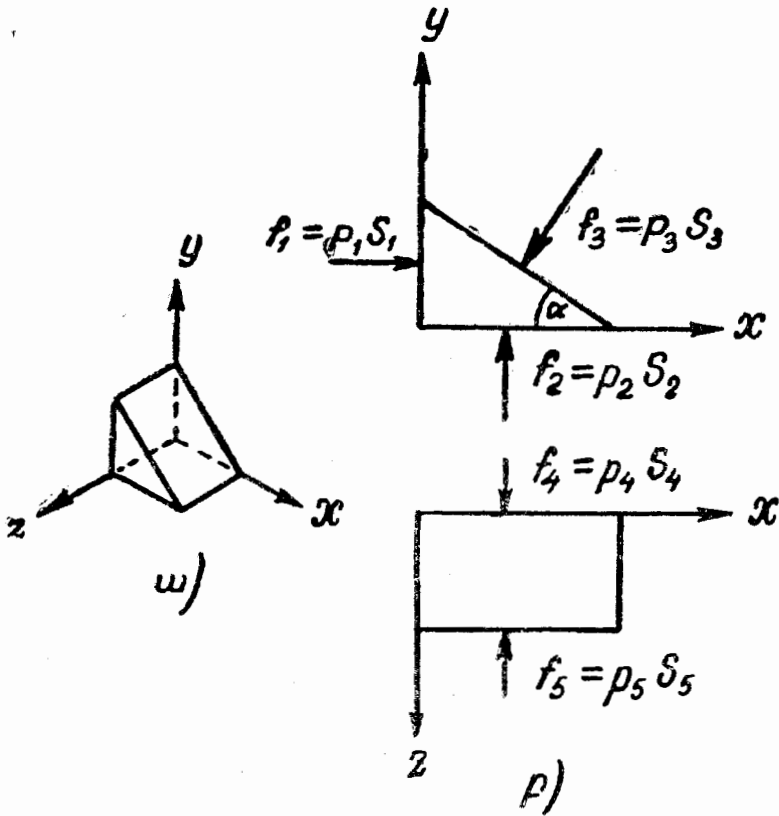
$$p = \lim \frac{\Delta f}{\Delta S} = \frac{df}{dS}; \quad (51.2)$$

Գազի ճնշումը որոշվում է համանման ձևով:

Ճնշումը սկալյար մեծություն է, որովհետև նրա մեծությունը հեղուկի (կամ գազի) տվյալ կետում կախված չէ ճնշման ենթարկված ΔS մակերևույթի կողմնորոշումից: Սա ապացուցելու համար օգտվենք այսպես կոչված կարծրացման սկզբունքից, որի համաձայն կարելի է հեղուկի ցանկացած ծավալը առանց հավասարակշռությունից պայմանները խախտելու փոխարինել հեղուկի խտությունը հավասար խտություն ունեցող պինդ մարմնով:

Քննարկվող կետի շրջակայքում մտովի ասանձնացնենք կարծրացած հեղուկի մի ծավալ՝ եռանիստ պրիզմայի տեսքով, որի հեռանկարային պատկերը տրված է նկ. 135, ա-ում, իսկ նրա երկու պրոյեկցիաները՝ 135, բ-ում:

Այս պրիզմայի յուրաքանչյուր նիստի վրա ազդում է նրա նորմալով ուղղված մակերեսային ուժ, որը հավասար է համապատասխան ճնշման և մակերեսի արտադրյալին:



Նկ. 135

Բացի այդ, պրիզմայի վրա ազդում է նաև ծավալային ուժը, որը հավասար է պրիզմայի կշռին: Քանի որ մակերեսը

ուղիղ համեմատական է մարմնի գծային չափերի երկրորդ աստիճանին, իսկ ծավալը՝ երրորդ աստիճանին, պրիզմայի չափերը փոքրացնելիս ծավալային ուժը ձգտում է զրոյի տնտմեմատ ավելի ութագ, քան մակերեսային ուժերը: Նկատի ունենալով, որ վերջին հաշվով սահմանային անցում պիտի կատարենք՝ առանձնացված ծավալը մի կետի հասցնելով, ծավալային ուժը կարելի է անտեսել մեր դատողությունների հենց սկզբից: Այդ դեպքում հավասարակշռության պայմանի էությունն այն է, որ մակերեսային ուժերի գումարը հավասարվում է զրոյի: Հավասարակշռության պայմանների պրոյեկցիաները նկ.135, Բ-ում տրված X , Y և Z առանցքների վրա գրվում են հետևյալ ձևով՝

$$p_1 S_1 = p_3 S_3 \sin \alpha, \quad p_2 S_2 = p_3 S_3 \cos \alpha, \quad p_4 S_4 = p_5 S_5: \quad (51.3)$$

Ինչպես երևում է նկ. 135, Բ-ից, պրիզմայի նիստերի մակերեսների միջև գոյություն ունեն հետևյալ ատրնչություններ՝

$$S_1 = S_3 \sin \alpha, \quad S_2 = S_3 \cos \alpha, \quad S_4 = S_5,$$

որոնք հաշվի առնելով, (51.3) բանաձևերն ստանում են հետևյալ տեսքը՝

$$p_1 = p_2 = p_3, \quad p_4 = p_5: \quad (51.4)$$

Նախատեսված սահմանային անցման հետևանքով, որի դեպքում առանձնացված ծավալը ձգտում է մի կետի, կարելի է հաշվել, որ p_1 , p_2 , p_3 և այլ ճնշումները համապատասխանում են հեղուկի միևնույն կետին:

Քանի որ պրիզմայի կողմնորոշումը տարածություն մեջ և α անկյունը կամավոր էին ընտրված, (51.4)-ից հետևում է, որ ճնշման մեծությունը կախում չունի այն մակերեսի կողմնորոշումից, որի նկատմամբ կիրառված է ճնշումը, հենց սա էլ պահանջվում էր ապացուցել:

Առաջին հայացքից կարող է զարմանալի թվալ, որ վեկտորական մեծությունը (ուժին) ուղիղ համեմատական ճնշումը սխալյար է: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ ΔS մակերեսը նույնպես կարող է զիավել որպես վեկտոր,

որն ունի ΔS -ի նորմալի ուղղութիւնը, այսինքն՝ մակերեսի վրա ազդող ուժի վեկտորի ուղղութիւնը: Հետեւեալ, ըստ էութեան, ճնշումը հաճախար է երկու համագիծ $\vec{\Delta f}$ և $\vec{\Delta S}$ վեկտորների հարաբերութեանը, իսկ այդպիսի մեծութեանը, ինչպես հայտնի է, սկալյար է:

Ճնշման միավորներն են.

- 1) SI համակարգում՝ ն/մ²,
- 2) CGS համակարգում՝ դն/սմ²:

Բացի դրանից, ճնշումը չափելու համար հաճախ օգտւում են հետեւյալ արտահամակարգային միավորներից.

1. Տեխնիկական մթնոլորտ, որը նշանակւում է մրն-ով և հաճախար է 1 կՊ/սմ²:

2. Ֆիզիկական կամ նորմալ մթնոլորտ, որը նշանակւում է ֆիզ. մրն-ով և հաճախար է 760 մմ բարձրութեան ունեցող սնդիկի սյան ճնշմանը:

Ֆիզիկայում ճնշումը հաճախ չափում են սնդիկի սյան բարձրութեամբ՝ արտահայտւած միլիմետրերով: Ճնշման տարբեր միավորների միջև գոյութեան ունեն հետեւյալ աւանշութիւնները՝

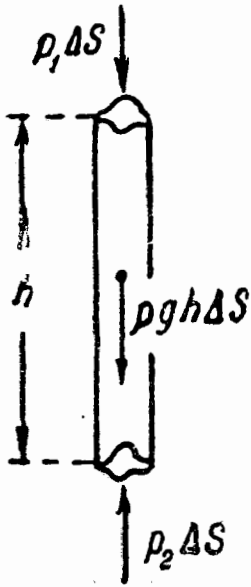
$$1 \text{ մմ սնդ. սյան} = 0,001 \text{մ} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \text{կգ/մ}^3 \cdot 9,81 \text{մ/վրկ}^2 = 133 \text{ ն/մ}^2.$$

$$1 \text{ ֆիզ. մրն} = 760 \cdot 133 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ն/մ}^2 = 1,033 \text{ մրն}.$$

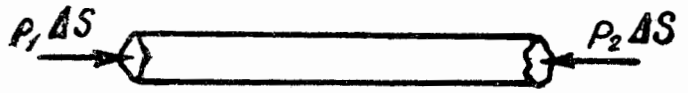
$$1 \text{ մրն} = 9,81 \cdot 10^4 = 0,981 \cdot 10^5 \text{ն/մ}^2 = 0,968 \text{ ֆիզ.մրն}:$$

§ 52. Ճնշման բաշխումը հանգստի վիճակում գտնվող հեղուկում եւ գազում

Եթե հեղուկում (կամ գազում) բացակայեն ծավալային ուժերը, հալիասարակչութեան պայման կլինեն ճնշման անփոփոխութեանը ամբողջ ծավալում (Պասկալի օրենքը): Իրոք, հեղուկի մեջ առանձնացնենք կամավոր ձևով կողմ-նորոշված ոչ մեծ Δl բարձրութեամբ և ΔS հիմքով գլանաձև ծավալ (նկ. 136):



Նկ. 136



Նկ. 137

Եթե իրարից Δl հեռավորություն վրա գտնվող կետերում ճնշումը տարբերվեր Δp -ով, ապա գլանի առանցքի երկարությամբ կազդեր $\Delta p \Delta S$ ուժը, որի հետևանքով հեղուկը շարժման մեջ կդրվեր՝ խախտելով նրա հավասարակշռությունը: Հետևաբար, հավասարակշռության վիճակում ծավալային ուժերի բացակայության դեպքում հեղուկի ցանկացած տեղամասում տեղի կունենա հետևյալ $\frac{\Delta p}{\Delta l} = 0$ պայմանը,

որտեղից հետևում է՝ $p = \text{const}$:

Քննարկենք ճնշման բաշխումը ծավալային ուժերի առկայության դեպքում: Հեղուկի մեջ առանձնացնենք հորիզոնական դիրք ունեցող ΔS փոքր լայնական կտրվածքով գլանաձև կարծրացած ծավալ (Նկ. 137): Քանի որ ծավալային ուժն ունի ուղղաձիգի ուղղություն, ապա գլանի առանցքի երկարությամբ կազդեն միայն երկու ուժեր՝ $p_1 \Delta S$ և $p_2 \Delta S$: Հավասարակշռության պայմանից հետևում է, որ $p_1 = p_2$: Սա նշանակում է, որ հեղուկի մեջ մի մակարդակի վրա գտնվող բոլոր կետերում (այսինքն՝ մի հորիզոնական հարթություն վրա) ճնշումն ունի միևնույն արժեքը:

Այժմ առանձնացնենք հեղուկի կարծրացած գլանաձև ծավալն այնպես, որ նրա առանցքը լինի ուղղաձիգ (Նկ. 138): Այդ դեպքում, հիմքի վրա ազդող ճնշման ուժերից բացի, գլանի առանցքի երկարությամբ կազդի նաև $\rho g h \Delta S$ ծավալային ուժը (ըն հեղուկի խտությունն է, h -ը՝ գլանի բարձրությունը), և հավասարակշռության պայմանը՝

$$p_2 \Delta S = p_1 \Delta S + \rho g h \Delta S:$$

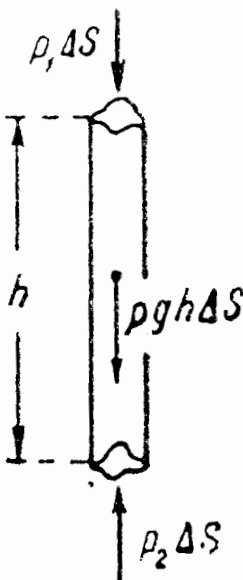
Կրճատելով ΔS -ով, կստանանք

$$p_2 = p_1 + \rho gh: \quad (52.1)$$

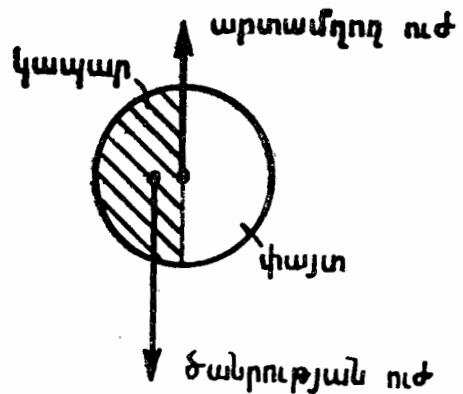
Այսպիսով, ճնշումները երկու տարբեր մակարդակների վրա իրարից տարբերվում են մի մեծությունք, որը թվապես հավասար է այդ մակարդակներում մեկ միավոր լայնական կտրվածք ունեցող մակերեսներով սահմանափակված հեղուկի ուղղաձիգ սյան կշռին:

§ 53. Արտամղող ուժ

Տարբեր մակարդակների վրա տարբեր ճնշումների առկայություն հետևանքով առաջանում են արտամղող ուժեր (Արքիմեդի ուժերը), որոնք ազդում են հեղուկի կամ գազի մեջ գտնվող մարմինների վրա: Արտամղող ուժի մեծությունը և ուղղությունը գտնելու համար մարմինը փոխարինենք հեղուկի (գազի) կարծրացած ծավալով: Քանի որ այս ծավալը պետք է գտնվի հավասարակշռության մեջ, ուրեմն նրա կշռի ուժը պետք է հավասարակշռվի նրա մակերևույթի վրա ազդող բոլոր ճնշման ուժերի համազորով: Այդպիսի մակերևույթային ուժերն ազդում են նաև մարմնի վրա, որոնց համազորը արտամղող ուժն է:

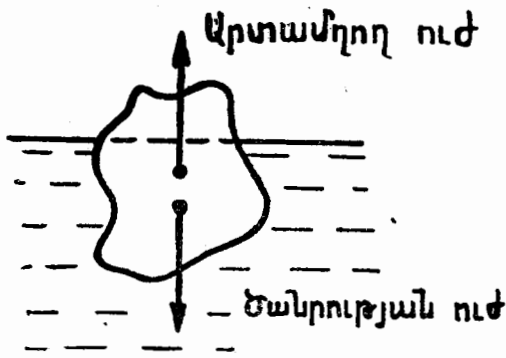


Նկ. 138



Նկ. 139

Ասվածից հետևում է, որ արտամղող ուժը հավասար է մարմնի ծավալի չափով հեղուկի կշռին և ազդում է դեպի վեր՝ ուղղաձիգ գծի ուղղությամբ: Կարծրացած ծավալը մնում է հավասարակշռության մեջ նրա ցանկացած կողմնորոշման դեպքում (անտարբեր հավասարակշռության վիճակ): Հետևաբար, արտամղող ուժի կիրառման կետը համընկնում է մարմնի ծավալի ծանրության կենտրոնի հետ: Մարմնի ծանրության կենտրոնը համընկնում է ծավալի ծանրության կենտրոնի հետ միայն այն դեպքում, երբ մարմնի խտությունը միատեսակ է նրա բոլոր կետերում: Հակասակ դեպքում նրանք կարող են չհամընկնել: Որպես օրինակ վերցնենք գունդը, որը կազմված է կապարե և փայտե կեսերից (նկ. 139): Արտամղող ուժը կիրառված է գնդի կենտրոնում, իսկ ծանրության



Նկ. 140

ուժի կիրառման կետը տեղաշարժված է գնդի կապարե կեսի կողմը: Եթե մարմնի միջին խտությունն ավելի փոքր է, քան հեղուկինը, ապա հավասարակշռության վիճակում մարմինը կսուզվի հեղուկի մեջ միայն մասնակիորեն: Այս դեպքում ծանրության (մարմնի ծանրության կենտրոնում կիրառված) և արտամղող (հեղուկի մեջ սուզված մարմնի ծավալի մասի ծանրության կենտրոնում կիրառված) ուժերը պետք է հավասար լինեն մեծությամբ և ազդեն միևնույն ուղղությամբ (նկ. 140): Այլապես նրանք կտեղծեն պտտող մոմենտ, և հավասարակշռությունը կխախտվի:

VIII Գ Լ Ո Ի Խ

ՀԻԴՐՈԴԻՆԱՄԻԿԱ

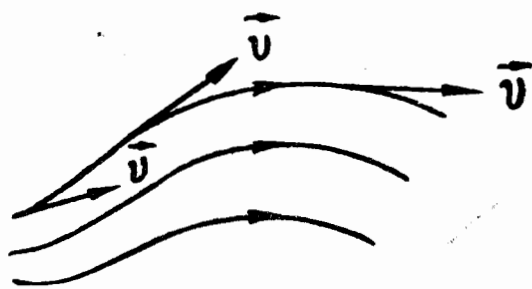
§ 54. Հոսանքի գծեր եվ խողովակներ: Շիրթի անխզելիությունը

Հեղուկի շարժումը նկարագրելու համար կարելի է տալ հեղուկի յուրաքանչյուր մասնիկի հետագիծը և արագության ֆունկցիան ժամանակից: Նկարագրման այսպիսի եղանակը մշակել է Լագրանժը: Մակայն կարելի է հետեւել ոչ թե հեղուկի մասնիկներին, այլ տարածության առանձին կետերին՝ նշելով այն արագությունը, որով անցնում են հեղուկի առանձին մասնիկները տարածության մեջ յուրաքանչյուր տրված կետով: Երկրորդ եղանակը կոչվում է Էյլերի մեթոդ:

Հեղուկի շարժման վիճակը կարելի է որոշել՝ ցույց տալով տարածության յուրաքանչյուր կետում արագության վեկտորի ֆունկցիան ժամանակից: Տարածության բոլոր կետերի համար տրված \vec{v} վեկտորների ամբողջությունը կազմում է, այսպես կոչված, արագության վեկտորի դաշտը, որը կարելի է պատկերացնել հետեւյալ ձևով: Շարժվող հեղուկում տանենք գծեր այնպես, որ նրանց յուրաքանչյուր կետում շոշափողի ուղղությունը համընկնի \vec{v} վեկտորի հետ (նկ. 141): Այս գծերը կոչվում են հոսանքի գծեր:

Պայմանավորվենք նաև այդ գծերը այնպես տանել, որ նրանց խառնությունը (որը բնութագրվում է գծերի ΔN թվի և նրանց ուղղահայաց այն ΔS մակերեսի հարաբերությամբ,

որով անցնում են այդ գծերը) ուղիղ համեմատական լինի ավյալ տեղամասի արագության մեծությանը: Այդ դեպքում, հոսանքի գծերի պատկերից ելնելով, կարելի է դատել տարածության տարրեր կետերում \vec{v} վեկտորի ոչ միայն ուղղության, այլև մեծության մասին. այնտեղ, որտեղ արագությունն ավելի մեծ է, հոսանքի գծերը կլինեն ավելի խիտ և, հակառակը, որտեղ արագությունն ավելի փոքր է, հոսանքի գծերը կլինեն ավելի նոսր:



Նկ. 141

սանքի գծերը կլինեն ավելի նոսր:

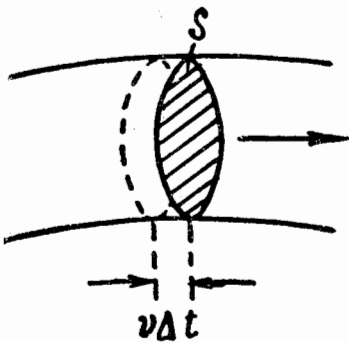
Քանի որ \vec{v} արագության մեծությունը և ուղղությունը յուրաքանչյուր կետում ժամանակի ընթացքում կարող են փոխվել, հոսանքի գծերի պատկերը նույնպես կարող է անընդհատ փոխվել: Եթե արագության վեկտորը տարածության յուրաքանչյուր կետում մնում է հաստատուն, հոսանքը կոչվում է կայունացած կամ ստացիոնար: Ստացիոնար շարժման դեպքում հեղուկի յուրաքանչյուր մասնիկը տարածության ավյալ կետն անցնում է միևնույն \vec{v} արագությամբ: Ստացիոնար հոսանքի դեպքում հոսանքի գրծերի պատկերը մնում է անփոփոխ և այս դեպքում հոսանքի գծերը համընկնում են մասնիկների հետագծերի հետ:

Հոսանքի գծերով սահմանափակված հեղուկի մասը կոչվում է հոսանքի խողովակ: \vec{v} վեկտորը, որը յուրաքանչյուր կետում հոսանքի գծի շոշափողն է, կլինի նաև հոսանքի խողովակի մակերևույթի շոշափողը: Հետևաբար, հեղուկի մասնիկներն իրենց շարժման ժամանակ հոսանքի խողովակի պատերը չեն հատում:

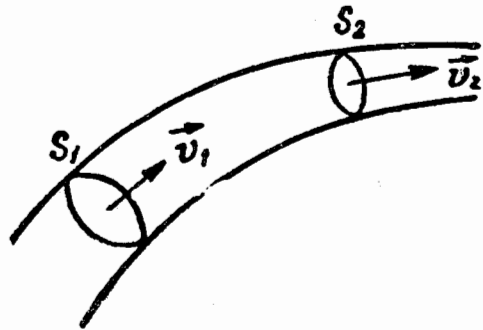
Վերցնենք հոսանքի խողովակի S կտրվածքը, որն ուղղահայաց է արագության ուղղությանը (Նկ. 142): Ենթադրենք, թե հեղուկի մասնիկների շարժման արագությունն այս

կտրվածքի բոլոր կետերում նույնն է: Δt ժամանակամիջոցում S կտրվածքով կանցնեն բոլոր այն մասնիկները, որոնց հեռավորությունը S -ից սկզբնական պահին $v\Delta t$ արժեքին չի գերազանցում: Հետևաբար, Δt ժամանակամիջոցում S կտրվածքով կանցնի $Sv\Delta t$ -ին հավասար ծավալով հեղուկ, իսկ միավոր ժամանակում S կտրվածքով կանցնի Sv -ին հավասար ծավալով հեղուկ:

Վերցնենք հոսանքի այնքան բարակ մի խողովակ, որ նրա յուրաքանչյուր կտրվածքում արագությունը կարելի լինի հաստատուն համարել: Եթե հեղուկը սեղմելի չէ (այսինքն՝ նրա խտությունը բոլոր տեղերում միատեսակ է և անփոփոխ), ապա S_1 և S_2 կտրվածքների միջև գտնվող հեղուկի քանակը կմնա անփոփոխ (նկ.143): Այստեղից հետևում է, որ



Նկ. 142



Նկ. 143

միավոր ժամանակում S_1 և S_2 կտրվածքներով անցնող հեղուկների ծավալները պետք է լինեն նույնը, այսինքն՝

$$S_1 v_1 = S_2 v_2:$$

(Հիշենք, որ հոսանքի խողովակի կողմնային մակերեսով հեղուկի մասնիկներ չեն անցնում):

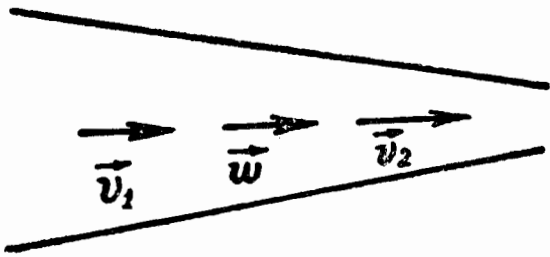
Վերևում բերված դատողությունները կիրառելի են S_1 և S_2 կտրվածքների ցանկացած զույգի համար: Հետևաբար, անսեղմելի հեղուկի համար հոսանքի միևնույն խողովակի ցանկացած կտրվածքում Sv մեծությունը կլինի նույնը՝

$$Sv = \text{const}: \quad (54.1)$$

Ստացված արդյունքը շիթի անխողված լիության թե որե մի բովանդակությունն է:

(51.1)-ից հետևում է, որ հոսանքի խողովակի փոփոխական կտրվածքի դեպքում չսեղմվող հոսանքի մասնիկները շարժ-

վում են արագացումով: Հոսանքի հորիզոնական խողովակում (նկ. 144) այս արագացումը պայմանավորված է միայն ճնշման ոչ հաստատուն բաշխմամբ խողովակի առանցքի երկարությունում. այնպես, որտեղ արագությունը փոքր է, ճնշումը պետք է լինի մեծ և հակառակը: Հոսանքի արագության և ճնշման միջև գոյություն ունեցող քանակական կապը կորոշվի հաջորդ պարագրաֆում:



Նկ. 144

Շիժի անխզելիության թեորեմը կիրառելի է իրական հեղուկների և նույնիսկ գազերի նկատմամբ այն դեպքում, եթե հնարավոր է անտեսել նրանց սեղմելիությունը: Համապատասխան հաշվարկը ցույց է տալիս, որ հեղուկները և

գազերը ձայնի արագությունից ավելի փոքր արագություններով շարժվելիս բավարար աստիճանի ճշտությամբ կարելի է համարել անսեղմելի:

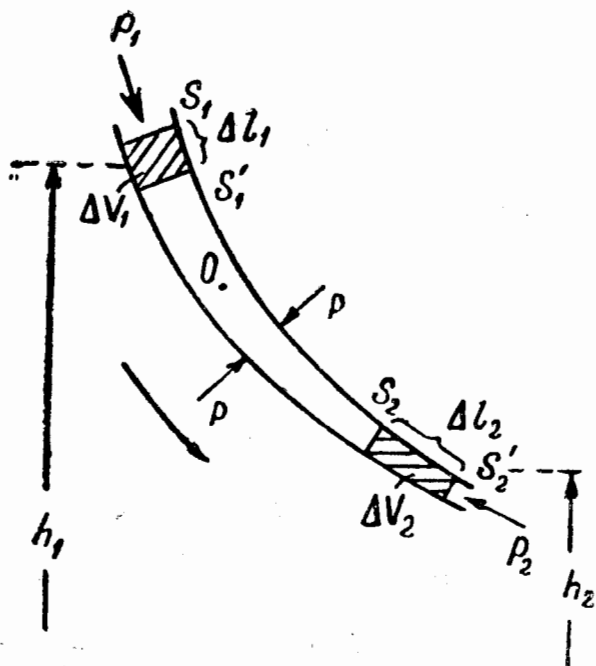
§ 55. Բեռնուլիի հավասարումը

Հեղուկների շարժումը քննարկելիս շատ դեպքերում կարելի է ընդունել, որ հեղուկի մի մասը մյուսի նկատմամբ շարժվելու դեպքում շփման ուժեր չեն առաջանում: Հեղուկը կոչվում է իդեալական, եթե նրա մեջ ներքին շփումը (մածուցիկությունը) լրիվ բացակայում է:

Ստացիոնար հոսող իդեալական հեղուկի մեջ առանձնացնենք փոքր կտրվածքով հոսանքի խողովակ (նկ. 145): Քննարկենք հոսանքի խողովակի պատերով և հոսանքի գծերին ուղղահայաց S_1 և S_2 կտրվածքներով սահմանափակված հեղուկի ծավալը: Δt ժամանակում այս ծավալը կտեղափոխվի հոսանքի խողովակի երկարությամբ, ընդ որում S_1 կտրվածքը, անցնելով Δl_1 ճանապարհը՝ կգրավի S_1 գիրքը, իսկ S_2 -ը, անցնելով Δl_2 ճանապարհը՝ S_2 գիրքը: Շիժի անխզելիության պատճառով ստվերագծված ծավալները կունենան միատեսակ մեծություններ, այսինքն՝

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V:$$

Հեղուկի յուրաքանչյուր մասնիկի էներգիան գումարվում է կինետիկ էներգիայից և Նրկրի ձգողականության դաշտում ունեցած պոտենցիալ էներգիայից: Շարժումը ստացիոնար լինելու հետևանքով մասնիկը, որը Δt ժամանակից հետո կգտնվի քննարկվող ծավալի չստվերազծված մասի ցանկացած կետերից մեկում (տես, օրինակ, Օ կետը նկ. 145-ում), կունենա այնպիսի արագություն (հետևաբար և կինետիկ էներգիա), ինչպիսին ժամանակի սկզբնական պահին այդ կետում գտնվող մասնիկը: Ուստի ամբողջ դիտվող ծավալի էներգիայի ΔE աճը հավասար կլինի ստվերազծված ΔV_2 և ΔV_1 ծավալների էներգիաների տարբերությանը:



Նկ. 145

Վերցնենք հոսանքի խողովակի կտրվածքը և Δl հատվածները այնքան փոքր, որ կարելի լինի յուրաքանչյուր ստվերազծված փոքր ծավալի բոլոր կետերին վերագրել v արագության, ρ ճնշման և h բարձրության նույն արժեքները: Այդ դեպքում էներգիայի աճը՝

$$\Delta E = \left(\frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{\rho \Delta V v_1^2}{2} + \rho \Delta V g h_1 \right) \quad (55.1)$$

(ρ -ն հեղուկի խտությունն է):

Իդեալական հեղուկում շփման ուժեր չկան: Ուստի (55.1) էներգիայի աճը հավասար կլինի ճնշման ուժերից առանձնացված ծավալի վրա կատարված աշխատանքին: Կողմնային մակերեսի վրա առաջացած ճնշման ուժերը յուրաքանչյուր կետում ուղղահայաց են մասնիկների շարժման ուղղությանը

(որոնց նկատմամբ կիրառված են այդ ուժերը), որի հետև-
 վանքով նրանք աշխատանք չեն կատարում: Ջրոյից տարբեր
 է միայն S_1 և S_2 կտրվածքների նկատմամբ կիրառված ուժե-
 րի աշխատանքը: Այդ աշխատանքը՝

$$A = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2 = (p_1 - p_2) \Delta V: \quad (55.2)$$

(55.1) և (55.2) արտահայտությունները հավասարեցնելով,
 ΔV -ով կրճատելով ու միատեսակ ինդեքսներով անդամները
 հավասարության մի կողմը տեղափոխելով, կստանանք

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2: \quad (55.3)$$

S_1 և S_2 կտրվածքներն ընտրվել էին բոլորովին կա-
 մայականորեն: Ուստի կարելի է պնդել, որ հոսանքի
 խողովակի ցանկացած կտրվածքի համար $\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p$
 արտահայտությունը ունի միևնույն արժեքը: Այս արտա-
 հայտության արտածման ժամանակ կատարված համապա-
 տասխան ենթադրությունների համաձայն (55.3) հավասա-
 րումը դառնում է միանգամայն ճիշտ միայն լայնական
 կտրվածքը՝ S -ը, 0 -ի հասցնելու դեպքում, այսինքն՝ հոսանքի
 խողովակը ուղղի ձգելու դեպքում: Այսպիսով, (55.3) հավա-
 սարման աջ և ձախ մասերի p -ն, v -ն և h -ը պետք է դի-
 տել որպես միևնույն հոսանքի գծի երկու կամավոր կետերին
 պատկանող մեծություններ:

Ստացված արդյունքը կարելի է ձևակերպել հետևյալ
 կերպ. ստացիոնար հոսող իդեալական հեղուկում ցանկացած
 հոսանքի գծի երկարությամբ տեղի ունի հետևյալ պայմանը՝

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}: \quad (55.4)$$

(55.4) հավասարումը կամ նրան համարժեք (55.3) հա-
 վասարումը կոչվում է Բեռնուլիի հավասարում:
 Չնայած այս հավասարումը ստացվել է իդեալական հեղուկի
 համար, այն բավականին լավ տեղի ունի նաև իրական հե-
 ղուկների համար, որոնց ներքին շփումը շատ մեծ չէ:

Քննարկենք Բեռնուլիի հավասարումից բխող մի քանի հետևանքներ: Դիցուք հեղուկը հոսում է այնպես, որ բոլոր կետերում արագությունն ունի միևնույն մեծությունը: Այդ դեպքում (55,3)-ի համաձայն ցանկացած հոսանքի գծի վրա կամավոր վերցրած երկու կետերի համար տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը՝

$$p_1 - p_2 = \rho g(h_2 - h_1),$$

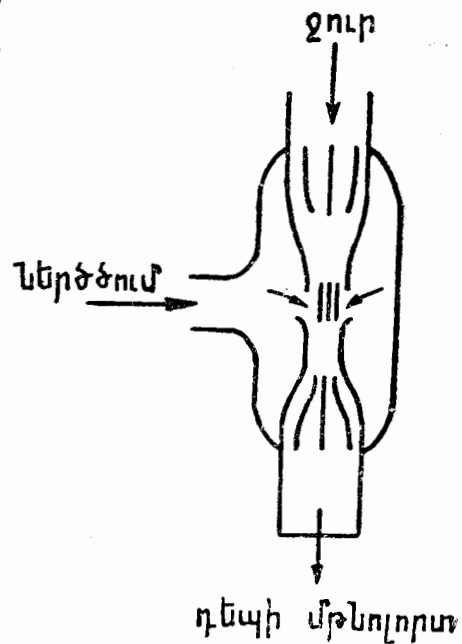
որտեղից հետևում է, որ ճնշման բաշխումն այս դեպքում կլինի այնպիսին, ինչպիսին հանգիստ վիճակում գտնվող հեղուկի մեջ է [տե՛ս (52.1)]:

Հորիզոնական դիրք ունեցող հոսանքի գծի համար (55,3) պայմանն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2,$$

այսինքն՝ պարզվում է, որ ճնշումն ավելի փոքր է այն կետերում, որտեղ արագությունն ավելի մեծ է (սրա որակական ապացույցը տրվել էր նախորդ պարագրաֆում):

Այն երևույթը, որ ճնշումը փոքրանում է այն կետերում, որտեղ հոսքի արագությունը մեծ է, դրված է ջրաշիթային պոմպի հիմքում (նկ. 146): Զրի շիթը մտնում է միջնուրրտի հետ անմիջական կապ ունեցող խողովակը, և այնտեղից դուրս գալու պահին նրա ճնշումը հավասարվում է միջնուրրտի ճնշմանը: Խողովակն ունի նեղացած մի տեղամաս, որով ջուրը հոսում է ավելի մեծ արագությամբ, որի հետևանքով այդ տեղամասում ճնշումը միջնուրրտայինից ավելի փոքր է: Այդպիսի ճնշում առաջանում է նաև խողովակն ընդգրկող պոմպի խցիկում, որը հաղորդակցվում է խողովակի հետ նրա նեղ մասում եղած խզվածքով: Պոմպի խցիկին միացնելով մի ծավալ՝ կարելի է օդը (կամ որևէ այլ գազ) նրանից դուրս քաշել, ճնշումն



Նկ. 146

այնտեղ իջեցնելով մինչև 100 մմ սնդիկի սյան կարի: Հանվող օդը ներծծվում է ջրի շիթով և ուղարկվում դեպի մթնոլորտ:

Բեռնուղիի հավասարումը կիրառենք այն դեպքի համար, երբ հեղուկը հոսում է լայն և բաց (կափարիչով չծածկված) անոթում եղած փոքր անցքից: Անոթում գտնվող հեղուկում առանձնացնենք հոսանքի մի այնպիսի խողովակ, որի մի կողմի կտրվածքը համընկնում է հեղուկի բաց կողմի մակերևույթի հետ, իսկ մյուս կողմից՝ այն անցքի մակերևույթի հետ, որտեղից հոսում է այդ հեղուկը¹ (նկ. 147): Այս կտրվածքներից յուրաքանչյուրում արագությունը և որևէ սկզբնական մակարդակից հաշված բարձրությունը կարելի է միատեսակ համարել, որի հետևանքով հնարավոր կլինի կիրառել այդ ենթադրությունների մասն վրա ստացված (55.3) հավասարումը: Բայցի դրանից, բաց մակերեսով հեղուկի տեղաշարժման արագությունը լայն անոթում կարելի է ընդունել զրոյի հավասար: Հաշվի առնելով բոլոր ասվածները, (55.3) հավասարումը ավյալ դեպքի համար կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\rho gh_1 = \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh_2,$$

որտեղ v -ն անցքից հոսող հեղուկի արագությունն է:

Կրճատելով ρ -ով և մտցնելով $h = h_1 - h_2$ -ը, որը անցքից հաշված հեղուկի բաց մակերևույթի բարձրությունն է, կստանանք

$$\frac{v^2}{2} = gh, \text{ որտեղից } v = \sqrt{2gh}. \quad (55.5)$$

Այս բանաձևը կոչվում է Տորիչելլիի բանաձև:

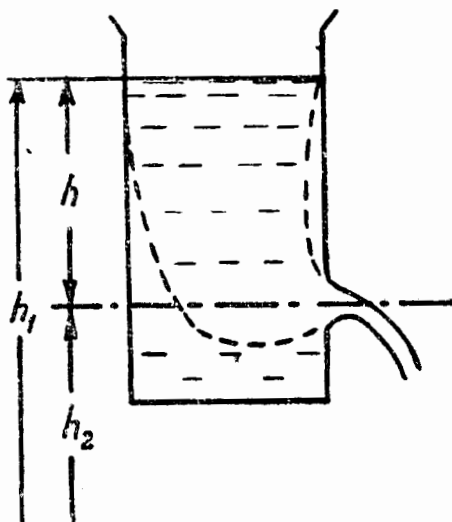
Այսպիսով, բաց մակերևույթից h խորություն մեջ գտնվող անցքից հոսող հեղուկի արագությունը համընկնում է այդ

¹ Ավելի ճիշտ, անցքից դուրս եկող շիթի կտրվածքին. Եթե հատուկ միջոցներ չձևոնարկենք, ապա շիթի կտրվածքը անցքից ավելի փոքր կլինի:

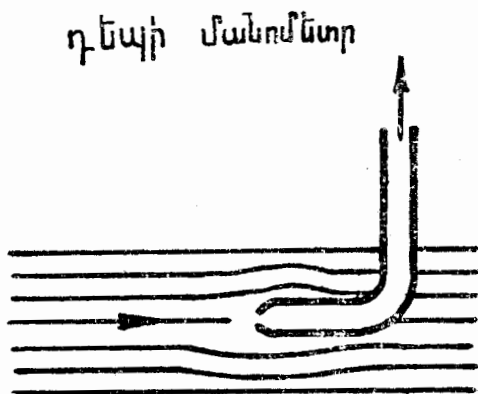
նույն h բարձրությունից ընկնող մարմնի ձևով բերած արագության հետ: Պետք է հիշել, որ այս արդյունքը ստացվել է այն ենթադրությամբ, որ հեղուկն իդեալական է: Իրական հեղուկների համար հոսքի արագությունը ավելի փոքր է, ընդ որում այդ արագության արժեքն այնքան խիստ է տարբերվում (55.5)-ից, որքան ավելի մածուցիկ է հեղուկը:

§ 56. Հոսող հեղուկի ճնշման չափումը

Նախորդ պարագրաֆում պարզեցինք, որ հեղուկի ճնշումը կապված է հոսքի արագության հետ: Ճնշումը չափելու համար հեղուկի մեջ իջեցրած գործիքը խախտում է հեղուկի շարժման բնույթը և, հետևաբար, կարող է փոխել նաև չափվող ճնշման մեծությունը: Հեղուկի մեջ ընկղմենք մանու-
մետրի ծոված խողովակը, որի մուտքի անցքը ունի հոսքի ուղղությանը հակառակ ուղղության (նկ. 148): Այսպիսի խողովակը կոչվում է Գիտոյի խողովակ: Քննարկենք հոսանքի այն գիծը, որի մի ծայրն անցնում է խողովակի անցքի կենտրոնով: Արագությունը քննարկվող հոսանքի գծի երկարությամբ փոփոխվում է՝ ընդունելով խողովակից մեծ հեռավորության վրա գտնվող չգրգռված հոսքի արագության v արժեքից մինչև անմիջականորեն անցքի առաջ ընդունած 0 արժեքը: Բեռնուլիի հավասարման համաձայն ճնշումն



Նկ. 147



Նկ. 148

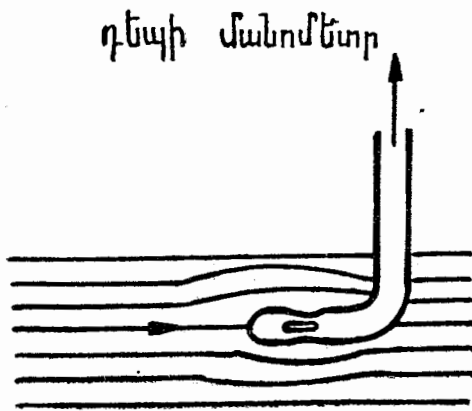
անցքի առջևում (հետևաբար, նաև մանոմետրի խողովակում) չգրգռված հոսքում հաստատված p ճնշմանը կգերազանցի $\rho v^2/2$ -ով: Հետևաբար, Պիտոյի խողովակի հետ միացված մանոմետրը ցույց կտա հետևյալ ճնշումը՝

$$p' = p + \frac{\rho v^2}{2} \quad (56.1)$$

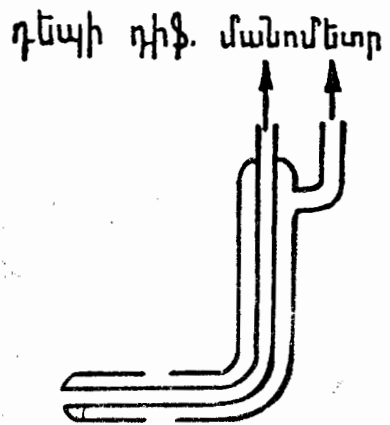
Ճնշման չափայնությունն ունեցող $\rho v^2/2$ գումարելին կոչվում է դինամիկ ճնշում: p ճնշումն ընդունված է անվանել ստատիկ ճնշում: Ստատիկ և դինամիկ ճնշումների գումարին հավասար p' ճնշումը կոչվում է լրիվ ճնշում: Այսպիսով, Պիտոյի խողովակով կարելի է չափել լրիվ ճնշումը (56.1):

Եթե ծոված բարակ խողովակի պատի վրա բաց անենք մի անցք (նկ.149), արագությունը (հետևաբար և ճնշումը) այսպիսի անցքերի մոտ քիչ կտարբերվի չգրգռված հոսքի արագությունից (և ճնշումից): Ուստի այսպիսի խողովակին միացված մանոմետրը, որը կոչվում է գոնդ, ցույց կտա հեղուկում գոյություն ունեցող ստատիկ՝ p ճնշումը:

Գիտենալով ստատիկ և լրիվ ճնշումները՝ կարելի է գրտնել դինամիկ՝ $\rho v^2/2$ ճնշումը, հետևաբար և հոսքի v արագությունը (ենթադրվում է, որ հեղուկի խտությունը հայտնի է): Եթե Պիտոյի խողովակը և Վգոնդը միասին հավաքենք



Նկ. 149



Նկ. 150

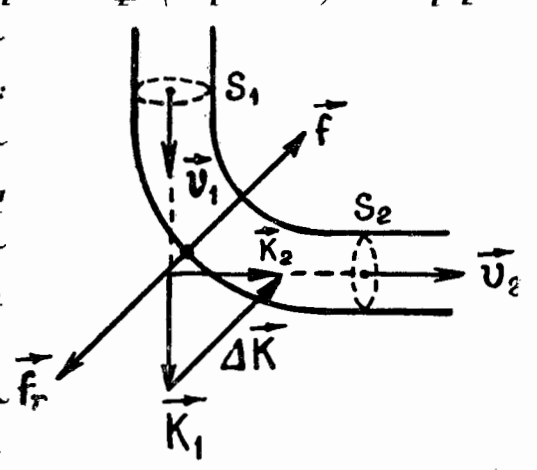
(ինչպես ցույց է արված նկ. 150-ում) և միացնենք դիֆերենցիալ մանոմետրի (այսինքն՝ ճնշումների տարբերությունը չափող մանոմետրի) տարբեր ծնկերին, ապա մանոմետր-

րի ցուցմունքներն անմիջականորեն կտան դինամիկ ճընշման արժեքը: Աստիճանավորելով մանոմետարը ըստ V արագության արժեքների, կարելի է ստանալ հեղուկի հոսքի արագությունը չափող մի գործիք:

§ 57. Իմպուլսի պահպանման օրենքի կիրառումը հեղուկի շարժման նկատմամբ

Հեղուկների և գազերի, ինչպես նաև այլ մարմինների նկատմամբ կիրառելի է իմպուլսի պահպանման օրենքը: Այդ օրենքն օգտագործենք մի քանի խնդիրներ լուծելու համար:

Հոսող հեղուկի հակապղումը ծռված խողովակի պատերի վրա: Ենթադրենք, թե ծռված խողովակում հաստատվել է չսեղմվող հեղուկի ստացիոնար հոսք (նկ. 151): Պարզություն համար վերցնենք հաստատուն S կտրվածքով խողովակ: Այդ դեպքում շիթի անխզելիության պատճառով արագությունը յուրաքանչյուր կտրվածքում կունենա միևնույն մեծությունը և հավասար կլինի v -ի:



Նկ. 151

Քննարկենք S_1 և S_2 կտրվածքներով սահմանափակված խողովակի ծռված տեղամասը: Δt ժամանակամիջոցում S_1 կտրվածքով դեպի այս ծավալը կհոսի $Sv\Delta t$

քանակությամբ հեղուկ, որն օժտված է $\vec{K}_1 = \rho Sv \vec{v}_1 \Delta t$ իմպուլսով¹: Միաժամանակ S_2 կտրվածքով այս ծավալից դուրս կհոսի $\vec{K}_2 = \rho Sv \vec{v}_2 \Delta t$ իմպուլսով օժտված նույն քանակությամբ հեղուկ: Այսպիսով, խողովակի ծռված տեղամասի պատերն իրենց մոտով հոսող հեղուկին Δt ժամանա-

¹ Ճնշումը նշանակվում է հենց նույն ρ տառով, ինչ տառով որ նշանակվում է իմպուլսը: Ուստի, այն դեպքերում, երբ այս նշանակումը թյուրիմացություն առիթ կդառնա, իմպուլսը կնշանակենք K տառով:

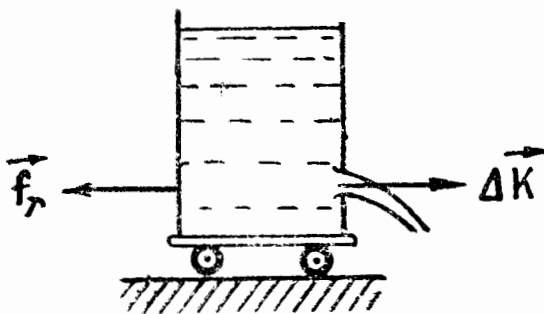
կամիջոցում հաղորդում են $\Delta \vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \rho S v (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Delta t$ իմպուլսի ան: Ինչպես գիտենք, միավոր ժամանակում մարմնի ստացած իմպուլսի անը հավասար է այդ մարմնի վրա ազդող ուժին: Հետևաբար, խողովակի պատերը հեղուկի վրա ազդում են այնպիսի ուժերով, որոնց համագործը՝

$\vec{f} = \frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = \rho S v (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$: Ըստ նյուտոնի երրորդ օրենքի հոսող հեղուկը ազդում է խողովակի պատերի վրա այնպիսի ուժերով, որոնց համագործը կլինի՝ $\vec{f}_r = -\vec{f}$, այսինքն՝

$$\vec{f}_r = \rho S v (\vec{v}_1 - \vec{v}_2): \quad (57.1)$$

\vec{f}_r ուժը կոչվում է հոսող հեղուկի հակազդում խողովակի պատերին:

Արտահոսող շիթի նակազդումը: Անոթի անցքից արտահոսող հեղուկի շիթը (նկ. 152) Δt ժամանակամիջոցում ձեռք է բերում $\Delta \vec{K} = \rho S v \vec{v} \Delta t$ իմպուլս (ρ-ն հեղուկի խտությունն է, S-ը անցքի մակերեսը, \vec{v} -ն շիթի հոսքի արագությունը): Այս իմպուլսը արտահոսող հեղուկին հաղորդում է անոթը:



նկ. 152

Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն անոթն արտահոսող հեղուկից Δt ժամանակամիջոցում ստանում է $-\Delta \vec{K}$ -ին հավասար իմպուլս, այսինքն՝ կրում է հետևյալ ուժի ազդեցությունը՝

$$\vec{f}_r = -\frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = -\rho S v \vec{v}: \quad (57.2)$$

Այս ուժը կոչվում է արտահոսող շիթի հակազդում: Եթե անոթը գնենք սայլակի վրա, ապա այն \vec{f}_r ուժի ազդեցության տակ կշարժվի շիթի արտահոսման ուղղությանը հակառակ ուղղությամբ:

Գտնենք \vec{f}_r ուժի մեծությունը՝ օգտվելով անցքից հեղու-

կի արտահոսման արագությունը հաշվելու համար ստացված (55.5) արտահայտությունից՝

$$\vec{f}_r = \rho S v^2 = 2 g h \rho S \quad (57.3)$$

Եթե, ինչպես դա կարող է թվալ առաջին հայացքից, \vec{f}_r ուժի մեծությունը համընկներ անցքը փակող խցանի վրա հեղուկի կողմից ազդող հիդրոստատիկ ճնշման ուժի հետ, ապա \vec{f}_r -ը հավասար կլիներ $g h \rho S$ -ի: Իրականում պարզվում է, որ \vec{f}_r ուժը 2 անգամ ավելի մեծ է: Սա բացատրվում է նրանով, որ շիթի արտահոսման ժամանակ անոթում առաջացած հեղուկի շարժումն առաջ է բերում ճնշման այնպիսի վերաբաշխում, որ անցքի դիմացի պատի մոտ առաջացած ճնշումը ավելի է մեծանում անցք տնեցող պատի մոտի ճնշումից:

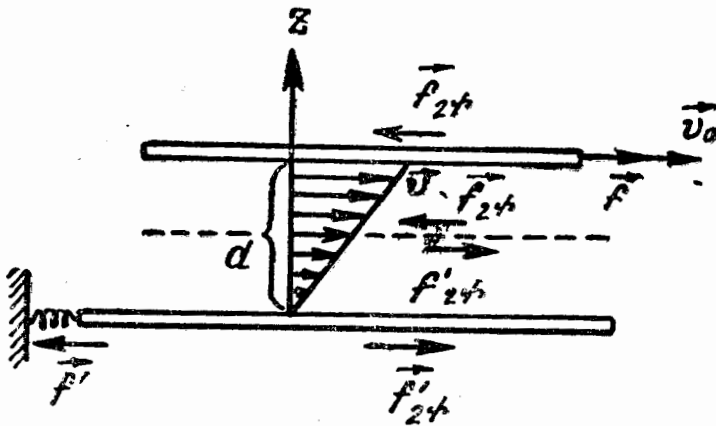
Ռեակտիվ շարժիչների և հրթիռների աշխատանքը կատարվում է գազի արտահոսող շիթի հակազդման հիման վրա: Ռեակտիվ շարժումը, որի իրականացման համար մեթ-նոլորտի պահանջ չի զգացվում, օդաագործվում է տիեզերական թռիչքների համար:

Միջմուրակային հաղորդակցությունների տեսություն հիմնադիրը ռուս ականավոր գիտնական և գյուտարար Կ. է. Ցիոլկովսկին է (1857—1935): Նա տվել է հրթիռի թռիչքի տեսությունը, հիմնավորել է ռեակտիվ սարքերը կիրառելու հնարավորությունը միջմուրակային հաղորդակցությունների իրականացման համար: Ցիոլկովսկին մասնավորապես մշակել է նաև կազմածո հրթիռների շարժման տեսությունը, որոնց մեջ յուրաքանչյուր հաջորդ աստիճան աշխատանքի մեջ է դրվում, երբ նախորդ աստիճանը վառելանյութը լրիվ սպառելուց հետո անջատվում է հրթիռից: Ցիոլկովսկու գաղափարները հետագայում զարգացրել և ի կատար են ածել սովետական գիտնականները և ինժեներները, որոնք ապահովեցին Սովետական Միության առաջատար դերը տիեզերական տարածության յուրացման և ուսումնասիրման գործում:

§ 58. Ներքին շփման ուժեր

Իդեալական հեղուկը, այսինքն՝ առանց շփման հեղուկը վերացական հասկացություն է: Բոլոր իրական հեղուկները և գազերը այնքի կամ պակաս չափով օժտված են մածուցիկությունով կամ ներքին շփումով: Մածուցիկությունը դրսև-վորվում է նրանով, որ հեղուկում կամ գազում շարժում առաջացնող պատճառը վերացնելուց հետո այդ շարժումն աստիճանաբար դադարում է:

Ներքին շփման ուժերի օրինաչափությունները պարզելու համար քննարկենք հետևյալ փորձը: Հեղուկի մեջ ընկղմված են երկու իրար զուգահեռ թիթեղներ (նկ. 153), որոնց



Նկ. 153

գծային չափերը զգալիորեն գերազանցում են նրանց միջև եղած δ հեռավորությանը: Ներքին թիթեղն անշարժ է, իսկ վերինը շարժվում է ներքինի նկատմամբ որևէ v_0 արագությամբ: Փորձը ցույց է տալիս, որ վերին թիթեղը հաստատուն v_0 արագությամբ շարժվելու համար նրա վրա պետք է ազդել միանգամայն որոշակի հաստատուն մեծություն ունեցող \vec{F} ուժով: Եթե թիթեղն արագացում չի ստանում, նշանակում է այդ ուժի ազդեցությունը հավասարակշռվում է մեծությամբ նրան հավասար և նրան հակառակ ուղղված ուժով, որը հեղուկում շարժվող թիթեղի վրա ազդող շփման ուժն է: Այն նշանակենք $\vec{f}_{2\phi}$ -ով:

Փոփոխելով թիթեղի v_0 արագությունը, թիթեղների S մակերեսը և նրանց միջև եղած d հեռավորությունը՝ կարելի է ստանալ

$$f_{2\phi} = \eta \frac{v_0}{d} S, \quad (58.1)$$

որտեղ η -ն համեմատականության գործակիցն է, կախում ունի հեղուկի բնույթից ու վիճակից (օրինակ՝ ջերմաստիճանից) և կոչվում է ներքին շփման գործակից կամ մածուցիկության գործակից, կամ պարզապես հեղուկի (գազի) մածուցիկություն:

Վերևի թիթեղը շարժելիս ներքևի թիթեղը ենթարկվում է $\vec{F}'_{2\phi}$ ուժի ազդեցությանը, որը մեծությամբ հավասար է $\vec{F}_{2\phi}$ -ին: Ներքևի թիթեղն անշարժ պահելու համար $\vec{F}'_{2\phi}$ ուժն անհրաժեշտ է հավասարակշռել \vec{F}' ուժով:

Այսպիսով, հեղուկի մեջ ընկղմված երկու թիթեղներն իրար հանդեպ շարժվելով ազդում են միմյանց վրա, որը բնութագրվում է (58.1) ուժով: Ակնհայտ է, որ թիթեղների ազդեցությունը միմյանց վրա կատարվում է այդ թիթեղների միջև գտնվող հեղուկի մի շերտից մյուսին հաղորդվելու միջոցով: Եթե թիթեղների միջև (ցանկացած տեղում) մտովի տանենք թիթեղներին զուգահեռ մի հարթություն (տե՛ս ստվերագծված գիծը նկ. 153-ում), ապա կարելի է պնդել, որ այս հարթությունից վերև գտնվող հեղուկի մասը ազդում է այդ հարթությունից ներքև գտնվող հեղուկի մասի վրա $\vec{F}'_{2\phi}$ ուժով, իսկ հարթությունից ներքև գտնվող հեղուկի մասն իր հերթին ազդում է այդ հարթությունից վերև գտնվող հեղուկի մասի վրա $\vec{F}_{2\phi}$ ուժով, ընդ որում $\vec{F}_{2\phi}$ և $\vec{F}'_{2\phi}$ ուժերի մեծությունը որոշվում է (58.1) բանաձևով: Այսպիսով, (58.1) բանաձևը որոշում է ոչ միայն թիթեղների վրա ազդող շփման ուժը, այլև հեղուկի հպվող մասնիկների միջև գոյություն ունեցող շփման ուժը:

Եթե ուսումնասիրենք հեղուկի մասնիկների արագությունները տարբեր շերտերում, ապա կպարզվի, որ նրանք փոփոխվում են թիթեղներին ուղղահայաց Z ուղղությամբ (նկ.153)՝ գծային օրենքով.

$$v(Z) = \frac{v_0}{d} Z; \quad (58.2)$$

Թիթեղների հետ անմիջականորեն հպման մեջ գտնվող հեղուկի մասնիկները կարծես թե կաշում են նրանց և ունեն

այնպիսի արագություններ, ինչպիսին թիթեղները: (58.2)
բանաձևի համաձայն

$$\frac{dv}{dz} = \frac{v_0}{d}, \quad (58.3)$$

Օգտագործելով (58.3) բանաձևը, (58.1)-ին ներքին շրջի-
ման ուժերի համար կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$f_{z\phi} = \eta \frac{dv}{dz} S: \quad (58.4)$$

$\frac{dv}{dz}$ մեծությունը ցույց է տալիս, թե ինչքան արագ է
փոխվում արագությունը z առանցքի ուղղությամբ, և կոչ-
վում է արագության գրադիենտ (ավելի ճիշտ՝ դա արագու-
թյան գրադիենտի մոդուլն է, ինքը՝ գրադիենտը վեկտոր է):

(58.4) բանաձևը ստացել էինք արագությունը գծային
օրենքով փոխվելու դեպքի համար (այս դեպքում արագու-
թյան գրադիենտը հաստատուն է): Պարզվում է, որ այս
բանաձևն իրավացի է մի շերտից մյուսին անցնելու դեպ-
քում ցանկացած այլ օրենքով արագության փոփոխման հա-
մար ևս: Այս դեպքում երկու սահմանակից շերտերի միջև
գոյություն ունեցող շփման ուժը սրոշելու համար $\frac{dv}{dz}$
գրադիենտի արժեքը պետք է վերցնել այն տեղի համար,
որտեղով անցնում է շերտերի բաժանման երեւակայական
մակերեսը: Այսպես, կլսր խողովակում հեղուկի շարժման ժա-
մանակ արագությունը խողովակի պատերի մոտ հավասար
է զրոյի, ունի առավելագույն արժեք խողովակի առանցքի
վրա և, ինչպես կարելի է ցույց տալ, ոչ շատ մեծ հոսքի
արագությունների դեպքում ցանկացած շառավղի երկարու-
թյամբ փոփոխվում է հետևյալ օրենքով՝

$$v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right), \quad (58.5)$$

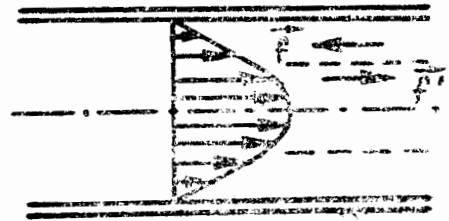
որտեղ R -ը խողովակի շառավղին է,
 v_0 -ն՝ արագությունը խողովակի առանցքի վրա,

V-ն՝ արագությունը խողովակի առանցքից Ի հեռավորության վրա (նկ. 154):

Հեղուկում մատվի կառուցենք Ի շտապիղով գլանաձև մի մակերևույթ: Այդ մակերևույթի տարբեր կողմերում գտնվող հեղուկի մասերը միմյանց վրա ազդում են մի ուժով, որի մեծությունը միաժոր մակերեսի վրա կլինի

$$F = \eta \frac{dv}{dr} = \gamma_1 \frac{2V_0 r}{R^2},$$

այսինքն՝ աճում է խողովակի առանցքից անշատման մակերևույթի ունեցած հեռավորությանը ողիղ համեմատական [(58.5)-ը բնութագրող ածանցելիս ստացված «—» նշանը բաց թողեցինք, որովհետև (58.4) բանաձևը տալիս է միայն ներքին շփման ուժի մոդուլը]:



Նկ. 154

Այս պարագրաֆում բոլոր ավաճները վերաբերվում են ոչ միայն հեղուկներին, այլև գազերին:

SI համակարգում որպես մածուցիկության միավոր վերցնում են այն մածուցիկությունը, որի դեպքում 1 մ-ի վրա 1 մ/վրկ-ի հավասար արագության գրադիենտն առաջացնում է 1 ն-ի հավասար ներքին շփման ուժ՝ շերտերի շոշափման 1 մ² մակերեսի վրա:

Այս միավորը նշանակվում է ն.վրկ/մ²-ով:

CGS համակարգում որպես մածուցիկության միավոր ծառայում է պոուազը (պգ), որը հավասար է այն մածուցիկությանը, որի դեպքում 1 սմ-ի վրա 1 սմ/վրկ-ի հավասար արագության գրադիենտն առաջացնում է 1 դն-ի հավասար ներքին շփման ուժ՝ շերտերի 1 սմ² հպման մակերեսի վրա: 10⁻⁶ պուազի հավասար միավորը կոչվում է միկրոպուազ (մկպգ):

Պուազի և SI համակարգում մածուցիկության միավորի միջև կա հետևյալ առնչությունը՝ 1 ն.վրկ/մ² = 10 պգ:

Մածուցիկության գործակիցը կախում ունի շերմաստիճանից, ընդ որում այս կախվածության բնույթը էապես տարբեր է հեղուկներին և գազերին համար: Ջերմաստիճանը բարձրացնելիս հեղուկներում մածուցիկության գործակիցը

խիստ նվազում է: Գազերում, ընդհակառակն, մածուցիկության գործակիցը շերմաստիճանի հետ միասին աճում է: Ջերմաստիճանը փոխելիս յի վարքի բնույթի տարբերությունը հեղուկներում և գազերում ցույց է տալիս, որ նրանցում ներքին շփման առաջացման մեխանիզմը ունի տարբեր բնույթ:

§ 59. Լամինար եվ տուրբուլենտ հոսանքներ

Դիտվում են հեղուկի (կամ գազի) երկու տեսակի հոսանքներ: Մի դեպքում հեղուկը կարծես բաժանվում է այնպիսի շերտերի, որոնք իրար նկատմամբ սահում են առանց իրար խառնվելու: Այդպիսի հոսանքը կոչվում է լամինար¹ (շերտավոր): Եթե լամինար հոսանքի մեջ մտցնենք ներկված շիթ, այն առանց տարածվելու կպահպանվի հոսքի ամբողջ երկարությամբ, որովհետև լամինար հոսանքում հեղուկի մասնիկները չեն անցնում մի շերտից մյուսը: Լամինար հոսանքը ստացիոնար է:

Հոսքի արագությունը կամ լայնական չափերը մեծացնելիս հոսքի բնույթը էապես փոխվում է: Այս դեպքում հեղուկը սկսում է խառնվել բուռն ձևով: Այսպիսի հոսանքը կոչվում է տուրբուլենտ: Տուրբուլենտ հոսանքի դեպքում մասնիկների արագությունը յուրաքանչյուր տվյալ տեղում անընդհատ փոփոխվում է անկանոն ձևով, հոսանքը ստացիոնար չէ: Եթե տուրբուլենտ հոսանքի մեջ մտցնենք ներկված շիթ, ապա մտցնելու տեղից ոչ մեծ հեռավորության վրա արդեն այն հավասարաչափ բաշխվում է հոսանքի ամբողջ կտրվածքով:

Նկ. 154-ում ցույց տրված հոսանքի արագության փոփոխման բնույթը խողովակի առանցքից տնեցած հեռավորությունից վերաբերվում է լամինար հոսանքի դեպքին: Տուրբուլենտ հոսանքի դեպքում կարելի է խոսել խողովակի կտրվածքի յուրաքանչյուր կետին համապատասխանող միջին (ըստ ժամանակի) արագության մասին: Միջին արա-

¹ lamina՝ լատ. թիթեղիկ, շերտիկ:

գումթյունների «պրոֆիլը» տուրբուլենտ հոսանքի դեպքում պատկերված է նկ. 155-ում: Այս դեպքում խողովակի պատերի մոտ արագությունը փոփոխվում է անհամեմատ ավելի արագ, քան լամինար հոսանքի դեպքում, իսկ կտրվածքի մնացած մասում արագության փոփոխությունն ավելի փոքր է:

Անգլիացի գիտնական Ռեյնոլդսը ցույց է տվել, որ հոսանքի բնույթը կախում ունի չափայնություն չափանցող հետևյալ մեծությունից՝

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (59.1)$$

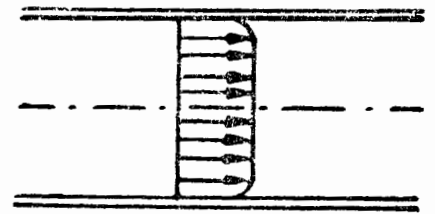
որտեղ ρ -ն հեղուկի (կամ գազի)

խտությունն է,

v -ն՝ հոսքի միջին (խողովակի կտրվածքով) արագությունը,

η -ն՝ հեղուկի մածուցիկության գործակիցը,

l -ը՝ լայնական կտրված-



Նկ. 155

քը բնորոշող չափը, օրինակ, քառակուսու կողմը քառակուսի կտրվածքի դեպքում, շառավիղը կամ տրամագիծը կլոր կտրվածքի դեպքում և այլն¹:

(59.1) մեծությունը կոչվում է Ռեյնոլդսի թիվ: Ռեյնոլդսի թվի փոքր արժեքների դեպքում տեղի է ունենում լամինար հոսանք: Սկսած Re -ի որևէ որոշակի արժեքից, որը կոչվում է կրիտիկական, հոսանքը կրում է տուրբուլենտ բնույթ: Եթե կլոր խողովակի չափը բնութագրելու համար վերցնենք նրա r շառավիղը, ապա Ռեյնոլդսի թվի կրիտիկական արժեքը (որն այս դեպքում ունի $Re = \rho v r / \eta$ տեսքը), մոտավորապես հավասար է² 1000-ին:

¹ Ընթերցողին հանձնարարվում է համոզվել այն բանում, որ (59.1) արտահայտությունը չափայնություն չունի:

² Ակնհայտ է, որ եթե որպես l վերցվում է ոչ թե խողովակի շառավիղը, այլ տրամագիծը, պետք է Re -ի կրիտիկական արժեքը մեծացնել երկու անգամ:

Ռեյնոլդսի թվի մեջ մտնում են հեղուկի հատկություններից կախում ունեցող ρ խտության և γ մածուցիկության գործակցի հարաբերությունը: Այդ հարաբերությունը կոչվում է

$$\nu = \frac{\gamma}{\rho} \quad (59.2)$$

կրենեմատիկ մածուցիկություն: ν -ի տարբերությունը ν -ի γ -ն կոչվում է դինեմատիկ մածուցիկություն: Օդատագործելով կրենեմատիկ մածուցիկությունը, Ռեյնոլդսի թվովին կարելի է տալ հետևյալ տեսքը.

$$\text{Re} = \frac{v l}{\nu} \quad (59.3)$$

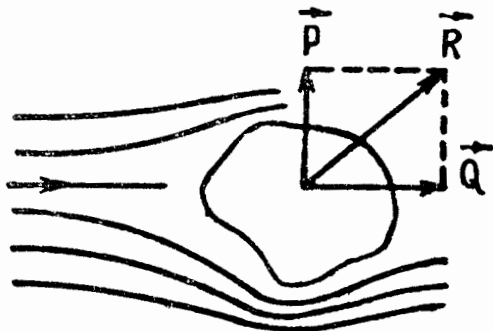
Ռեյնոլդսի թիվը կարող է չափանիշ ծառայել խողովակներում, ջրանցքներում և այլ աեղերով հոսող հեղուկների հոսանքի նմանությունը սահմանելու համար: Տարբեր կտրվածքներով խողովակներում տարբեր հեղուկների (կամ գազերի) հոսանքի բնույթը բոլոր աեղերում նույնն է, եթե յուրաքանչյուր հոսանքին համապատասխանում է Re -ի միևնույն արժեքը:

§ 60. Մարմինների շարժումը հեղուկներում և գազերում

Հեղուկում (կամ գազում) շարժվելիս մարմնի վրա ազդում են ուժեր¹, որոնց համագորը կնշանակենք \vec{R} -ով (նկ. 156): \vec{R} ուժը կարելի է վերածել երկու բաղադրիչների, որոնցից մեկը՝ \vec{Q} -ն, աղղված է մարմնի շարժմանը հակառակ ուղղությամբ (կամ դեպի մարմինը եկող հոսքի

¹ Նշենք, որ մարմինը հեղուկի նկատմամբ հաստատաբար արագությամբ շարժվելու դեպքում այդ մարմնի վրա ազդող ուժը Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքի համաձայն կլինի նույնպիսին, ինչպիսին անշարժ մարմնի նկատմամբ նույն արագությամբ հեղուկի շարժման դեպքում: Նկ. 156-ը համապատասխանում է այս վերջին դեպքին:

շարժման կողմը), իսկ երկրորդը՝ \vec{P} -ն, ուղղահայաց է այդ ուղղությանը: \vec{Q} -ն և \vec{P} -ն համապատասխանաբար կոչվում են ճակատային դիմադրություն և վերամբարձ ուժ: Ակնհայտ է, որ շարժման ուղղության նկատմամբ սիմետրիկ մարմնի վրա կարող է ազդել միայն ճակատային դիմադրությունը, իսկ վերամբարձ ուժն այս դեպքում հավասար կլինի գրոշի:

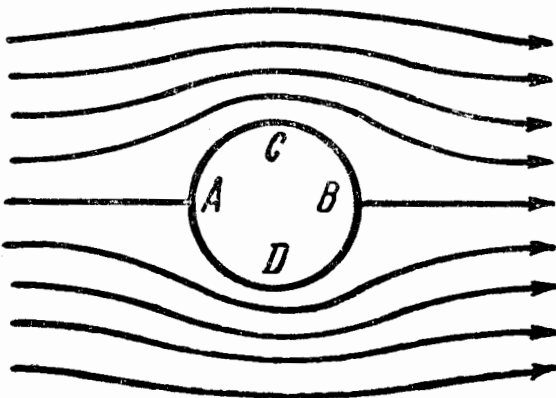


Նկ. 156

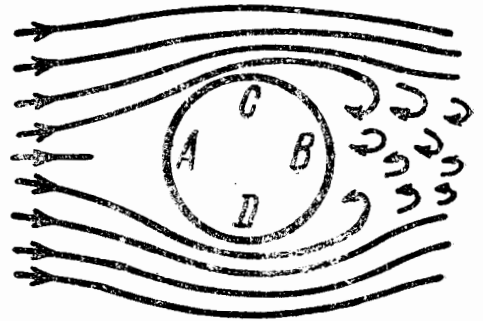
Ինչպես ցույց են տվել հաշվումները, մարմնի հավասարաչափ շարժումն իդեալական հեղուկում պետք է կատարվի առանց ճակատային դիմադրության: Իդեալական հեղուկը, որն օժտված չէ մածուցիկությամբ, պետք է ազատ սահի մարմնի մակերևույթի վրայով՝ լրիվ շրջահոսելով այն: Նկ. 157-ում ցույց են տրված հոսանքի գծերը չափազանց երկար («անսահման») գլանն իդեալական հեղուկով շրջահոսելիս: Լրիվ շրջահոսման հետևանքով հոսանքի գծերի պատկերը ստացվում է կատարելապես սիմետրիկ ինչպես A և B կետերով անցնող ուղղի, այնպես էլ C և D կետերով անցնող ուղղի նրկատմամբ: Ուստի A և B կետերի մոտ ճնշումը կլինի միատեսակ (ընդ որում ավելի մեծ, քան չգրգռված հոսքի դեպքում, քանի որ այս կետի մոտ արագությունն ավելի փոքր է). նույն պատճառով C և D կետերի մոտ ճնշումը կլինի միատեսակ (ընդ որում ավելի փոքր, քան չգրգռված հոսքի դեպքում. քանի որ արագությունն այս կետերի մոտ ավելի մեծ է): Հետևաբար, գլանի մակերևույթի վրա ազդող ուժերի համագործը (սբը մածուցիկության բացակայությամբ դեպքում պայմանավորում է ճակատային դիմադրությունը), ակնհայտ է, որ հավասար կլինի գրոշի: Այսպիսի արդյունք ստացվում է նաև այլ ձևի մարմինների համար:

Այլ կերպ են ընթանում երևույթները մարմինը մածուցիկ

հեղուկի մեջ շարժվելու ժամանակ: Այս դեպքում հեղուկի շատ բարակ մի շերտ կաշում է մարմնի մակերևույթին և նրա հետ շարժվում որպես մի ամբողջություն՝ շփման ուժերի ազդեցության տակ իր հետ տանելով իրեն հարակից շերտերը: Մարմնի մակերևույթից հեռանալու հետ միասին շերտերի արագությունն աստիճանաբար փոքրանում է և, վերջապես, մակերևույթից որոշ հեռավորության վրա ստացվում է, որ հեղուկը գործնականորեն զրգոված չէ մարմնի կողմից: Այսպիսով, մարմինը շրջապատվում է հեղուկի մի շերտով, որում գոյություն ունի արագության գրադիենտ: Այս շերտը կոչվում է սահմանային շերտ: Նրա մեջ գործում են շփման ուժերը, որոնք վերջին հաշվով ստացվում են կիրառված մարմնի նկատմամբ և առաջացնում են ճակատային դիմադրություն: Սակայն գործը միայն սրանով չի վերջանում: Սահմանային շերտի առկայությունն արմատապես փոխում է մարմնի՝ հեղուկով շրջահոսման բնույթը: Այդ դեպքում լրիվ շրջահոսումը դառնում է անհրեար: Մակերևութային շերտում շփման ուժերի ազդեցու-



Նկ. 157



Նկ. 158

թյունը հանգեցնում է այն բանին, որ հոսքը անջատվում է մարմնի մակերևույթից, որի հետևանքով մարմնի ետևում առաջանում են մրրիկներ (տե՛ս նկ. 158-ը, որտեղ պատկերված է գլանի շրջահոսումը մածուցիկ հեղուկով): Մրրիկները քշվում-տարվում են հոսքի միջոցով և աստիճանաբար մարում են շփման առկայության պատճառով, ընդ որում մրրիկների էներգիան ծախսվում է հեղուկը տաքաց-

նելու վրա: Մարմնի ետևում առաջացած մրրկային տեղամասում ճնշման ավելի ցածր է, ուստի ճնշման ուժերի արդյունարարը հավասար չի լինի զրոյի՝ իբր հերթին պայմանավորելով ճակատային դիմադրությունը:

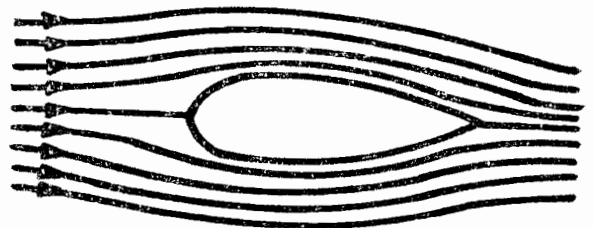
Այսպիսով, ճակատային դիմադրությունը բաղկացած է շփման և ճնշման դիմադրություններից: Մարմնի ավյալ լայնական չափերի դեպքում ճնշման դիմադրությունը խիստ կախված է մարմնի ձևից: Այդ պատճառով այն կոչվում է նաև ձևի դիմադրություն: Ճնշման ամենափոքր դիմադրությունով օժտված են շրջահոսելի, կաթիլաձև մարմինները (նկ. 159): Այդպիսի ձև աշխատում են տալ ինքնաթիռի թևերին, ֆյուզելյաժին, ավառմորբիլի թափքին և այլն:

Շփման դիմադրության և ճնշման դիմադրության հարաբերակցությունը որոշվում է Ռեյնոլդսի (59.3) թվի արժեքով: Տվյալ դեպքում 1-ը մարմնի որևէ բնորոշ չափ է (օրինակ, գնդաձև մարմնի շառավիղն է), ν -ն՝ հեղուկի նկատմամբ մարմնի ունեցած արագությունը:

Re-ի փոքր արժեքների դեպքում հիմնական դերը կատարում է շփման դիմադրությունը, այնպես, որ ճնշման դիմադրությունը կարելի է անտեսել: Re-ի մեծացման դեպքում ճնշման դիմադրության դերն աճում է: Ճակատային դիմադրության մեջ Re-ի մեծ արժեքների դեպքում գերակշռում են ճնշման ուժերը:

Հոսքի առկայության դեպքում մարմնի վրա ազդող ուժերի բնույթը որոշելիս նույնպես Ռեյնոլդսի թիվը կարող է ծառայել որպես երևույթների նմանության չափանիշ:

Այս հանգամանքն օգտագործվում է մոդելացման ժամանակ: Օրինակ, ինքնաթիռի մոդելը գազի հոսքում իրեն կպահի այնպես, ինչպես նրա նախատիպը, եթե մոդելի և ինքնաթիռի երկրա-



Նկ. 159

չափական նմանությունից բացի նրանց համար պահպանվինաև Ռեյնոլդսի թվերի հավասարությունը:

Ստորսի օրենքը: Փոքր Re-ի դեպքում, այսինքն՝ ոչ մեծ արագությունների դեպքում [և ոչ մեծ l-երի դեպքում, տե՛ս (59.3)-ը] միջավայրի դիմադրությունը գործնականորեն պայմանավորված է միայն շփման ուժերով: Ստորսի օրենքի համաձայն դիմադրության ուժն այս դեպքում աղիղ համեմատական է գինամիկ η մածուցիկությանը, հեղուկի նկատմամբ մարմնի շարժման v արագությանը և մարմնի բնորոշ l չափին, այսինքն՝ $\dot{f} \sim \eta l v$ (ենթադրվում է, որ մարմնից մինչև հեղուկի սահմանները, օրինակ, մինչև անոթի պատերը եղած հեռավորությունը, զգալիորեն ավելի մեծ է մարմնի չափերից): Համեմատականության գործակիցը կախված է մարմնի ձևից: Եթե գնդի համար որպես l վերցնենք գնդի r շառավիղը, ստացվում է, որ համեմատականության գործակիցը հավասար է 6π -ի: Հետևաբար, հեղուկում ոչ մեծ արագություններով շարժվող գնդիկի նկատմամբ ստաշացած դիմադրության ուժը Ստորսի օրենքի համաձայն կլինի

$$\dot{f} = 6\pi\eta r v: \quad (60.1)$$

Հեղուկում կամ գազում աղղաձիգ ընկնող ոչ մեծ գնդիկի վրա կազդեն երեք ուժեր՝

1. դեպի ներքև աղղված ծանրության ուժը՝ $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g$ (r -ը գնդիկի շառավիղն է, ρ -ն՝ նրա խտությունը),

2. դեպի վեր աղղված դուրս մղող $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g$ ուժը (ρ_0 -ն հեղուկի կամ գազի խտությունն է),

3. դիմադրության $6\pi\eta r v$ ուժը, սրն աղղված է շարժման աղղությանը հակառակ աղղությանը, այսինքն՝ դեպի վեր:

Առաջին երկու ուժերը մեծություններ հաստատառ են, իսկ երրորդը համեմատական է v արագությանը: Առաջի որևէ որոշակի v_0 արագության հասնելու դեպքում դուրս մղող և դիմադրության ուժերի գումարը հավասարակշռվում է ծանրության ուժով, սրի հետևանքով գնդիկը սկսում է շարժվել առանց արագացման, այսինքն՝ հավասարաչափ: Հավասար

բաշափ շարժման V_0 արագությունը հեշտությամբ կարելի է գտնել հետևյալ պայմանից՝

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g + 6\pi \eta r V_0 :$$

Լուծելով այս հավասարումը V_0 -ի նկատմամբ, կստանանք

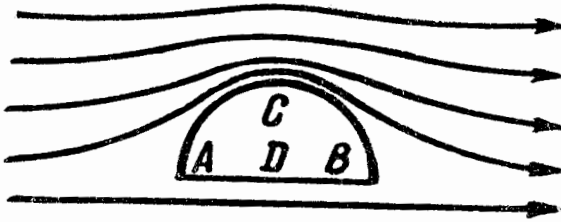
$$V_0 = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9\eta} ; \quad (60.2)$$

Ինչպես երևում է (60.2)-ից, մածուցիկ միջավայրում հավասարաչափ ընկնող գնդիկի արագությունը ուղիղ համեմատական է այդ գնդիկի շառավղի քառակուսուն: Վերևում պարզված պատճառների հետևանքով (60.2) բանաձևը պիտանի է միայն փոքր գնդիկների համար: Չափելով հեղուկում արդեն հաստատված արագությամբ (հավասարաչափ) ընկնող փոքրիկ գնդիկների արագությունը, (90.2) բանաձևով կարելի է գտնել հեղուկի η մածուցիկությունը: Գործնականում երբեմն օգտվում են մածուցիկությունը որոշելու այս եղանակից:

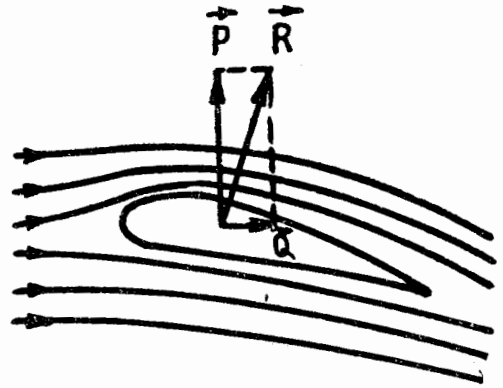
Վերամբարձ ուժ: Վերամբարձ ուժի առաջացման համար հեղուկի մածուցիկությունը էական նշանակություն չունի: Նկ. 160-ում ցույց են արված հոսանքի գծերը գլանը իջեալական հեղուկով շրջահոսելու դեպքում: Լրիվ շրջահոսման հետևանքով հոսանքի գծերը սիմետրիկ կլինեն CD ուղղի նկատմամբ: Մակայն պատկերը AB ուղղին սիմետրիկ չի լինի: Հոսանքի գծերը խտանում են C կետի մոտ, ուստի ճնշումն այստեղ ավելի փոքր կլինի, քան D կետի մոտ, որի հետևանքով առաջանում է վերամբարձ \vec{P} ուժը: Նույն ձևով վերամբարձ ուժ է առաջանում նաև մածուցիկ հեղուկում:

Ինքնաթիռն օդում պահող ուժը նրա թևերի վրա ազդող վերամբարձ ուժն է: Ինքնաթիռի թռիչքի ժամանակ ճակատային դիմադրությունը վնասակար դեր է խաղում: Ուստի ինքնաթիռի թևերին և ֆյուզելյաժին տալիս են լավ

ըրջահոսուն ձև: Թևի ձևը միաժամանակ պետք է ապահովի բավարար չափով վերամբարձ ուժ: Թևի ամենաբարենպաստ



Նկ. 160



Նկ. 161

պրոֆիլը պատկերված է Նկ. 161-ում, որը գտել է ուսումնական Ն. Ե. Ժուկովսկին (1847 – 1921): Ժուկովսկու և նրա աշակերտ Ս. Ա. Չապլիգինի աշխատությունները գրել են ժամանակակից անրողինամիկայի հիմքը: Վ. Ի. Լենինը Ժուկովսկուն անվանել է ուսական ավիացիայի հայր: Ժուկովսկին մասնավորապես արտածել է վերամբարձ ուժը որոշելու բանաձևը, որն ինքնաթիռների բոլոր անրողինամիկ հաշվումների հիմքն է:

ԵՐԿՐՈՐԳ ՄԱՍ
ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱԼԻՔՆԵՐ

IX ԳԼՈՒԽ

ՏԱՏԱՆՈՂԱԿԱՆ ՇԱՐՓՈՒՄ

§ 61. Ընդհանուր տեղեկություններ տատանումների մասին

Տատանումներ են կոչվում այն պրոցեսները, որոնց տարրերակիչ առանձնահատկությունը որոշ աստիճանի կրկնողականությունն է: Կրկնողականության այսպիսի հատկությամբ օժտված են, օբիեկտի, ժամացույցի ճոճանակի տատանումները, լարի կամ կամերատոնի ոտիկների տատանումները, ռադիոընդունիչի կոնտուրում կոնդենսատորի շերտադիրների միջև եղած լարումը և այլն:

Կրկնվող պրոցեսի ֆիզիկական բնույթից կախված, տարրերում են հետևյալ տատանումները՝ մեխանիկական, էլեկտրամագնիսական, էլեկտրամեխանիկական և այլն: Այս դեպքում քննարկվում են մեխանիկական տատանումները:

Տատանումները լայն տարածում են ստացել բնության մեջ և տեխնիկայում: Շատ դեպքերում նրանք խաղում են բացասական դեր: Ռելսերի ծայրակցվածքների վրայով անցնելիս գնացքի անիվներից հաղորդված յնցումներից առաջացած կամրջի տատանումները, թիապատտակի պտտման հետևանքով առաջացած նավի կմախքի տատանումները (թրթուումներ), ինքնաթիռի թևերի թրթումը, բոլոր այս

պրօցեսաները կարող են աղետների պատճառ դառնալ: Նման գեպքերում աշխատում են կանխել տատանումները կամ դոնե թույլ չաալ, որ նրանք հասնեն վտանգավոր չափերի:

Միաժամանակ տատանողական պրօցեսներն ընկած են սեխնիկայի տարբեր քնագավառների հիմքում: Այսպես, տատանողական պրօցեսների վրա է հիմնված ամբողջ սաղիտակնական:

Տատանվող համակարգի նկատմամբ կիրառված ազդեցության բնույթից կախված, տարբերում են ազատ (կամ սեփական) տատանումներ, ստիպողական տատանումներ, ինքնատատանումներ և պարամետրական տատանումներ:

Ազատ կամ սեփական կոչվում են այն տատանումները, որոնք տեղի են ունենում ինքն իրեն թողնված համակարգում՝ հարված հաղորդելուց կամ իր հավասարակշռության դիրքից դուրս բերելուց հետո: Օրինակ՝ թելից կախված գնդիկի (ճոճանակի) տատանումները: Տատանումներ առաջացնել կարելի է կամ գնդիկին հարվածելով կամ այն մի կողմ տանելուց հետո բաց թողնելով:

Ստիպողական կոչվում են այն տատանումները, որոնց ընթացքում տատանվող համակարգը ենթարկվում է պարբերաբար փոփոխվող արտաքին ուժերի ազդեցությանը: Օրինակ՝ կամրջի տատանումները, որոնք առաջանում են նրա վրայով համաքայլ փնացող մարդկանց անցնելու ժամանակ:

Ինքնատատանումները, ինչպես և ստիպողական տատանումները ուղեկցվում են տատանվող համակարգի վրա արտաքին ուժերի ազդեցությամբ, սակայն ժամանակի այն պահերը, երբ տեղի են ունենում այս ազդեցությունները, որոշվում են հենց իր՝ տատանվող համակարգի կողմից, այսինքն՝ ինքը տատանվող համակարգն է ղեկավարում արտաքին ազդեցությունները: Օրինակ՝ ժամացույցը, որի մեջ ճոճանակը հրվում է վեր բարձրացած ծանրության կամ ոլորված զսպանակի էներգիայի հաշվին, ընդ որում այս հրումները տեղի են ունենում այն պահերին, երբ ճոճանակն անցնում է իր միջին դիրքով:

Պարամետրական տատանումների գեպքում արտաքին ազդեցության հաշվին տեղի է ունենում համակարգի որևէ

պարամետրի փոփոխություն. օրինակ՝ տատանվող ճոճանակի (թելից կախված գնդիկով) թելի երկարությունը:

Ամենապարզ տատանումները հարմոնիկ տատանումներն են, որոնց դեպքում տատանվող մեծությունը (օրինակ՝ ճոճանակի շեղումը) փոփոխվում է ըստ ժամանակի սինուսի կամ կոսինուսի օրենքով: Այսպիսի տատանումները առանձնապես կարևոր են հետևյալ պատճառներով.

1. բնության մեջ և տեխնիկայում տատանումները հաճախ ունենում են հարմոնիկ տատանումների շատ մոտ բնույթ,

2. այլ կերպ կատարվող պարբերական պրոցեսները (ժամանակից այլ կերպ կախված) կարելի է ներկայացնել մի քանի հարմոնիկ տատանումների վերադրման միջոցով:

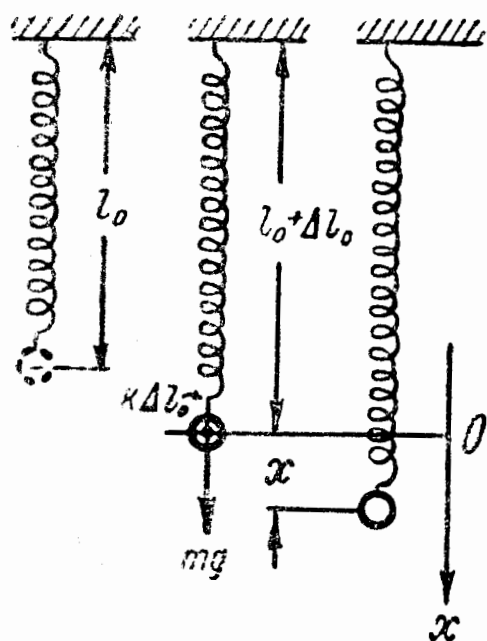
§ 62. Հարմոնիկ տատանումներ

Բննարկենք զսպանակից կախված m մասնաչափ գնդիկից բաղկացած համակարգը (նկ. 162): Հավասարակշռություն վիճակում mg ուժը հավասարակշռվում է առաձգականության $k\Delta l_0$ ուժով՝

$$mg = k\Delta l_0: \quad (62.1)$$

Գնդիկի շեղումը հավասարակշռության դիրքից բնութագրենք x կոորդինատով, ընդ որում x առանցքն ազդենք ուղղաձիգ դեպի ներքև, իսկ առանցքի O սկզբնակետը համընկեցնենք գնդիկի հավասարակշռության դիրքի հետ:

Եթե գնդիկը հավասարակշռության դիրքից շեղենք x հեռավորության վրա (x -ը հանրահաշվական մեծություն է), ապա զսպանակի երկարացումը հավասար կլինի $\Delta l_0 + x$ -ի, և



Նկ. 162

արդյունարար ուժի պրոյեկցիան x առանցքի վրա (այս պրոյեկցիան նշանակենք f տառով) կստանա հետևյալ արժեքը՝

$$f = mg - k(\Delta l_0 + x):$$

Նկատի ունենալով հավասարակշռության (62.1) պայմանը, կստանանք

$$f = -kx: \quad (62.2)$$

(62.2) բանաձևի մեջ «—» նշանն արտահայտում է այն հանգամանքը, որ շեղումը և ուժն ունեն հակառակ ուղղություններ: Եթե գնդիկը շեղված է իր հավասարակշռության դիրքից դեպի ներքև ($x > 0$), ապա ուժն ուղղված է դեպի վերև ($f < 0$), իսկ գնդիկը դեպի վերև շեղելու դեպքում ($x < 0$) ուժն ուղղված է դեպի ներքև ($f > 0$): Այսպիսով, f ուժը օժտված է հետևյալ հատկություններով.

1) ուղիղ համեմատական է գնդիկի շեղմանը հավասարակշռության դիրքից,

2) միշտ ուղղված է դեպի հավասարակշռության դիրքը:

Քննարկված օրինակում (62.2) ուժն, ըստ էության, առաձգական բնույթ ունի: Կարող է այնպես պատահել, որ այլ ծագում ունեցող ուժը նույնպես այդպիսի օրինաչափության հանգեցնի, այսինքն՝ պարզվի, որ այն հավասար է $-kx$ -ի, որտեղ k -ն հաստատուն դրական մեծություն է: Այդպիսի ուժերը, անկախ իրենց բնույթից, կոչվում են քվազիառաձգական:

Համակարգին x շեղում հաղորդելու համար քվազիառաձգական ուժերի դեմ պետք է կատարել աշխատանք՝

$$A = \int_0^x (-f) dx = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}:$$

Այս աշխատանքը ծախսվում է համակարգի պոտենցիալ էներգիայի պաշար ստեղծելու համար: Հետևաբար, համակարգը, որում գործում է քվազիառաձգական ուժը, հավասարակշռության դիրքից x հեռավորության վրա շեղելու

դեպքում օժտված կլինի հետևյալ պոտենցիալ էներգիայով¹.

$$E_p = \frac{kx^2}{2}; \quad (62.3)$$

(Ենթադրվում է, որ հավասարակշռություն դիրքում պոտենցիալ էներգիան հավասար է զրոյի):

(62.3) արտահայտությունը համընկնում է դեֆորմացված զսպանակի պոտենցիալ էներգիայի (27.13) արտահայտության հետ:

Գարձյալ դիմենք նկ. 162-ում պատկերված համակարգին: Գնդիկին հաղորդենք $x = a$ շեղումը, որից հետո այն թողնենք: $f = -kx$ ուժի ազդեցություն տակ գնդիկը կսկսի շարժվել դեպի հավասարակշռություն դիրքը՝ շարունակ աճող $v = \dot{x}$ արագությամբ: Այս դեպքում համակարգի պոտենցիալ էներգիան կսկսի նվազել (նկ. 163), բայց դրա փոխարեն ի հայտ կգա անընդհատ աճող $E_k = m\dot{x}^2/2$ կինետիկ էներգիան (զսպանակի մասսան անտեսում ենք): Համեմտելով հավասարակշռության դիրքին, գնդիկը կշարունակի շարժվել ըստ իներցիայի: Այս շարժումը կլինի դանդաղող և կդադարի այն ժամանակ, երբ կինետիկ էներգիան լրիվ կփոխարկվի պոտենցիալ էներգիայի, այսինքն՝ երբ գնդիկի շեղումը հավասար կլինի $-a$ -ի: Այնուհետև այսպիսի ընթացք կունենա գնդիկը հակառակ ուղղությամբ շարժվելիս: Եթե համակարգում շփումը բացակայում է, ապա համակարգի էներգիան կպահպանվի, և գնդիկը $x = a$ -ից մինչև $x = -a$ սահմաններում կշարժվի անսահման երկար ժամանակ:

Գնդիկի համար Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$m\ddot{x} = -kx:$$

¹ Ստիպված ենք հրաժարվել կինետիկ ու պոտենցիալ էներգիաների այն նշանակումներից, որոնցից օգտվում էինք մեխանիկայում: Տատանման ուսումնը ուսումնը T տառով ընդունված է նշանակել տատանումների պարբերությունը: Մոլեկուլյար ֆիզիկայում U տառով նշանակում են մարմինների ներքին էներգիան: Ուստի հետագայում կինետիկ էներգիան կնշանակենք E_k -ով, իսկ պոտենցիալ էներգիան՝ E_p -ով:

Այս հավասարումը ձևափոխենք հետևյալ կերպ՝

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0: \quad (62.4)$$

x -ի դործակիցը դրական է: Ուստի այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

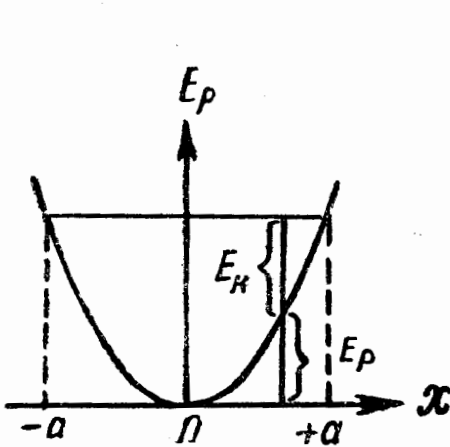
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad (62.5)$$

որտեղ ω_0 -ն իրական մեծություն է:

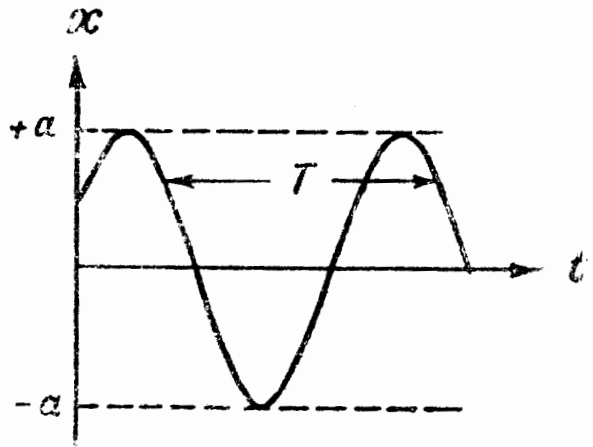
Կիրառելով (62.4)-ի մեջ (62.5) նշանակումը, կստանանք

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0: \quad (62.6)$$

Այսպիսով, գնդիկի շարժումը (62.2) տեսքով ուժի ազդեցության տակ նկարագրվում է երկրորդ կարգի դժային համասարումով:



Նկ. 163



Նկ. 164

Տեղադրման եղանակով հեշտ է համոզվել, որ (62.2) հավասարման ընդհանուր լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha)^1, \quad (62.7)$$

որտեղ՝ a -ն և α -ն կամայական հաստատուններ են:

Այսպիսով, x շեղումը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է կոսինուսի օրենքով: Հետևաբար, $f = -kx$ տեսքով

¹ Կամ՝ $x = a \sin(\omega_0 t + \alpha')$, որտեղ $\alpha' = \alpha + \pi/2$:

ուժի ազդեցութեան տակ գտնվող համակարգի շարժումն իրենից ներկայացնում է հարմոնիկ տատանում:

Հարմոնիկ տատանման դրաֆիկը, այսինքն՝ (62.7) ֆունկցիայի դրաֆիկը պատկերված է նկ. 164-ում: Հորիզոնական առանցքի վրա տեղադրված է t ժամանակը, իսկ ուղղահայաց առանցքի վրա՝ x շեղումը: Քանի որ կոսինուսը փոփոխվում է — 1-ից մինչև $+1$ -ի սահմաններում, ապա x -ի արժեքները կգտնվեն — a -ից մինչև $+a$ -ի սահմաններում:

Հավասարակշռութեան դիրքից համակարգի առավելագույն շեղման արժեքը կոչվում է տատանման ամպլիտուդ: a ամպլիտուդը հաստատուն դրական մեծություն է: Նրա արժեքը որոշվում է սկզբնական շեղման կամ հրման մեծությամբ, որով համակարգն իր հավասարակշռութեան դիրքից դուրս էր բերվել:

Կոսինուսի նշանի տակ գտնվող $(\omega_0 t + \alpha)$ մեծությունը կոչվում է տատանման փուլ: α հաստատունն իրենից ներկայացնում է փուլի արժեքը $t = 0$ ժամանակի պահին և կոչվում է տատանման սկզբնական փուլ: Ժամանակի հաշվանքի սկզբնակետը փոփոխելու հետ կփոփոխվի նաև α -ն: Հետևաբար, սկզբնական փուլի արժեքը որոշվում է ժամանակի հաշվանքի սկզբնակետի ընտրությամբ: Քանի որ x -ի արժեքը չի փոփոխվում փուլին 2π ամբողջ թիվն ավելացնելուց կամ հանելուց, ապա միշտ կարելի է հասնել այն բանին, որ սկզբնական փուլն ըստ մոդուլի π -ից ավելի փոքր լինի: Ուստի, սովորաբար դիտարկվում են α -ի այն արժեքները, որոնք ընկած են — π -ից մինչև $+\pi$ ընկած սահմաններում:

Քանի որ կոսինուսը պարբերական ֆունկցիա է 2π պարբերությամբ, ապա հարմոնիկ տատանումներ կատարող համակարգի տարբեր վիճակները¹ կրկնվում են այնպեսի T

¹ Հիշեցնենք, որ մեխանիկական համակարգի վիճակը բնութագրվում է այդ համակարգը կազմող մարմինների կոորդինատների և արագությունների արժեքներով.

ժամանակից հետո, որի ընթացքում տատանման փուլը ստանում է 2π -ին հավասար աճ (նկ. 163): Այս T ժամանակը կոչվում է տատանման պարբերություն: Այն կարելի է որոշել հետևյալ պայմանից՝

$$[\omega_0(t + T) + \alpha] = [\omega_0 t + \alpha] + 2\pi,$$

որակելից՝

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}; \quad (62.8)$$

Միավոր ժամանակում կատարված տատանումների թիվը կոչվում է տատանման հաճախություն, որը նշանակվում է ν -ով: Ակնհայտ է, որ ν հաճախությունը մեկ տատանման T տևողության հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ՝

$$\nu = \frac{1}{T}; \quad (62.9)$$

Որպես հաճախության միավոր ընդունում են այն տատանման հաճախությունը, որի պարբերությունը հավասար է 1 վրկ-ի: Այս միավորը կոչվում է հերց (հց): 10^3 հց հաճախությունը կոչվում է կիլոհերց (կհց), իսկ 10^6 հերցը՝ մեգահերց (Մհց):

(62.8)-ից երևում է, որ

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}; \quad (62.10)$$

Այսպիսով, ω_0 -ն 2π վայրկյանում կատարված տատանումների թիվն է: ω_0 մեծությունը կոչվում է շրջանային կամ ցիկլիկ հաճախություն: Այն սովորական ν հաճախության հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ՝

$$\omega_0 = 2\pi\nu; \quad (62.11)$$

Ածանցելով (62.7)-ը ըստ ժամանակի, կստանանք արագության հետևյալ արտահայտությունը՝

$$v = \dot{x} = -a\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = a\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right); \quad (62.12)$$

Ինչպես երևում է (62.12)-ից, արագությունը նույնպես փոխվում է հարմոնիկ օրենքով, ընդ որում արագության ամպլիտուդը հավասար է $a\omega_0$ -ի: (62.7)-ի և (62.12)-ի համեմատությունից երևում է, որ արագության փուլը շեղման փուլից առաջ է անցնում $\pi/2$ -ով:

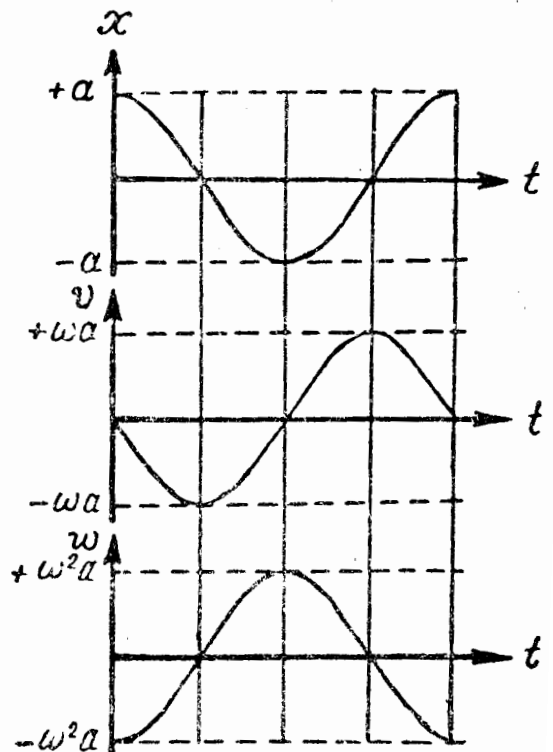
Մի անգամ ևս (62.12)-ը ածանցելով ըստ ժամանակի, արագացման համար կգտնենք հետևյալ արտահայտությունը՝
 $w = \ddot{x} = -a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi)$: (62.13)

Ինչպես երևում է (62.13)-ից, արագացումը և շեղումը գտնվում են հակառակ փուլերում: Այդ նշանակում է, որ այն պահին, երբ շեղումը հասնում է առավելագույն դրական արժեքի, արագացումը ձեռք է բերում առավելագույն բացասական արժեք, և հակառակը:

Նկ. 165-ում համադրված են շեղման, արագացման և արագության գրաֆիկները:

Յուրաքանչյուր կոնկրետ տատանում բնութագրվում է a ամպլիտուդի՝ և α սկզբնական փուլի որոշակի արժեքներով: Տվյալ տատանման համար այս մեծությունների արժեքները կարող են որոշվել, այսպես կոչված, սկզբնական պայմաններից, այսինքն՝ ըստ x_0 շեղման և v_0 արագության արժեքների՝ ժամանակի սկզբնական պահին: Իրոք, (62.7) և (62.12) արտահայտություններում աեղադրելով $t = 0$ արժեքը, կստանանք հետևյալ երկու հավասարումները՝

$$x_0 = a \cos \alpha, \quad v_0 = -a \omega_0 \sin \alpha,$$



Նկ. 165

որոնցից գտնում ենք

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}, \quad (62.14)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{v_0}{x_0 \omega_0}, \quad (62.15)$$

(62.15) հավասարմանը բավարարում են $-\pi$ -ից մինչև $+\pi$ միջակայքում գտնվող α -ի երկու արժեքները: Այդ արժեքներից պետք է վերցնել այն, որի դեպքում ստացվում են կոսինուսի և սինուսի ճիշտ նշաններ:

§ 63. Հարմոնիկ տատանման էներգիան

Քվադրատաձգական ուժը կոնսերվատիվ ուժ է: Ուստի հարմոնիկ տատանման լրիվ էներգիան պետք է մնա հաստատուն: Տատանման ընթացքում, ինչպես բացատրեցինք վերևում, կինետիկ էներգիան փոխարկվում է պոտենցիալի և հակառակը, ընդ որում հավասարակշռության դիրքից առավելագույն շեղման պահին E լրիվ էներգիան բաղկացած է միայն պոտենցիալ էներգիայից, որը հասնում է իր առավելագույն $E_{p\max}$ արժեքին:

$$E = E_{p\max} = \frac{ka^2}{2}, \quad (63.1)$$

Իսկ երբ համալարոն անցնում է հավասարակշռության դիրքով, լրիվ էներգիան բաղկացած է միայն կինետիկ էներգիայից, որը այդ պահերին հասնում է իր $E_{k\max}$ առավելագույն արժեքին.

$$E = E_{k\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \quad (63.2)$$

(վերևում ցույց էր տրված, որ արագությունն ամպլիտուդը հավասար է $a\omega_0$ -ի: Հեշտ է համոզվել, որ (63.1) և (63.2)

արտահայտութիւնները համասար են միմյանց, քանի որ (62.5)-ի համաձայն $m\omega_0^2 = k$:

Պարզենք, թե ինչպես են փոփոխւում ժամանակի ընթացքում հարմոնիկ տատանման E_k կինետիկ և E_p պոտենցիալ էներգիաները: Կինետիկ էներգիան [տե՛ս (62.3) արտահայտութիւնը x -ի համար]

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha), \quad (63.3)$$

Պոտենցիալ էներգիան արտահայտւում է հետևյալ բանաձևով՝

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha). \quad (63.4)$$

Գումարելով (63.3) և (63.4) արտահայտութիւնները և հաշիվի առնելով (62.5) առնչութիւնը, կտանանք

$$E = E_k + E_p = \frac{ka^2}{2} \left(\text{կամ } \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \right). \quad (63.5)$$

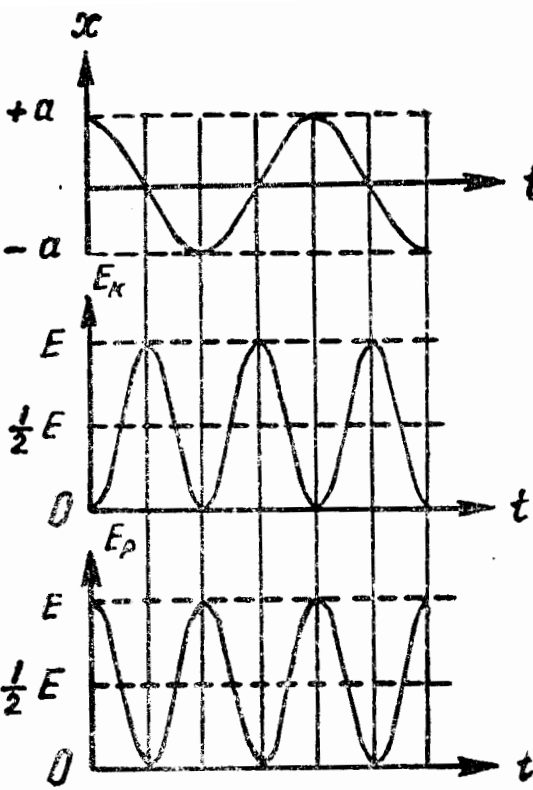
որը համընկնում է (63.1)-ի և (63.2)-ի հետ: Այսպիսով, պարզվում է, որ հարմոնիկ տատանման լրիվ էներգիան, իրոք, հաստատուն է:

Օգտագործելով եռանկյունաչափության հայտնի բանաձևերը՝ E_k -ի և E_p -ի արտահայտութիւններին կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$E_k = E \sin^2(\omega_0 t + \alpha) = E \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \alpha) \right], \quad (63.6)$$

$$E_p = E \cos^2(\omega_0 t + \alpha) = E \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \alpha) \right]. \quad (63.7)$$

որտեղ E -ն համակարգի լրիվ էներգիան է:



Նկ. 166

(63.6) և (63.7) բանաձևերից երևում է, որ E_k -ն և E_p -ն փոփոխվում են $2\omega_0$ հաճախությամբ, այսինքն՝ հարմոնիկ տատանումների հաճախությամբ 2 անգամ գերազանցող հաճախությամբ:

Նկ. 166-ում համադրված են x -ի, E_k -ի և E_p -ի գրաֆիկները:

Սինուսի քառակուսու և կոսինուսի քառակուսու միջին արժեքը, ինչպես հայտնի է, հավասար է $1/2$ -ի: Հետևաբար, E_k -ի միջին արժեքը համընկնում է E_p -ի միջին արժեքի հետ և հավասար է $E/2$ -ի:

§ 64. Հարմոնիկ օսցիլյատոր

Այն համակարգը, որը նկարագրվում է

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (64.1)$$

հավասարման միջոցով, որտեղ ω_0^2 -ն հաստատուն դրական մեծություն է [տես (62.6)-ը], կոչվում է հարմոնիկ օսցիլյատոր (կամ հարմոնիկ թրթռիչ): Ինչպես գիտենք, (64.1) հավասարման լուծման արդյունքը՝

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha): \quad (64.2)$$

Հետևաբար, հարմոնիկ օսցիլյատորն իրենից ներկայացնում է այնպիսի մի համակարգ, որը հավասարակշռության դիրքի շուրջը կատարում է հարմոնիկ տատանումներ:

Հարմոնիկ տատանման համար նախորդ պարագրաֆում ստացված բոլոր արդյունքները իրավացի են նաև հարմոնիկ օսցիլյատորի համար:

Գտնենք հարմոնիկ օսցիլյատորի իմպուլսը: Ածանցելով (64.2)-ը ըստ ժամանակի և ստացված արդյունքը բազմապատկելով m մասսայով, կստանանք

$$p = m\dot{x} = -ma\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha): \quad (64.3)$$

Յուրաքանչյուր դիրքում, որը բնութագրվում է x շեղումով, օսցիլյատորն ունի p իմպուլսի որոշակի արժեք: p -ն որպես x -ից կախված ֆունկցիա գտնելու համար պետք է (64.2) և (64.3) հավասարումներից արտաքսել t ժամանակը: Դրա համար նշված հավասարումները ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{x}{a} = \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

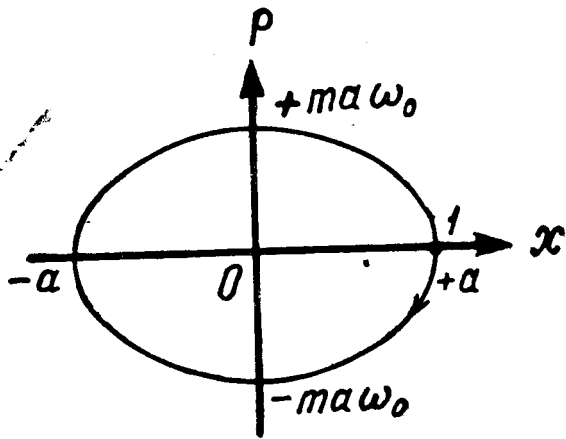
$$\frac{p}{ma\omega_0} = -\sin(\omega_0 t + \alpha):$$

Այս արտահայտությունները քառակուսի աստիճան բարձրացնելով և իրար գումարելով, կստանանք

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{p^2}{m^2 a^2 \omega_0^2} = 1: \quad (64.4)$$

Նկ. 164-ում պատկերված է հարմոնիկ օսցիլյատորի p իմպուլսի կախումը x շեղումից: Կոորդինատային p , x հարթությունն ընդունված է անվանել փուլային հարթություն, իսկ համապատասխան գրաֆիկը՝ փուլային հետագիծ: (64.4)-ին համապատասխան հարմոնիկ օսցիլյատորի փուլային հետագիծն իրենից ներկայացնում է a և $ma\omega_0$ կիսառանցքներով էլիպս: Փուլային հետագծի յուրաքանչյուր կետ պատկերում է x շեղումը և p իմպուլսը, այսինքն՝ օսցիլյատորի վիճակը ժամանակի որևէ պահին: Ժամանակի ընթացքում վիճակը պատկերող կետը (այն կըրճատ անվանում են պատկերող կետ) շարժվում է փուլային հետագծով, ընդ որում մեկ պարբերության ընթացքում կատարում է մեկ լրիվ շրջանցում: Հեշտ է համոզվել այն բանում, որ պատկերող կետի տեղափոխումը կատարվում է

ժամացույցի սլաքի պտտման ուղղությամբ: Իրոք, վերցնենք այնպիսի t' պահ, որ $\omega_0 t' + \alpha = 2\pi n$ (n -ը ամբողջ թիվ է): Ժամանակի այս պահին համապատասխանում են $x = a$ և $p = 0$ (տե՛ս 1 կետը նկ. 167-ում): Ժամանակի հաջորդ պահերին x -ը նվազում է, իսկ p -ն ստանում է ըստ մոդուլի անընդհատ աճող բացասական արժեքներ: Հետևաբար, պասկերոդ կետը շարժվում է այնպես, ինչպես ցույց է տրված սլաքով (նկ. 167), այսինքն՝ ժամացույցի սլաքի շարժման ուղղությամբ:



նկ. 167

Գտնենք էլիպսի մակերեսը: Ինչպես հայտնի է այն հավասար է էլիպսի կիսառանցքների արտադրյալին՝ բազմապատկած π -ով.

$$S = \pi a m a \omega_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{m a^2 \omega_0^2}{2} :$$

(63.5)-ի համաձայն $ma^2\omega_0^2/2$ -ն օսցիլյատորի լրիվ էներգիան է. $2\pi/\omega_0$ -ն հավասար է $1/\nu_0$ -ի, որտեղ ν_0 -ն օսցիլյատորի սեփական հաճախությունն է, որը սվյալ օսցիլյատորի համար հաստատուն մեծություն է: Հետևաբար, էլիպսի մակերեսը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$S = \frac{1}{\nu_0} E ,$$

որտեղից

$$E = \nu_0 S : \tag{64.5}$$

Այսպիսով, հարմոնիկ օսցիլյատորի լրիվ էներգիան ուղիղ համեմատական է էլիպսի մակերեսին, ընդ որում որպես համեմատականության գործակից ծառայում է օսցիլյատորի սեփական հաճախությունը:

էլիպսի մակերեսը կարելի է հաշվել $\oint p dx$ ինտեգրալով:

Ուստի (64.5) բանաձևին կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

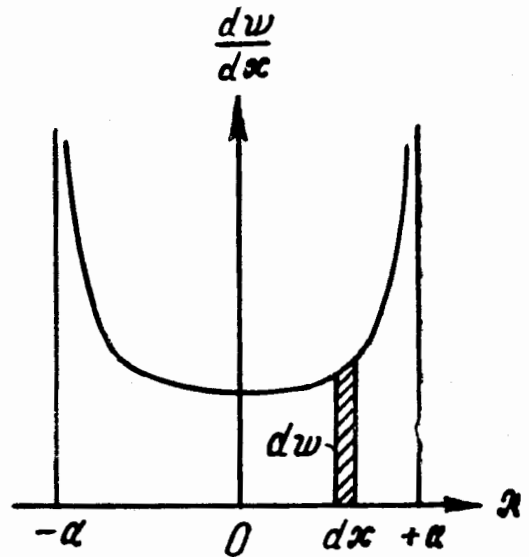
$$E = v_0 \oint p dx:$$

Վերջին առնչությունը շատ մեծ դեր է խաղացել քվանտային մեխանիկայի հիմունքների ստեղծման գործում:

Այժմ քննենք, թե օսցիլյատորն ինչպիսի հավանականություններ կարող է հայտնվել տարբեր վիճակներում: Օսցիլյատորի արագությունը հասնում է առավելագույն արժեքի այն պահերին, երբ այն անցնում է հավասարակշռության դիրքով: Հավասարակշռության դիրքից առավելագույն շեղման պահերին արագությունը հավասարվում է զրոյի: Այստեղից հետևում է, որ օսցիլյատորը եզրային դիրքից մեկի մոտակայքում հայտնվելու հավանականությունն ավելի մեծ կլինի, քան հավասարակշռության դիրքի մոտ գտնվելու հավանականությունը: Սա բացատրվում է նկ. 168-ում, որտեղ պատկերված է, այսպես կոչված, հավանականության

$\frac{dw}{dx}$ խտությունը որոշող կո-

որը¹: Օսցիլյատորը տվյալ dx սահմաններում գտնվելու dw հավանականությունը որոշելու համար անհրաժեշտ է համապատասխան տեղում կորի օրդինատը բազմապատկել dx -ով: Օրինակ, նկ. 168-ում մակերեսի ստվերագծված շերտը թվապես հավասար է այն dw հավանականությանը, որով օսցի-



Նկ. 168

լյատորը հայտնվում է տվյալ dx միջակայքի սահման-

¹ Այս կորը նկարագրվում է հետևյալ հավասարումով

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}};$$

ներում: Հավանականության խտությունը կորով սահմանափակված մակերեսը տալիս է այն հավանականությունը, որով օսցիլյատորը հայտնվում է -- a -ից մինչև $+a$ սահմաններում գտնվող դիրքերից մեկում և, հետևաբար, ինչպես յուրաքանչյուր ստույգ դեպքի հավանականությունը, հավասար կլինի մեկի:

Նշենք, որ քվանտային մեխանիկան հարմոնիկ օսցիլյատորի տարբեր դիրքերի հավանականության համար տալիս է էապես տարբեր արդյունք:

§ 65. Համակարգի փոքր տատանումները հավասարակշռության դիրքի մոտակայքում

Քննարկենք մի կամայական մեխանիկական համակարգ, որի դիրքը տրվում է X մեծության միջոցով: Այսպիսի դեպքերում ասում են, որ համակարգն ունի մեկ ազատության աստիճան: Համակարգի վիճակը որոշող X մեծությունը կարող է լինել որևէ հարթությունից հաշված անկյուն կամ տրված կորի (մասնավորապես, ուղիղ գծի և այլն) երկարությամբ հաշվվող հեռավորություն:

Համակարգի պոտենցիալ էներգիան մեկ X փոփոխականից կախված ֆունկցիա է, այսինքն՝ $E_p = E_p(X)$: X -ի հաշվանքի սկզբնական ընտրենք այնպես, որ համակարգի հավասարակշռության դիրքում գտնվելիս X -ը հավասար լինի 0 -ի: Այդ դեպքում $E_p(X)$ ֆունկցիան մինիմում արժեք կունենա $X=0$ -ի դեպքում: $E_p(X)$ ֆունկցիան վերածենք շարքի ըստ X -ի աստիճանների, ընդ որում սահմանափակվենք միայն փոքր տատանումների քննարկումով այնպես, որ հնարավոր լինի X -ի բարձր աստիճանով անդամներն անտեսել: Մակլորենի բանաձևի համաձայն

$$E_p(X) = E_p(0) + E_p'(0)X + \frac{1}{2}E_p''(0)X^2$$

(X -ի փոքրության պատճառով մնացած անդամներն անտեսում ենք):

Քանի որ $E_p(X)$ -ը $X=0$ դեպքում ունի մինիմում, ապա

$E_p'(0)$ հավասար է զրոյի, իսկ $E_p''(0)$ -ն դրական է: Օգտվելով $E_p(0) = b$, $E_p''(0) = k$ ($k > 0$) նշանակումներից, կստանանք

$$E_p(x) = b + \frac{1}{2} kx^2; \quad (65.1)$$

(65.1) արտահայտությունը նման է (62.3) արտահայտությանը. վերջինս ստացվել էր այն համակարգի պոտենցիալ էներգիայի համար, որտեղ ազդում է քվազիառաձգական ուժը (b հաստատունը կարելի է ընդունել զրո): Օգտվելով (28.5) առնչությունից, կարելի է գտնել համակարգի վրա ազդող ուժը՝

$$f = f_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} = -kx:$$

Այսպիսով, հավասարակշռության դիրքից ունեցած փոքր շեղումների դեպքում համակարգի պոտենցիալ էներգիան շեղումից կախված երկրորդ աստիճանի ֆունկցիա է, իսկ համակարգի վրա ազդող ուժն ունի քվազիառաձգական ուժի տեսք: Հետևաբար, հավասարակշռության դիրքից ունեցած փոքր շեղումների դեպքում ցանկացած համակարգը կկատարի հարմոնիկ տատանումներին մոտ տատանումներ:

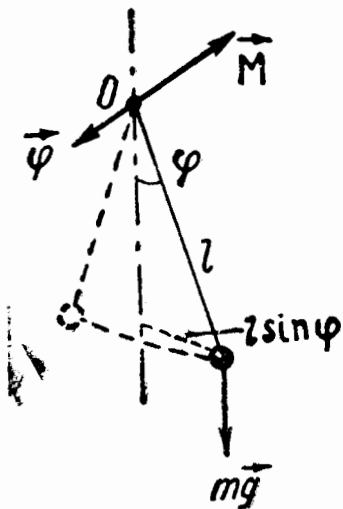
§ 66. Մաթեմատիկական ճոճանակ

Մաթեմատիկական ճոճանակ է կոչվում իդեալականացված համակարգը, որը բաղկացած է անկշիռ և չձգվող թելից, որից կախված է մի կետում կենտրոնացած մասսա:

Որպես մաթեմատիկական ճոճանակ բավականաչափ լավ մոտեցմամբ կարող է ծառայել երկար, բարակ թելից կախված ոչ մեծ ծանր գնդիկը:

Ճոճանակի շեղումը հավասարակշռության դիրքից բնութագրենք φ անկյունով, որը կազմված է թելի ուղղությունով և ուղղաձիգով (նկ. 169): Ճոճանակը հավասարակշռության դիրքից շեղելու դեպքում առաջանում է M պտտող մոմենտ, որը մեծությունը հավասար է $mg \sin \varphi$ (m -ը մասսան է,

իսկ l -ը՝ ճոճանակի երկարությունը): Այդ մոմենտն ուղղված է այնպես, որ ձգտում է ճոճանակը վերադարձնել հավասարակշռության դիրքին, և այս իմաստով այն համանման է քվադրատաձգական ուժին: Ուստի ինչպես շեղման և քվադրատաձգական ուժի դեպքում, այնպես էլ M մոմենտին և φ անկյունային շեղմանը պետք է վերագրել հակառակ նշաններ¹: Հետևաբար, պատող մոմենտը՝



Նկ. 169

$$M = - mgl \sin \varphi: \quad (66.1)$$

Ճոճանակի համար գրենք պտտական շարժման դինամիկայի հավասարումը: Նշանակելով անկյունային արագացումը $\ddot{\varphi}$ -ով և հաշվի առնելով, որ ճոճանակի իներցիայի մոմենտը հավասար է ml^2 -ու, կստանանք

$$ml^2 \ddot{\varphi} = - mgl \sin \varphi:$$

Վերջին հավասարումը կարելի է բերել հետևյալ տեսքի՝

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0: \quad (66.2)$$

Սահմանափակվենք փոքր տատանումների քննարկումով: Այս դեպքում կարելի է ընդունել, որ $\sin \varphi \approx \varphi$: Բացի սրբանից, մտցնելով

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2 \quad (66.3)$$

նշանակումը, ստանում ենք հետևյալ հավասարումը՝

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (66.4)$$

¹ Դիտելով φ -ն որպես վեկտոր (զա թույլատրելի է փոքր φ -երի դեպքում), որի պտտման ուղղությունը որոշվում է աջ պտուտակի կանոնով, M -ի և φ -ի հակառակ նշաններ ունենալը կարելի է բացատրել նրանով, որ \vec{M} և $\vec{\varphi}$ վեկտորները ունեն հակառակ ուղղություններ (Նկ. 169):

որը համանման է զսպանակից կախված զնդիկի համար ըստացված (62.6) հավասարմանը: Այս հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\varphi = a \cos(\omega_0 t + \alpha): \quad (66.5)$$

Հետևաբար, փոքր տատանումների դեպքում մաթեմատիկական ճոճանակի անկյունային շեղումը ըստ ժամանակի փոփոխվում է հարմոնիկ օրենքով:

Ինչպես հետևում է (66.3)-ից, մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների հաճախությունը կախված է միայն ճոճանակի երկարությունից, ծանրության ուժի արագացումից և կախված չէ ճոճանակի մասսայից: Հաշվի առնելով (66.8)-ը, (62.8)-ից ստացվում է դեռևս դպրոցական դասընթացից հայտնի մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների պարբերության հետևյալ արտահայտությունը

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}: \quad (66.6)$$

Նշենք, որ, լուծելով (66.2) հավասարումը, կարելի է ստանալ տատանումների պարբերության հետևյալ բանաձևը՝

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{a}{2} + \left(\frac{1}{2} \frac{3}{4}\right)^2 \sin^4 \frac{a}{2} + \dots \right\},$$

որտեղ a -ն տատանումների ամպլիտուդն է, այսինքն՝ այն ամենամեծ անկյունը, որով ճոճանակը շեղվում է հավասարակշռության դիրքից:

§ 67. Ֆիզիկական ճոճանակ

Ֆիզիկական ճոճանակ կոչվում է այն պինդ մարմինը, որը կարող է տատանվել նրա իներցիայի կենտրոնի հետ չհամընկնող անշարժ կետի շուրջը: Հավասարակշռության դիրքում ճոճանակի իներցիայի C կենտրոնը գտնվում է O կախման կետի տակ՝ նրա հետ միասին միևնույն ուղղաձիգի վրա (նկ. 170): Ճոճանակը հավասարակշռության դիրքից φ

անկյունով շեղելու դեպքում առաջանում է պտտող մոմենտ, որը ձգտում է ճոճանակը վերադարձնել հավասարակշռության դիրքը: Այդ մոմենտը՝

$$M = - mgl \sin \varphi, \quad (67.1)$$

որտեղ m -ը ճոճանակի մասսան է, l -ը՝ կախման կետի և ճոճանակի իներցիայի կենտրոնի միջև եղած հեռավորությունը, « $-$ » նշանն ունի նույն իմաստը, ինչ որ (66.1) բանաձևում էր:

Նշանակելով ճոճանակի իներցիայի մոմենտը կախման կետով անցնող առանցքի նկատմամբ I -ով, կարելի է գրել՝

$$I \ddot{\varphi} = - mgl \sin \varphi: \quad (67.2)$$

Փոքր տատանումների դեպքում (67.2)-ը վեր է ածվում մեզ արդեն հայտնի հավասարմանը՝

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0: \quad (67.3)$$

Այս դեպքում ω_0^2 -ով նշանակված է հետևյալ մեծությունը՝

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}: \quad (67.4)$$

(67.3) և (67.4) հավասարումներից հետևում է, որ հավասարակշռության

դիրքից փոքր շեղումների դեպքում ֆիզիկական ճոճանակը կատարում է հարմոնիկ տատանումներ, որոնց հաճախությունը կախված է ճոճանակի մասսայից, պտտման առանցքի նկատմամբ ունեցած ճոճանակի իներցիայի մոմենտից և պտտման առանցքի ու ճոճանակի իներցիայի կենտրոնի միջև եղած հեռավորությունից: (67.4)-ի համաձայն ֆիզիկական ճոճանակի տատանման պարբերությունը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad (67.5)$$

Համեմատելով (66.6) և (67.5) բանաձևերը, ստացվում է, որ

$$l_{\text{գեր.}} = \frac{I}{ml} \quad (67.6)$$

երկարությամբ մաթեմատիկական ճոճանակն ունի տատանման աչնպիսի պարբերություն, ինչպիսին ունի տվյալ ֆիզիկական ճոճանակը: (67.6) մեծությունը կոչվում է ֆիզիկական ճոճանակի վերածված երկարություն: Այսպիսով, ֆիզիկական ճոճանակի վերածված երկարությունն աչնպիսի մաթեմատիկական ճոճանակի երկարությունն է, որի տատանումների պարբերությունը համընկնում է տրված ֆիզիկական ճոճանակի պարբերության հետ:

Կախման կետն իներցիայի կենտրոնի հետ միացնող ուղղի վրա գտնվող կետը, որն ընկած է պտտման առանցքից վերածված երկարությանը հավասար հեռավորության վրա, կոչվում է ֆիզիկական ճոճանակի ճոճման կենտրոն (տես Օ՝ կետը նկ. 170-ում):

Ըստ Շտեյնների թեորեմի ճոճանակի իներցիայի I մոմենտը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I = I_0 + ml^2, \quad (67.7)$$

որտեղ I_0 -ն իներցիայի մոմենտն է ճոճանակի իներցիայի կենտրոնով անցնող և պտտման առանցքին զուգահեռ առանցքի նկատմամբ:

Տեղադրելով (67.7)-ը (67.6)-ի մեջ, կստանանք

$$l_{\text{գեր.}} = \frac{I_0}{ml} + l; \quad (67.8)$$

(67.8)-ից հետևում է, որ վերածված երկարությունը միշտ ավելի մեծ է l -ից, այնպես որ, կախման կետը և ճոճման կենտրոնը գտնվում են իներցիայի կենտրոնի տարբեր կողմերում:

Ճոճանակը կախենք ճոճման Օ՝ կետի հետ համընկնող

կետից: Այդ դեպքում (67.8)-ի համաձայն վերածված երկարությունը՝

$$l'_{qbr} = \frac{I_0}{ml'} + l', \quad (67.9)$$

որտեղ l' -ը ճոճման սկզբնական կենտրոնի և ճոճանակի իներցիայի կենտրոնի միջև եղած հեռավորությունն է:

Հաշվի առնելով, որ $l' = l_{qbr} - l$, (67.9) արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$l'_{qbr} = \frac{I_0}{m(l_{qbr} - l)} + l_{qbr} - l = l_{qbr} + \frac{1}{m(l_{qbr} - l)} [(I_0 + ml^2) - ml l'_{qbr}]:$$

Քառակուսի փակագծերում գտնվող արտահայտությունը հավասար է զրոյի: Իրոք, $I_0 + ml^2$ հավասար է I -ի, այսինքն՝ պտտման սկզբնական առանցքի նկատմամբ ունեցած իներցիայի մոմենտին: (67.6)-ի համաձայն այս մեծությունը հավասար է նաև $ml l_{qbr}$ արտահայտությունը: Այսպիսով, հանգում ենք այն եզրակացություն, որ ճոճանակը ճոճման կենտրոնից կախելու դեպքում վերածված երկարությունը, ինչպես նաև տատանումների պարբերությունը կլինեն այնպիսին, ինչպիսին նախորդ դեպքում էին: Հետևաբար, կախման կետը և ճոճման կենտրոնն օժտված են փոխադարձաբար միմյանց փոխարինելու հատկությունը, այսինքն՝ ճոճման կետը կախման կետով փոխարինելու դեպքում սկզբնական կախման կետը դառնում է ճոճման կետ:

Մեր որոշած փոխադարձության հատկության վրա է հիմնված ծանրության ուժի արագացման որոշումը, այսպես կոչված, հակառակ ճոճանակի միջոցով: Հակառակ կոչվում է այն ճոճանակը, որն ունի իր ծայրերի մոտամրացված միմյանց զուգահեռ, որպես հենարան ծառայող երկու պրիզմաներ, որոնցից հերթականորեն կարելի է կախել ճոճանակը: Ճոճանակի երկարությունը կարող են տեղափոխվել և ամրացվել ծանր բեռներ: Բեռները տեղափոխե-

լով հասնում են նրան, որ ցանկացած պրիզմայից ճոճանակը կախելու դեպքում տատանման պարբերությունը լինի նույնը: Այդ դեպքում պրիզմայի հենարանային կողերի միջև ընկած հեռավորությունը հավասար կլինի $l_{զեր}$ -ի: Չափելով ճոճանակի տատանումների պարբերությունը և իմանալով $l_{զեր}$ -ը՝

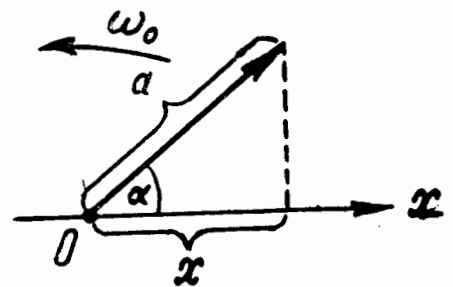
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{զեր}}{g}}$$

քանաձևի միջոցով կարելի է որոշել ծանրության ուժի արագացումը:

§ 68. Հարմոնիկ տատանումների գրաֆիկական պատկերումը: Վեկտորական դիագրամ

Մի շարք հարցերի լուծումը, մասնավորապես նույն ուղղությունն ունեցող մի քանի տատանումների գումարումը զգալիորեն ավելի հեշտանում և ակնառու է դառնում, եթե տատանումները պատկերում ենք գրաֆիկորեն, այսինքն՝ հարթության մեջ վեկտորների տեսքով: Այսպիսի եղանակով ստացված սխեման կոչվում է վեկտորական դիագրամ:

Վերցնենք x -ով նշանակված առանցք (նկ. 171): Առանցքի վրա վերցրած O կետից տեղադրենք a երկարության վեկտորը, որն առանցքի հետ կազմում է α անկյունը: Եթե այս վեկտորը պտտման մեջ դրնենք ω_0 անկյունային արագությունամբ, ապա վեկտորի ծայրի պրոյեկցիան կսեղափոխվի x առանցքի վրա $-a$ -ից մինչև $+a$ -ի սահմաններում, ընդ որում այս պրոյեկցիայի կորդինատը ժամանակի ընթացքում կփոփոխվի հետևյալ օրենքով՝



Նկ. 171

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha):$$

Հետևաբար, վեկտորի ծայրի պրոյեկցիան առանցքի վրա կկատարի հարմոնիկ տատանում, որի ամպլիտուդը հավասար է վեկտորի երկարությանը, շրջանային հաճախությունը՝ վեկտորի պտտման անկյունային արագությունը, իսկ սկզբնական փուլը՝ ժամանակի սկզբնական պահին առանցքի հետ վեկտորի կազմած անկյանը:

Ասվածից հետևում է, որ հարմոնիկ տատանումը կարող է տրվել մի վեկտորի միջոցով, որի երկարությունը հավասար է տատանման ամպլիտուդին, իսկ վեկտորի ուղղությունը \times առանցքի հետ կազմում է մի անկյուն, որը հավասար է տատանման սկզբնական փուլին:

§ 69. Միևնույն ուղղությունն ունեցող տատանումների գումարումը

Հնարավոր են այնպիսի դեպքեր, երբ մարմինը միաժամանակ մասնակցում է միևնույն կամ տարբեր ուղղություններով կատարվող մի քանի տատանումների: Եթե, օրինակ, զսպանակը, որի ծայրին ամրացված է գնդիկը, կախենք այն վագոնի առաստաղից, որը ճոճվում է զսպանակների վրա, ապա գնդիկի շարժումը Երկրագնդի մակերևույթի նրկատմամբ բաղկացած կլինի Երկրագնդի նկատմամբ վագոնի տատանումներից և վագոնի նկատմամբ գնդիկի տատանումներից:

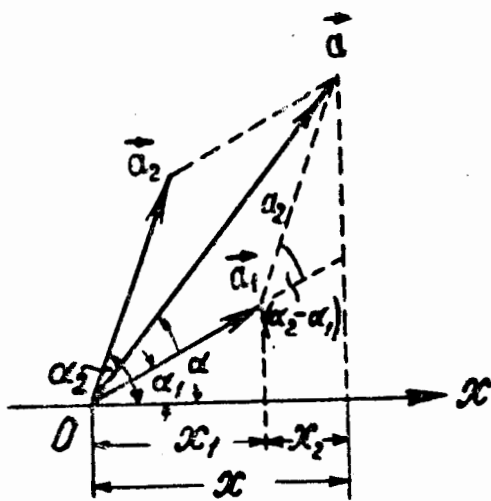
Քննարկենք միատեսակ ուղղություններով և միատեսակ հաճախություններով կատարվող երկու հարմոնիկ տատանումների գումարումը: Տատանվող մարմնի X շեղումը հավասար կլինի X_1 և X_2 շեղումների գումարին, որոնցից յուրաքանչյուրը գրվում է հետևյալ ձևով՝

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= a_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1), \\ X_2 &= a_2 \cos(\omega_0 t + \alpha_2): \end{aligned} \right\} \quad (69.1)$$

Յրկու տատանումներն էլ ներկայացնենք \vec{a}_1 և \vec{a}_2 վեկտորների միջոցով (նկ. 172): Վեկտորների գումարման կանոնի համաձայն կառուցենք արդյունարար \vec{a} վեկտորը: Հեշտ է նկատել, որ այս վեկտորի պրոյեկցիան x առանցքի վրա հավասար է բաղադրյալ վեկտորների պրոյեկցիաների գումարին, այսինքն՝

$$x = x_1 + x_2:$$

Հետևաբար, \vec{a} վեկտորն իրենից ներկայացնում է արդյունարար տատանում: Այս վեկտորը պտտվում է \vec{a}_1 և \vec{a}_2 վեկտորների ω_0 անկյունային արագությանը, այնպես, որ արդյունարար շարժումը լինի ω_0 հաճախությամբ, a ամպլիտուդով և α սկզբնական փուլով հարմոնիկ տատանում: Վեկտորի կառուցման եղանակից երևում է, որ



նկ. 172

$$\begin{aligned} a^2 &= a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] = \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \end{aligned} \quad (69.2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2} \quad (69.3)$$

Այսպիսով, հարմոնիկ տատանումների պատկերումը վեկտորների միջոցով հնարավորություն է տալիս մի քանի տատանումների գումարումը հանգեցնել վեկտորների գումարման գործողությանը: Այս եղանակն առանձնապես օգտակար է, օրինակ, օպտիկայում, որտեղ որևէ կետում կատարվող լուսային տատանումները դիտվում են որպես ալիքային ճակատի տարբեր տեղամասերից տվյալ կետը հասնող բազմաթիվ տատանումների վերադրման արդյունք:

(69.2) և (69.3) բանաձևերը, իհարկե, կարելի է ստանալ նաև (69.1) արտահայտությունները գումարելով և հա-

մ ապատասխան եռանկյունաչափական ձևափոխություններ կատարելով: Սակայն այս բանաձևերի ստացման կիրառված եղանակն անհամեմատ ավելի պարզ է և ակնառու:

Վերլուծենք ամպլիտուդի (69.2) արտահայտությունը Եթե երկու տատանումների փուլերի $\alpha_2 - \alpha_1$ տարբերությունը հավասար է զրոյի, ապա արդյունարար տատանման ամպլիտուդը հավասար է a_1 -ի և a_2 -ի գումարին: Եթե փուլերի $\alpha_2 - \alpha_1$ տարբերությունը հավասար է $+\pi$ -ի կամ $-\pi$ -ի, այսինքն՝ երկու տատանումները գտնվում են հակառակ փուլերում, ապա արդյունարար տատանման ամպլիտուդը հավասար կլինի $|a_1 - a_2|$ -ի:

Եթե x_1 և x_2 տատանումների հաճախությունները միատեսակ չեն, ապա \vec{a}_1 և \vec{a}_2 վեկտորները կպտտվեն տարբեր արագություններով: Այս դեպքում արդյունարար \vec{a} վեկտորը բաբախում է ըստ մեծության և պտտվում է ոչ հաստատուն արագությամբ: Հետևաբար, այս դեպքում արդյունարար շարժումը կլինի ոչ թե հարմոնիկ տատանում, այլ որևէ բարդ տատանողական պրոցես:

§ 70. Չարկեր

Հատուկ հետաքրքրություն է ներկայացնում այն դեպքը, երբ միատեսակ ուղղություններով երկու գումարվող հարմոնիկ տատանումների հաճախությունները շատ քիչ են տարբերվում իրարից: Ինչպես հիմա ցույց կտանք, այդպիսի պայմաններում արդյունարար շարժումը կարելի է դիտել որպես բաբախող ամպլիտուդով հարմոնիկ տատանում: Այսպիսի տատանումները կոչվում են զ ա Ր կ ե Ր:

Տատանումներից մեկի հաճախությունը նշանակենք ω -ով, իսկ երկրորդ տատանման հաճախությունը՝ $\omega + \Delta\omega$ -ով: Ըստ տրված պայմանի $\Delta\omega \ll \omega$: Ենթադրենք, թե երկու տատանումների ամպլիտուդները միատեսակ են և հավասար են a -ի: Քանի որ տատանումների հաճախությունները մի քիչ իրարից տարբերվում են, ապա ժամանակի հաշվանքի ըս-

կիզքը կարելի է ընտրել այնպես, որպեսզի երկու տատանումների սկզբնական փուլերը հավասար լինեն զրոյի: Գործնականորեն սա նշանակում է, որ մենք պետք է սպասենք մինչև այն ժամանակ, երբ շեղումները երկու տատանումներում միաժամանակ հասնեն առավելագույն դրական արժեքի, և այդ պահին աշխատեցնենք վայրկենաչափը: Այդ դեպքում երկու տատանումների հավասարումները կստանան հետևյալ տեսքը՝

$$x_1 = a \cos \omega t,$$

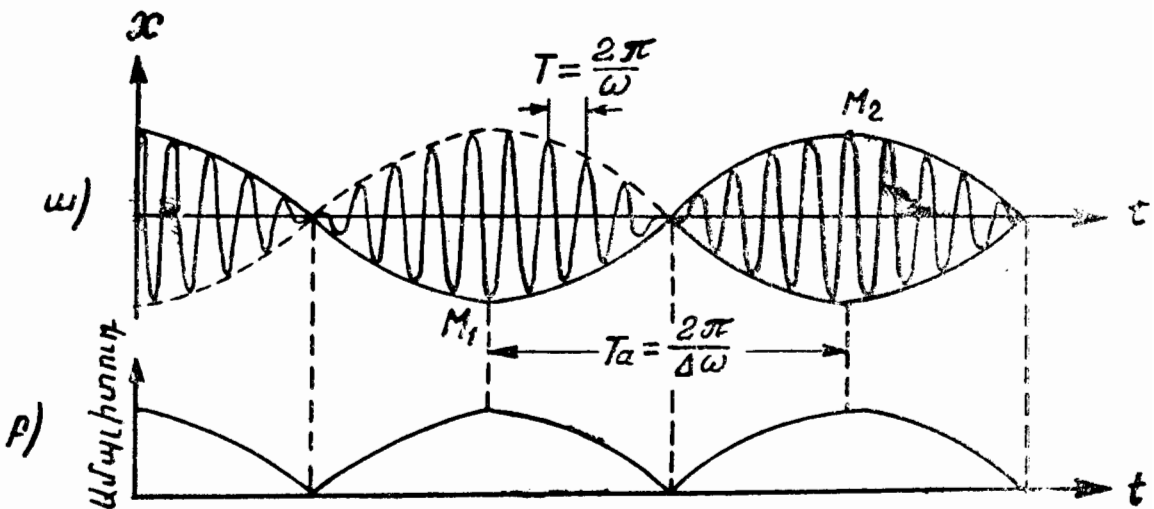
$$x_2 = a \cos (\omega + \Delta\omega) t:$$

Գումարելով այս արտահայտությունները և կիրառելով կոսինուսների գումարման եռանկյունաչափական բանաձևը, կստանանք

$$x = x_1 + x_2 = \left(2a \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right) \cos \omega t \quad (70.1)$$

(երկրորդ արտադրիչի $\Delta\omega/2$ անդամը ω -ի նկատմամբ անտեսում ենք):

(70.1) ֆունկցիայի գրաֆիկը պատկերված է նկ. 173, ա-ում: Գրաֆիկը կառուցված է $\frac{\omega}{\Delta\omega} = 10$ -ի համար:



Նկ. 173

(1.70)³ բանաձևի փակագծերում գտնվող արտադրիչն անհամեմատ ավելի դանդաղ է փոփոխվում, քան երկրորդ

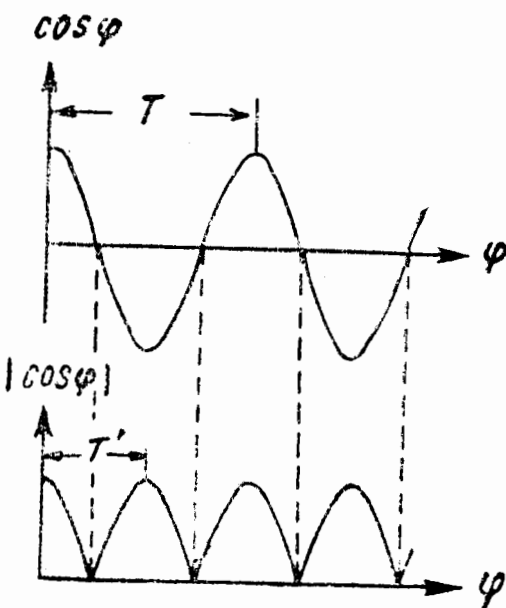
արտադրիչը: Սա տեղի է ունենում այն պատճառով, որ $\Delta\omega \ll \omega$, որի հետևանքով այն ժամանակամիջոցում, երբ $\cos \omega t$ արտադրիչը կատարում է մի քանի լրիվ տատանումներ, փակագծերում գտնվող արտադրիչը գրեթե չի փոփոխվում: Սա մեզ հիմք է տալիս (70.1) տատանումը դիտել որպես ω հաճախությամբ հարմոնիկ տատանում, որի ամպլիտուդը փոփոխվում է որևէ պարբերական օրենքով: Այս օրենքը չի կարող արտահայտել փակագծերում գտնվող արտադրիչը, քանի որ այն փոփոխվում է $-2a$ -ից մինչև $+2a$ սահմաններում, այն դեպքում, երբ ամպլիտուդը սահմանման համաձայն դրական մեծություն է: Ամպլիտուդի գրաֆիկը ցույց է տրված նկ. 173, բ-ում: Ակնհայտ է, որ ամպլիտուդի անալիտիկ արտահայտությունն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\text{ամպլիտուդը} = |2a \cos \frac{\Delta\omega}{2} t| \quad (70.2)$$

(70.2) ֆունկցիան պարբերական ֆունկցիա է, որի հաճախությունը 2 անգամ գերազանցում է մոդուլի նշանի տակ գտնվող արտահայտության հաճախությունը տե՛ս նկ. 174-ը, որտեղ համադրված են կոսինուսի և նրա մոդուլի գրաֆիկները), այսինքն՝ ունի $\Delta\omega$ հաճախություն: Այսպիսով, ամպլիտուդի բաբախման հաճա-

խությունը, որը կոչվում է զարկի հաճախություն, հավասար է գումարվող տատանումների հաճախությունների տարբերությանը:

Նշենք, որ $2a \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$ արտադրիչը որոշում է ոչ միայն ամպլիտուդը, այլև ազդում է տատանման փուլի վրա: Սա ի հայտ է գալիս, օրինակ, այն բանում,



նկ. 174

որ ամպլիտուդի հարևան մաքսիմումներին համապատասխանող շեղումներն ունեն հակառակ նշաններ (տես M_1 և M_2 կետերը նկ. 173, ա-ում):

§ 71. Փոխուղղահայաց տատանումների գումարումը

Քննարկենք երկու ազատություն ունեցող օժտված մի համակարգ, այսինքն՝ այնպիսի համակարգ, որի դիրքը որոշվում է երկու մեծություններով: Օրինակ՝ երկար, թեթև զսպանակից կախված ծանր գնդիկը, որի մյուս ծայրը հողակապով ամրացված է այնպես, որ գնդիկը զսպանակի հետ միասին կարող է ճոճանակաձև տատանումներ կատարել միևնույն հարթության մեջ: Գնդիկի դիրքը կարող ենք որոշել զսպանակի առանցքով և ուղղաձիգ գծով կազմված φ անկյունով և հողակապի առանցքից մինչև գնդիկի կենտրոնը եղած l հեռավորությունով: Գնդիկը կարող է մասնակցել երկու տատանումների, առաջին՝ այն տատանումներին, որոնց դեպքում փոփոխվում է φ անկյունը, և երկրորդ՝ այն տատանումներին, որոնց դեպքում փոփոխվում է l հեռավորությունը: Առաջին տատանման հաճախությունը որոշվում է զսպանակի l երկարությամբ և ծանրության ուժի g արագացմամբ, իսկ երկրորդ տատանման հաճախությունը՝ զսպանակի առաձգականության k գործակցով և գնդիկի m մասսայով: Եթե միաժամանակ գրգռենք երկու տատանումները, ապա գնդիկը, ընդհանրապես ասած, կշարժվի որևէ բարդ հետագծով, որի ձևը կախված է երկու տատանումների հաճախությունների և սկզբնական փուլերի հարաբերակցությունից:

Որպես երկրորդ օրինակ քննարկենք երկար, բարակ թելից կախված ծանր գնդիկը (մաթեմատիկական ճոճանակ¹): Այս գնդիկը կարող է կատարել երկու տատանումներ՝ փոխ-

¹ § 66-ում ենթադրեցինք, որ այսպիսի ճոճանակը տրված հարթության մեջ կատարում է տատանումներ, որի հետևանքով այն կարելի է դիտել որպես մեկ ազատության աստիճան ունեցող համակարգ:

ուղղահայաց ուղղություններով, ընդ որում երկու տատանումների հաճախությունները համընկնում են (երկու հաճախություններն էլ որոշվում են ճոճանակի լերկարությամբ և ծանրության ուժի ցարագացմամբ): Այս դեպքում գնդիկը կշարժվի որևէ կորագիծ հետագծով, որի ձևը կախված է երկու տատանումների փուլերի տարբերությունից:

Անցնենք կոորդինատային x և y առանցքների երկարությամբ և միևնույն ω հաճախությամբ կատարվող երկու փոխուղղահայաց հարմոնիկ տատանումների գումարմանը: Ժամանակի հաշվանքի սկիզբն ընտրենք այնպես, որ առաջին տատանման սկզբնական փուլը հավասար լինի զրոյի: Այդ դեպքում տատանումների հավասարումները կգրվեն հետևյալ ձևով՝

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \omega t, \\ y &= b \cos(\omega t + \alpha), \end{aligned} \right\} \quad (71.1)$$

որտեղ α -ն երկու տատանումների փուլերի տարբերությունն է:

(71.1) արտահայտություններն այն հետագծի պարամետրական ձևով արված հավասարումներն են, որոնցով շարժվում է երկու տատանումներին մասնակցող մարմինը: Հետագծի սովորական տեսքով հավասարումը ստանալու համար պետք է (71.1) հավասարումներից արտաքսել t պարամետրը: Առաջին հավասարումից հետևում է

$$\cos \omega t = \frac{x}{a}; \quad (71.2)$$

Հետևաբար՝

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}; \quad (71.3)$$

Այժմ (71.1) հավասարումներից երկրորդում կոսինուսը վերածենք ըստ կոսինուսի գումարի բանաձևի՝ տեղադրելով

$\cos \omega t$ -ի և $\sin \omega t$ -ի փոխարեն իրենց (71.2) և (71.3) արժեքները: Կստանանք

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} \cos \alpha - \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}:$$

Վերջին հավասարումը ոչ բարդ ձևափոխումներից հետո կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha = \sin^2 \alpha: \quad (71.4)$$

Ինչպես հայտնի է անալիտիկ երկրաչափությունից, (71.4) հավասարումը այն էլիպսի հավասարումն է, որի առանցքները կոորդինատային x և y առանցքների նկատմամբ կողմնորոշված են կամայապես: Էլիպսի կողմնորոշումը և նրա կիսաառանցքի մեծությունը բավականին բարդ ձևով են կախված a և b ամպլիտուդներից և փուլերի α տարբերությունից:

Ուսումնասիրենք հետագծի ձևը մի քանի մասնավոր դեպքերի համար.

1. փուլերի α տարբերությունը հավասար է զրոյի: Այս դեպքում (71.4) հավասարումը ստանում է հետևյալ տեսքը՝

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b} \right)^2 = 0,$$

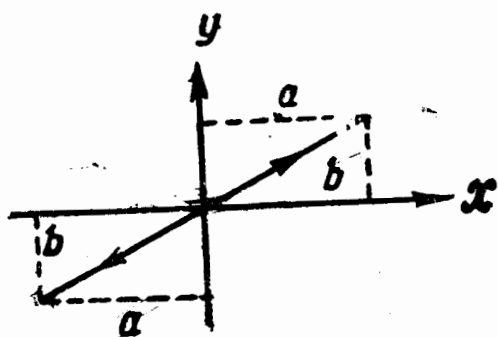
որտեղից ստացվում է ուղղի հետևյալ հավասարումը՝

$$y = \frac{b}{a} x: \quad (71.5)$$

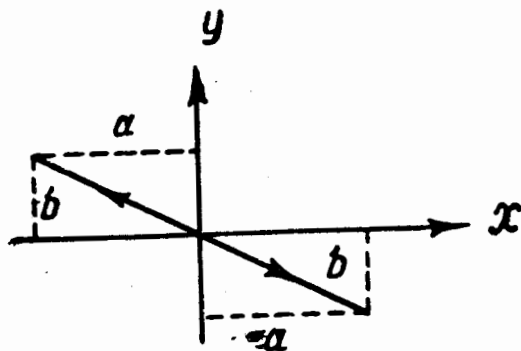
Տատանվող կետը տեղափոխվում է այս ուղղով, ընդ որում նրա հեռավորությունը կոորդինատային առանցքների սկզբնակետից հավասար է՝ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ -ի: Տեղադրելով այստեղ x -ի և y -ի (71.1) արտահայտությունները և հաշվի առնելով, որ $\alpha = 0$, կստանանք ժամանակից կախված r -ի փոփոխման օրենքը՝

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \omega t: \quad (71.6)$$

(71.6)-ից հետևում է, որ արդյունարար շարժումը (71.5) ուղղի երկարությունը $\sqrt{a^2 + b^2}$ ամպլիտուդով և ω հաճախությամբ կատարվող հարմոնիկ տատանում է (նկ. 176):



Նկ. 176



Նկ. 177

2. α փուլերի տարբերությունը հավասար է $\pm\pi$ -ի: (71.4) հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0,$$

որտեղից ստացվում է, որ արդյունարար շարժումը հարմոնիկ տատանում է, որը կատարվում է հետևյալ ուղղի երկարությամբ (նկ. 177)՝

$$y = -\frac{b}{a}x:$$

3. $\alpha = \pm\pi/2$ դեպքում (71.4) հավասարումը ստանում է

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (71.7)$$

տեսքը, այսինքն՝ կոորդինատային առանցքներին բերված էլիպսի հավասարման տեսքը, ընդ որում էլիպսի կիսաառանցքները հավասար են տատանումների համապատասխան ամպլիտուդներին: a և b ամպլիտուդների հավասարության դեպքում էլիպսը վերածվում է շրջանագծի:

$\alpha = +\pi/2$ և $\alpha = -\pi/2$ դեպքերն իրարից տարբերվում

են էլիպսով կամ շրջանագծով կատարվող շարժման ուղղութիւնը: Եթե $\alpha = +\pi/2$, (71.1) հավասարումները կարելի է գրել՝

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \omega t, \\ y &= -b \sin \omega t: \end{aligned} \right\} \quad (71.8)$$

$t=0$ պահին մարմինը գտնվում է 1 կետում (նկ. 178): Ժամանակի հաջորդ պահերին x կոորդինատը փոքրանում է, իսկ y կոորդինատը դառնում է բացասական. հետևաբար, շարժումը կատարվում է ժամացույցի սլաքի պտտման ուղղութիւնը:

$\alpha = -\pi/2$ -ի դեպքում տատանումների հավասարումները ստանում են հետևյալ տեսքը՝

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \omega t, \\ y &= b \sin \omega t: \end{aligned} \right\} \quad (71.9)$$

Այստեղից կարելի է եզրակացնել, որ շարժումը կատարվում է ժամացույցի սլաքի պտտման հակառակ ուղղութիւնը:

Ասվածից հետևում է, որ R շառավիղ ունեցող շրջանագծով ω անկյունային արագութիւնով կատարվող հավասարաչափ շարժումը կարելի է ներկայացնել երկու ուղղահայաց տատանումների գումարի տեսքով՝

$$\left. \begin{aligned} x &= R \cos \omega t, \\ y &= \pm R \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (71.10)$$

(y -ի արտահայտութիւն մեջ « $+$ » նշանը համապատասխանում է ժամացույցի սլաքի պտտման հակառակ ուղղութիւնը կատարվող շարժմանը, իսկ « $-$ » նշանը՝ ժամացույցի սլաքի ուղղութիւնը կատարվող շարժմանը):

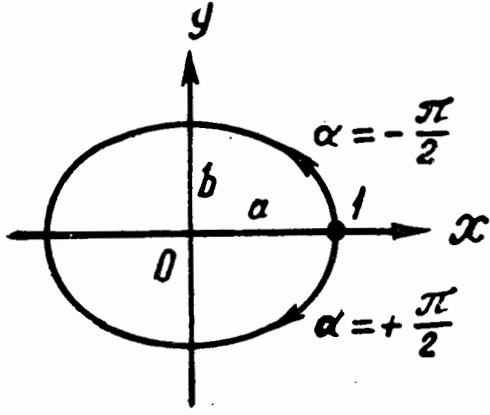
Վերջում նշենք, որ այն դեպքում, երբ փոխուղղահայաց տատանումների հաճախութիւններն իրարից տարբերվում են շատ փոքր $\Delta\omega$ մեծութիւնով, ապա նրանց կարելի է դիտել որպէս միատեսակ հաճախութիւններով, սակայն դանդաղ փոփոխվող փուլերի տարբերութիւնով կատարվող տատանում-

Ներքև: Իրոք, տատանումների հավասարումները կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով՝

$$x = a \cos \omega t,$$

$$y = b \cos[\omega t + (\Delta\omega t + \alpha)],$$

և $\Delta\omega t + \alpha$ արտահայտությունը դիտել որպես ժամանակի ընթացքում գծային օրենքով դանդաղ փոփոխվող փուլերի տարբերություն:



Նկ. 178

Այդ դեպքում արդյունաբար շարժումը տեղի է ունենում դանդաղ կերպով իր ձևը փոխող մի կորով, որը հաջորդաբար ընդունում է փուլերի տարբերության բոլոր արժեքներին ($-\pi$ -ից մինչև $+\pi$) համապատասխանող ձևերը:

§ 72. Լիսաժուի պատկերներ

Եթե փոխուղղահայաց տատանումների հաճախությունները միատեսակ չեն, արդյունաբար շարժման հետագիծն ունի բավականին բարդ կորերի տեսք, որոնք կոչվում են Լիսաժուի պատկերներ: Նկ. 179-ում ցույց է տրված պարզագույն հետագծերից մեկը, որը ստացվում է, երբ հաճախությունների հարաբերությունը հավասար է 1:2-ի, իսկ փուլերի տարբերությունը՝ $\pi/2$ -ի:

Տատանումների հավասարումներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

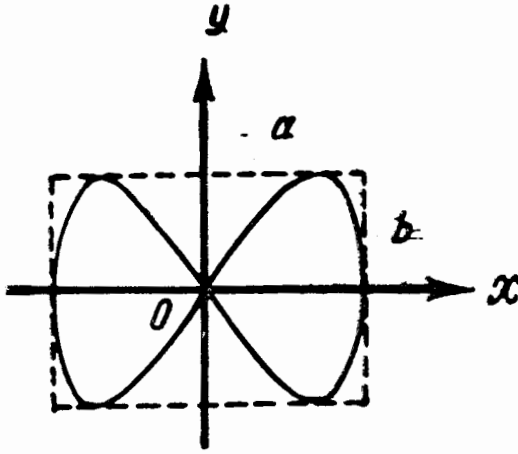
$$x = a \cos \omega t,$$

$$y = b \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right):$$

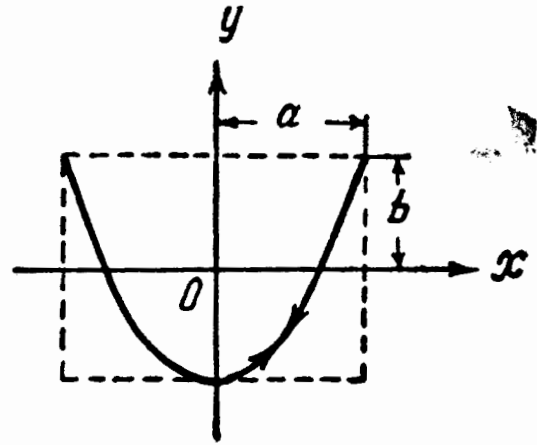
Այն ժամանակամիջոցը, որի ընթացքում x առանցքի երկարությամբ կետը հասցնում է տեղափոխվել մեկ ժայռագույն վիճակից դեպի մյուսը, y առանցքի երկարությամբ, դուրս գալով զրոյական վիճակից, հասնում է ժայռագույն

վիճակներից մեկին, ապա՝ մյուսին և վերագառնում է զրոյական վիճակին:

Երբ հաճախությունների հարաբերությունը 1:2-ի է, իսկ փուլերի աարբերությունը՝ զրո, հետագիծը փոխակերպվում



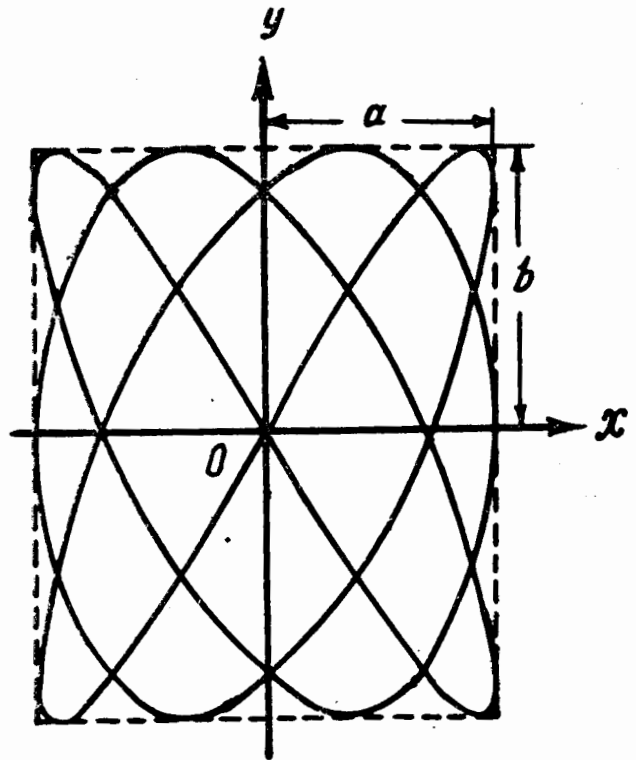
Նկ. 179



Նկ. 180

է ոչ փակ կորի (Նկ. 180), որով կետը շարժվում է այս ու այն կողմ:

Որքան տատանումների հաճախությունների հարաբերությունն արտահայտող ուսցիոնալ կոտորակը մոտ է մեկին, այնքան ավելի բարդ է կիսաժուի պատկերը: Նկ. 181-ում որպես օրինակ ցույց է տրված մի կոր, որը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ հաճախությունների հարաբերությունը 3:4-ի է, իսկ փուլերի աարբերությունը՝ $\pi/2$:



Նկ. 181

§ 73. Մարող տատանումներ

Հարմոնիկ տատանումների հավասարումն արտածելիս ենթադրեցինք, որ տատանվող կետը գտնվում է միայն քվադրատաձևական ուժի ազդեցության տակ: Սակայն ցանկացած ռեալ տատանողական համակարգում միշտ գոյություն ունեն դիմադրության ուժեր, որոնց ազդեցությունը փոքրացնում է համակարգի էներգիան: Եթե էներգիայի նվազումը չի լրացվում արտաքին ուժերի կատարած աշխատանքի հաշվին, տատանումները մարում են:

Քննարկենք ազատ կամ սեփական մարող տատանումները: Ազատ տատանումների դեպքում համակարգն արտաքին ուժերի ազդեցության տակ հավասարակշռության դիրքից դուրս գալուց կամ արտաքին ուժերի հաշվին սկզբնական հրում ստանալուց հետո հետագայում թողնվում է ինքն իրեն և գտնվում է միայն քվադրատաձևական ու միջավայրի դիմադրության ուժերի ազդեցության տակ: Սահմանափակվենք փոքր տատանումների քննարկումով: Այս դեպքում համակարգի արագությունը նույնպես կլինի փոքր, իսկ ոչ մեծ արագությունների դեպքում՝ դիմադրության ուժը ուղիղ համեմատական արագության մեծությունը, այսինքն՝

$$\dot{f}_r = -rv = -r\dot{x}, \quad (73.1)$$

որտեղ r -ը հաստատուն է և կոչվում է դիմադրության գործակից, «—» նշանը պայմանավորված է նրանով, որ \dot{f}_r -ը և v -ն ունեն հակառակ ուղղություններ:

Տատանվող մարմնի համար գրենք նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը՝

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}:$$

Այն արտագրենք հետևյալ ձևով՝

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0, \quad (73.2)$$

որտեղ o գտագործված են հետևյալ նշանակումները՝

$$2\beta = \frac{\tau}{m}, \quad (73.3)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}. \quad (73.4)$$

Նշենք, որ ω_0 -ն այն հաճախությունն է, որով կկատարվեն համակարգի ազատ տատանումները միջավայրի դիմադրություն բացակայության դեպքում, այսինքն՝ $\tau = 0$ -ի դեպքում: Այս հաճախությունը կոչվում է համակարգի տատանումների սեփական հաճախություն:

Հարմոնիկ օսցիլյատորի դեպքում տատանումների մեծությունը, որը որոշվում է a ամպլիտուդով, մնում է հաստատուն: Միջավայրի դիմադրության առկայությունից տատանումների մեծությունը փոքրանում է: Ուստի փորձենք (73.2) հավասարման լուծումը որոնել հետևյալ տեսքով՝

$$x = a(t) \cos(\omega t + \alpha), \quad (73.5)$$

որտեղ $a(t)$ -ն ժամանակից կախված որևէ ֆունկցիա է:

Ածանցելով (73.5)-ն ըստ t -ի, կգտնենք \dot{x} -ը և \ddot{x} -ը:

$$\dot{x} = \dot{a} \cos(\omega t + \alpha) - a\omega \sin(\omega t + \alpha),$$

$$\ddot{x} = \ddot{a} \cos(\omega t + \alpha) - 2\dot{a}\omega \sin(\omega t + \alpha) - a\omega^2 \cos(\omega t + \alpha):$$

Այս արտահայտությունը (73.2) հավասարման մեջ տեղադրելով և ոչ բարդ ձևափոխություններ կատարելով, կստանանք

$$[\ddot{a} + 2\beta\dot{a} + (\omega_0^2 - \omega^2)a] \cos(\omega t + \alpha) - 2\omega[\dot{a} + \beta a] \sin(\omega t + \alpha) = 0:$$

Ստացված հավասարումը t -ի ցանկացած արժեքներով բավարարելու համար, անհրաժեշտ է $\cos(\omega t + \alpha)$ -ի և

$\sin(\omega t + \alpha)$ -ի առջևում գտնվող գործակիցները հավասարեցնել զրոյի: Այսպիսով, ստանում ենք հետևյալ երկու հավասարումները՝

$$\dot{a} + \beta a = 0, \quad (73.6)$$

$$\ddot{a} + 2\beta\dot{a} + (\omega_0^2 - \omega^2) a = 0: \quad (73.7)$$

(73.6) հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{da}{dt} = -\beta a, \quad \text{որտեղից} \quad \frac{da}{a} = -\beta dt:$$

Վերջին հավասարման ինտեգրումից ստացվում է $\ln a = -\beta t + \ln a_0$, որտեղ $\ln a_0$ -ով նշանակված է ինտեգրման հաստատունը: Վերջապես, ձևափոխելով վերջին առնչությունը, $a(t)$ -ի համար կստանանք

$$a = a_0 e^{-\beta t}: \quad (73.8)$$

Հեշտ է նկատել, որ $\dot{a} = -\beta a$ և $\ddot{a} = \beta^2 a$: Այս արժեքները (73.7) հավասարման մեջ տեղադրելով, կստանանք

$$\beta^2 a - 2\beta^2 a + (\omega_0^2 - \omega^2) a = 0,$$

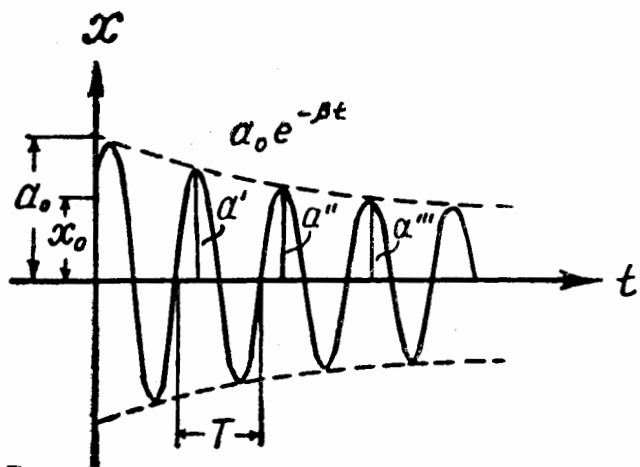
որը զրոյից տարբեր a արտապրիչով կրճատելով կստանանք ω^2 -ի արժեքը՝

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2: \quad (73.9)$$

$\omega_0^2 > \beta^2$ պայմանի դեպքում ω -ն կլինի իրական, և (73.2) դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել (73.5)-ի տեսքով: Այսպիսով, ոչ շատ մեծ մարման դեպքում ($\beta < \omega_0$ -ի դեպքում) տատանումները նկարագրվում են հետևյալ ֆունկցիայով՝

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha): \quad (73.10)$$

Այս ֆունկցիայի գրաֆիկը տրված է նկ. 182-ում: Կետա-
գծերով ցույց են տրը-
ված այն սահմանները,
որոնցով պարփակված
է տատանվող կետի x
շեղումը: Համակարգի
(73.10) ֆունկցիայի
տեսքով կատարվող
շարժումը կարելի է
գիտել որպես (73.8)



Նկ. 182

օրենքով փոփոխվող ամպլիտուդով և ω հաճախությամբ տեղի
ունեցող հարմոնիկ տատանում: Նկ. 182-ում պատկերված
կետագիծ կորերից վերևինը $a(t)$ ֆունկցիայի գրաֆիկն է, ընդ
որում a_0 -ն ժամանակի սկզբնական պահի ամպլիտուդն է:
Սկզբնական x_0 շեղումը, a_0 -ից բացի, կախված է նաև սկզբ-
նական α փուլից, այսինքն՝ $x_0 = a_0 \cdot \cos \alpha$ (նկ. 182):

Տատանումների մարման արագությունը որոշվում է $\beta = r/2m$
մեծությամբ, որը կոչվում է մարման գործակից: Գտնենք
այն ժամանակը՝ τ , որի ընթացքում ամպլիտուդը փոքրա-
նում է e անգամ: Ըստ սահմանման $e^{-\beta\tau} = e^{-1}$, որտեղից
 $\beta\tau = 1$: Հետևաբար, մարման գործակցի մեծությունը հակա-
դարձ համեմատական է այն ժամանակամիջոցին, որի ըն-
թացքում ամպլիտուդը փոքրանում է e անգամ:

(73.9) բանաձևի համաձայն մարող տատանումների պար-
բերությունը՝

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \quad (73.11)$$

Միջավայրի աննշան դիմադրության դեպքում ($\beta^2 \ll \omega_0^2$)
տատանումների պարբերությունը գործնականորեն հավասար
է $T_0 = 2\pi/\omega_0$ -ի: Մարման գործակցի աճման հետ մեծանում
է նաև տատանումների պարբերությունը:

Հետագա առավելագույն շեղումները որևէ կողմի վրա
(օրինակ, a' , a'' , a''' և այլն, նկ. 182-ում) կազմում են
երկրաչափական պրոգրեսիա: Իրոք, եթե $a' = a_0 e^{-\beta t}$, ապա

$a'' = a_0 e^{-\beta(t+T)} = a' e^{-\beta T}$, $a''' = a_0 e^{-\beta(t+2T)} = a'' e^{-\beta T}$ և այլն: Ընդհանրապես մի պարբերությունում իրարից տարբերվող ժամանակի պահերին համապատասխանող ամպլիտուդների արժեքների հարաբերությունը՝

$$\frac{a(t)}{a(t+T)} = e^{\beta T};$$

Այս հարաբերությունը կոչվում է մարման դեկրեմենտ, իսկ նրա լոգարիթմը՝ մարման լոգարիթմական դեկրեմենտ.

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T; \quad (73.12)$$

Վերջին մեծությունը սովորաբար օգտագործում են տատանումների մարումը բնութագրելու համար: Արտահայտելով β -ն λ -ի և T -ի միջոցով, (73.12)-ի համաձայն ամպլիտուդի նվազման օրենքը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$a = a_0 e^{-\frac{\lambda}{T} t}$$

τ ժամանակում, որի ընթացքում ամպլիտուդը փոքրանում է e անգամ, համակարգը հասցնում է կատարել $N_e = \tau/T$ տատանումներ: $e^{-\lambda \frac{\tau}{T}} = e^{-1}$ պայմանից $\lambda \frac{\tau}{T} = \lambda N_e = 1$: Հետևաբար, մարման լոգարիթմական դեկրեմենտի մեծությունը հակադարձ համեմատական է այն տատանումների թվին, որոնք կատարվում են այնքան ժամանակում, որի ընթացքում ամպլիտուդը փոքրանում է e անգամ:

Տատանվող համակարգը բնութագրելու համար հաճախ օգտագործվում է նաև

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e \quad (73.13)$$

մեծությունը, որը կոչվում է տատանողական համակարգի լավ որակության թիվ: Ինչպես երևում է սահմանումից, լավ որակությունն ուղիղ համեմատական է այն τ ժամանակում

համակարգի կատարած տատանումների թվին՝ N_e , որի ընթացքում տատանման ամպլիտուդը փոքրանում է e անգամ:

Գտնենք մարող տատանումներ կատարող համակարգի իմպուլսը: Ածանցելով (73.10) ֆունկցիան ըստ ժամանակի և ստացված արդյունքը բազմապատկելով m մասսայով, կստանանք

$$p = m\dot{x} = -ma_0 e^{-\beta t} [\beta \cos(\omega t + \alpha) + \omega \sin(\omega t + \alpha)]:$$

Այս արտահայտությունը ձևափոխելով, կարելի է գրել

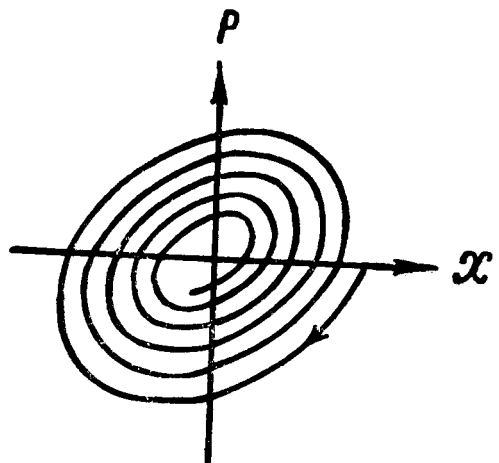
$$p = p_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \phi), \quad (73.14)$$

որտեղ $p_0 = ma_0 \sqrt{\omega^2 + \beta^2} = ma_0 \omega_0$,

իսկ ϕ -ն բավարարում է հետևյալ պայմանին՝

$$\operatorname{tg} \phi = -\frac{\omega}{\beta}:$$

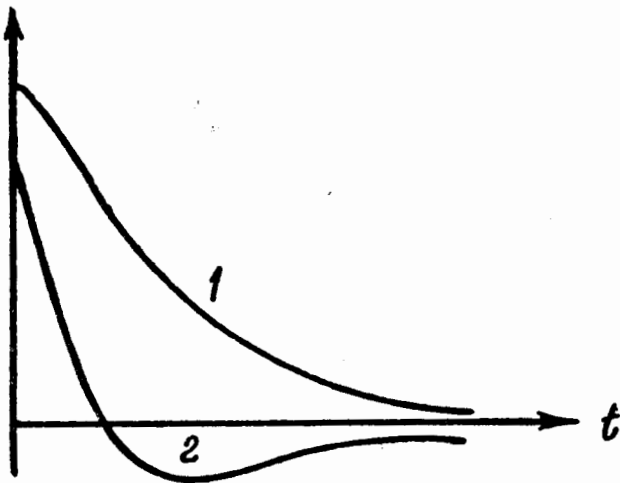
Եթե չլիներ $e^{-\beta t}$ արտադրիչը, ապա t -ն (73.10) և (73.14) հավասարումներից արտաքսելով, ինչպես կատարեցինք 71-ում, կստանայինք կոորդինատային առանցքների նկատմամբ շրջված էլիպսի հավասարումը՝ արտահայտված x և p կոորդինատներով: $e^{-\beta t}$ էքսպոնենցիալ արտադրիչի առկայությունը դեպքում էլիպսը վերածվում է ոլորվող պարուրազրծի (նկ. 183): Այս պարուրազրծը մարող տատանման փուլային հետագիծն է: Այն կոորդինատային առանցքների նըկատմամբ այնքան ավելի ուժեղ թեքված կլինի, որքան ավելի մեծ լինի մարման β գործակիցը: (73.11) բանաձևից հետևում է, որ $\omega_0^2 - \beta^2 = 0$ դեպքում տատանումների պարբերությունը ձգտում է անսահմանություն, այսինքն՝ շարժումը դադարում է պարբերական լինելուց: Համապատասխան մաթեմատիկական անալիզը ցույց է տալիս, որ



Նկ. 183

$\omega_0^2 - \beta^2 \leq 0$ դեպքում շարժումը կրում է ոչ պարբերական բնույթ, այսինքն՝ հավասարակշռության դիրքից դուրս հանված համակարգը վերադառնում է հավասարակշռության դիրքին առանց տատանումներ կատարելու: Նկ. 184-ում ցույց են տրված համակարգի՝ հավասարակշռության դիրքին վերադառնալու երկու հնարավոր եղանակները ոչ պարբերական շարժման դեպքում: Թե որ եղանակով է համակարգը վերադառնում հավասարակշռության դիրքին, կախում ունի սկզբնական պայմաններից: Չ կորով պատկերված շարժումը ստացվում է այն դեպքում, երբ համակարգը սկսում է շարժվել x_0 շեղումով բնութագրվող վիճակից դեպի հավասարակշռության դիրքը այնպիսի v_0 սկզբնական արագությամբ, որը որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

$$|v_0| > |x_0| (\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}):$$



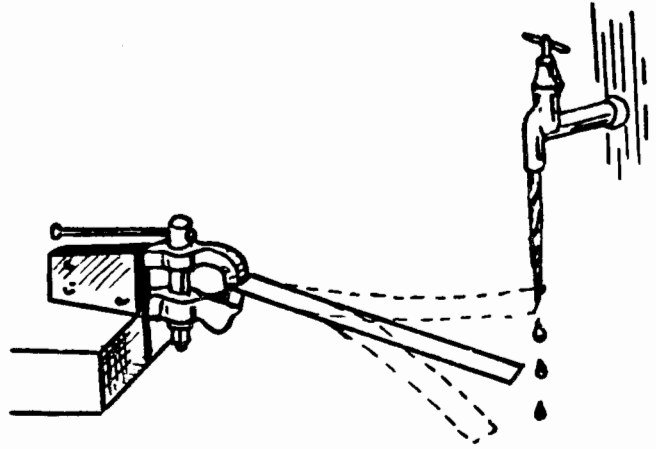
Նկ. 184

§ 74. Ինքնատատանումներ

Մարող տատանումների դեպքում համակարգի էներգիան ծախսվում է միջավայրի դիմադրությունը հաղթահարելու վրա: Եթե էներգիայի այս նվազումը լրացնենք, տատանումները կլինեն չմարող: Համակարգի էներգիան կարելի է լրացնել արտաքին հրումներով: Սակայն այս հրումները հա-

մակարգին պետք է հաղորդվեն նրա տատանումների տակ-
տով, այլապես նրանք կարող են թուլացնել և նույնիսկ բո-
լորովին դադարեցնել տատանումները: Կարելի է այնպես
անել, որ տատանվող համակարգը ինքը ղեկավարի արտա-
քին ազդեցությունը՝ ապահովելով համակարգի շարժման և
նրան հաղորդվող հրումների համաձայնեցվածությունը: Այս-
պիսի համակարգը կոչվում է ի ն ք ն ա տ ա տ ա ն վ ո ղ, ի ս կ
նրա կատարած չմարող տատանումները՝ ի ն ք ն ա տ ա տ ա-
ն ու մ ն ե ր:

Որպես պարզագույն ինքնատատանվող համակարգի օրինակ
քննարկենք նկ. 185-ում պատկերված սարքը: Ճկուն առաձ-
գական քանոնը մի կողմով անշարժ սեղմված է: Եթե քա-
նոնի ազատ ծայրը
ներքև քաշենք և բաց
թողենք, քանոնը կըս-
կըսի կատարել մարող
տատանումներ: Տա-
տանումները կարելի
է չմարող դարձնել,
եթե ջրի շիթը քանո-
նի ծայրի վրա ուղ-
ղենք այնպես, որ
շիթը դիպչի քանոնին

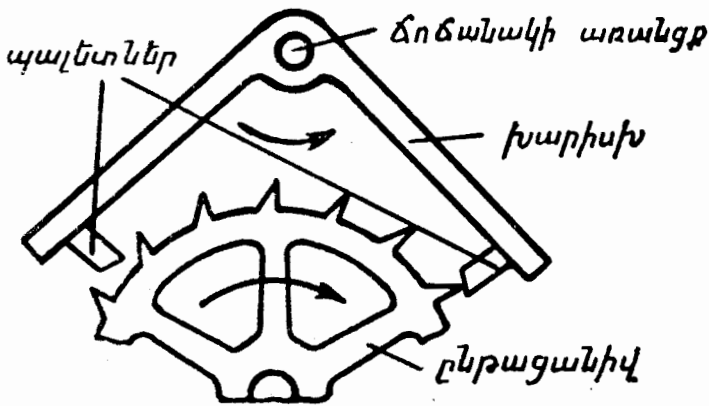


նկ. 185

այն պահին, երբ այն գտնվում է վերևի եզրային դիրքում:
Շիթի հարվածները քանոնի ծայրին լրացնում են տատա-
նումների նվազումը, որը պայմանավորված է շփումով:

Որպես ինքնատատանվող համակարգի երկրորդ օրինակ
քննարկենք ժամացույցի մեխանիզմը: Ժամացույցի ճոճա-
նակը ծոված լծակի՝ խարիսխի հետ զետեղված են մեկ
առանցքի վրա (նկ. 186): Խարիսխի ծայրերն ունեն հատուկ
ձևի ելուստներ, որոնք կոչվում են պալետներ: Ատամ-
նավոր ընթացանիվը գտնվում է շղթայից կախված ծանրոց-
ների կամ ոլորված զսպանակի ազդեցության տակ, որոնք
ձգտում են այն պտտեցնել ժամացույցի սլաքի շարժման
ուղղությամբ: Սակայն ժամանակի մեծ մասի ընթացքում

անիվն իր մեկ ատամով հենվում է այս կամ այն պալետի կողքի մակերեսի վրա (պալետը ճոճանակի ճոճման ժամա-



Նկ. 186

նակ սահում է ատամի մակերեսով): Միայն այն պահերին, երբ ճոճանակը գտնվում է միջին դիրքին մոտիկ, պալետները գաղարում են խափանել ատամի ճանապարհը, և ընթացանիվը պտտվում է, հրելով խարիսխը՝ պալետի թեք կտրվածք ունեցող մակերեսի վրայով իր կատարով սահող ատամի միջոցով: Ճոճանակի ճոճման լրիվ ցիկլի ընթացքում (պարբերության ընթացքում) ընթացանիվը պտտվում է երկու ատամի չափով, և պալետներից յուրաքանչյուրը ստանում է մեկ հրում: Վերև բարձրացված ծանրոցի կամ ոլորված զսպանակի էներգիայի հաշվին այս հրումների միջոցով լրացվում է շփման հետևանքով առաջացած ճոճանակի էներգիայի նվազումը:

§ 75. Ստիպողական տատանումներ

Ստիպողական կոչվում են այն տատանումները, որոնք տատանողական համակարգում առաջանում են պարբերաբար փոփոխվող արտաքին ուժի ազդեցության տակ (այս ուժը կանվանենք ստիպող ուժ): Դիցուք ստիպող ուժը ժամանա-

կի ընթացքում փոփոխվում է հետևյալ հարմոնիկ օրենքով՝

$$f = F_0 \cos \omega t, \quad (73.1)$$

Շարժման հավասարումը կազմելիս պետք է, ստիպող ուժից բացի, նկատի ունենալ նաև այն ուժերը, որոնք գործում են համակարգում ազատ տատանումներ կատարելու դեպքում, այսինքն՝ քվադրատաձգական ուժը և միջավայրի դիմադրություն ուժը: Ենթադրելով որ տատանումները բավականաչափ փոքր են, կարելի է համարել, որ դիմադրություն ուժն ուղիղ համեմատական է արագությունը: Այս դեպքում շարժման հավասարումը կգրվի հետևյալ ձևով՝

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t:$$

Բաժանելով այս հավասարումը m -ի վրա և տեղափոխելով x -ը և \dot{x} -ը ձախ կողմը, կստանանք երկրորդ կարգի ոչ համասեռ գծային դիֆերենցիալ հավասարում՝

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (73.2)$$

որտեղ $f_0 = \frac{F_0}{m}$, $\beta = \frac{r}{2m}$ -ը մարման գործակիցն է,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{-ը՝ համակարգի տատանումների սե-$$

փական հաճախությունը:

Ինչպես հայտնի է դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունից, ոչ համասեռ հավասարման ընդհանուր լուծումը հավասար է համապատասխան համասեռ հավասարման և ոչ համասեռ հավասարման մասնակի լուծումների գումարին: Համասեռ հավասարման ընդհանուր լուծումը, ինչպես գիտենք [տե՛ս (73.10) ֆունկցիան, որը (73.2) հավասարման ընդհանուր լուծումն է], ունի հետևյալ տեսքը՝

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \alpha'), \quad (73.3)$$

որտեղ $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, իսկ a_0 -ն և α' -ը՝ կամայական հաստատուններ են:

Մնում է գտնել (75.2) հավասարման մասնակի (կամայական հաստատուններ չպարունակող) լուծումը: Ենթադրենք, թե այս լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

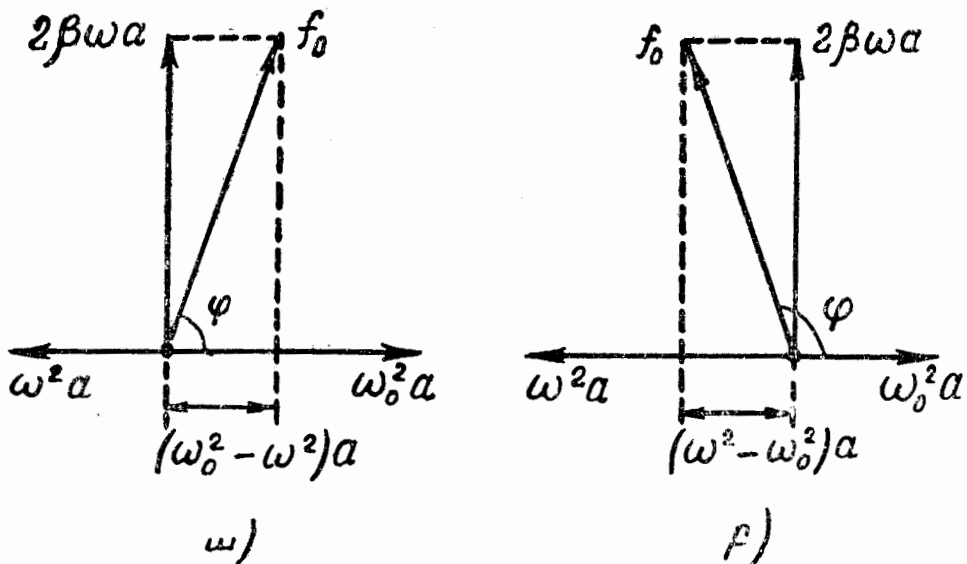
$$x = a \cos(\omega t - \varphi) \quad (75.4)$$

(ավյալ դեպքում հարմար է սկզբնական փուլը α -ի փոխարեն նշանակել $-\varphi$ -ով): Վեկտորական դիագրամի միջոցով (տե՛ս § 68 և § 69) հեշտ է համոզվել, որ մեր ենթադրությունն իրավացի է, և այդ դիագրամի միջոցով կարելի է որոշել նաև α -ի և φ -ի այն արժեքները, որոնց դեպքում (75.4) ֆունկցիան բավարարում է (75.2) հավասարմանը: Ածանցելով (75.4)-ը ըստ ժամանակի, (75.2) հավասարման առաջին երկու անդամները կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$2\beta \dot{x} = -2\beta \omega a \sin(\omega t - \varphi) = 2\beta \omega a \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (75.5)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 a \cos(\omega t - \varphi) = \omega^2 a \cos(\omega t - \varphi + \pi): \quad (75.6)$$

Ինչպես հետևում է (75.2)-ից, $f_0 \cos \omega t$ հարմոնիկ տատանումը նույն հաճախությամբ կատարվող երեք հարմոնիկ



տատանումների գումար է, այսինքն՝ (75.6), (75.5) և $\omega_0^2 x = \omega_0^2 a \cos(\omega t - \varphi)$ տատանումների գումար: Եթե վերջին տատանումը պատկերենք դեպի աջ ուղղված $\omega_0^2 a$ երկարությամբ վեկտորով (նկ. 187), ապա (75.5) տատանումը կպատկերվի $2\beta\omega a$ երկարությամբ վեկտորով, որը $\omega_0^2 x$ վեկտորի նկատմամբ շրջված է ժամացույցի սլաքի պտտման հակառակ կողմը $\pi/2$ անկյունով, իսկ (75.6) տատանումը կպատկերվի $\omega^2 a$ երկարությամբ վեկտորով, որը $\omega_0^2 x$ վեկտորի նկատմամբ շրջված է π անկյունով:

(75.2) հավասարումը բավարարելու համար վերոհիշյալ երեք վեկտորների վեկտորական գումարը պետք է համընկնի $f_0 \cos \omega t$ տատանումը պատկերող վեկտորի հետ: Այսպիսի համընկնումը հնարավոր է միայն a ամպլիտուդի այն արժեքի դեպքում, որը որոշվում է հետևյալ պայմանից (նկ. 187, ա)՝

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 a^2 + 4\beta^2 \omega^2 a^2 = f_0^2,$$

որտեղից

$$a = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (75.7)$$

Նկ. 187, ա-ն համապատասխանում է $\omega < \omega_0$ դեպքին: $\omega > \omega_0$ դեպքին համապատասխանող նկ. 187, բ-ից ստացվում է a -ի նույնպիսի արժեք:

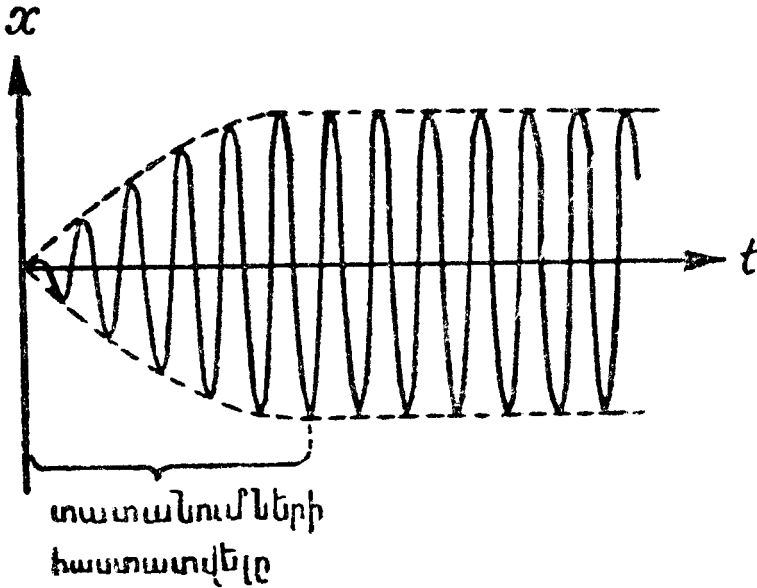
Նկ. 187-ը հնարավորութուն է տալիս որոշել նաև փուլի այն φ արժեքը, որով (75.4) ստիպողական տատանումը ետ է մնում այդ տատանումը պայմանավորող (75.1) ստիպող ուժից: Նկարից հետևում է

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (75.8)$$

Տեղադրելով (75.4)-ի մեջ (75.7) և (75.8) բանաձևերով որոշվող a -ի և φ -ի արժեքները, կստանանք ոչ համասեռ (75.2) հավասարման մասնակի լուծումը՝

$$x = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos\left(\omega t - \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right). \quad (75.9)$$

(75.9) Ֆունկցիայի և (75.3)-ի գումարը տալիս է ստիպողական տատանումների դեպքում համակարգի վարքը նկարագրող (75.2) հավասարման ընդհանուր լուծումը: (75.3) գումարելին զգալի դեր է խաղում միայն ընթացքի սկզբնական ստադիայում, այսպես ասած, տատանումների հաստատման ստադիայում (նկ. 188):



Նկ. 188

Ժամանակի ընթացքում $e^{-\beta t}$ էքսպոնենցիալ արտադրիչի առկայությունամբ (75.3) գումարելիի դերն առավել փոքրանում է, և բավականաչափ անցնելուց հետո այն կարելի է անտեսել՝ լուծման մեջ պահպանելով միայն (75.9) գումարելին:

Այսպիսով, (75.9) ֆունկցիան նկարագրում է հաստատված ստիպողական տատանումները: Դրանք հարմոնիկ տատանումներ են, որոնց հաճախությունը հավասար է ստիպող ուժի հաճախությանը: Ստիպողական տատանումների (75.7) ամպլիտուդն ուղիղ համեմատական է ստիպող ուժի ամպլիտուդին: Տվյալ տատանողական համակարգի (որոշակի ω_0 -ով և β -ով) ամպլիտուդը կախված է ստիպող ուժի հաճախությունից: Ստիպողական տատանումները ետ են մընում ըստ փուլի ստիպող ուժից, ընդ որում այդ ետ մնա-

լու ֆ արժեքը նույնպես կախված է ստիպող ուժի հաճախությունից [տե՛ս (75.8)]:

Ստիպողական տատանումների ամպլիտուդի՝ ստիպող ուժի հաճախությունից կախվածությունը հանգեցնում է նրան, որ տվյալ համակարգի որևէ որոշակի հաճախության դեպքում տատանումների ամպլիտուդը հասնում է իր մաքսիմալ արժեքին: Պարզվում է, որ տատանողական համակարգը առանձնապես զգայուն է ստիպող ուժի ազդեցությունը այդ հաճախության դեպքում: Այս երևույթը կոչվում է *ռեզոնանս*, իսկ համապատասխան հաճախությունը՝ *ռեզոնանսային հաճախություն*:

Ռեզոնանսային $\omega_{\text{ռեզ.}}$ հաճախությունը որոշելու համար պետք է գտնել (75.7) ֆունկցիայի մաքսիմումը կամ, որ նույնն է, հայտարարում արմատանշանի առկա գտնվող արտահայտության մինիմումը: Ածանցելով այդ արտահայտությունն ըստ ω -ի և ստացված արդյունքը հավասարեցնելով զրոյի, կտանանք $\omega_{\text{ռեզ.}}$ որոշող պայմանը.

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\beta^2\omega = 0: \quad (75.10)$$

(75.10) հավասարումն ունի երեք լուծում. $\omega = 0$ և $\omega = \pm \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$: Զրոյի հավասար լուծումը համապատասխանում է հայտարարի մաքսիմումին: Մնացած երկու լուծումներից բացասականը պետք է դեն նետել, քանի որ այն ոչ մի ֆիզիկական իմաստ չունի (հաճախությունը բացասական լինել չի կարող): Այսպիսով, *ռեզոնանսային հաճախության համար ստացվում է մեկ արժեք, այսինքն՝*

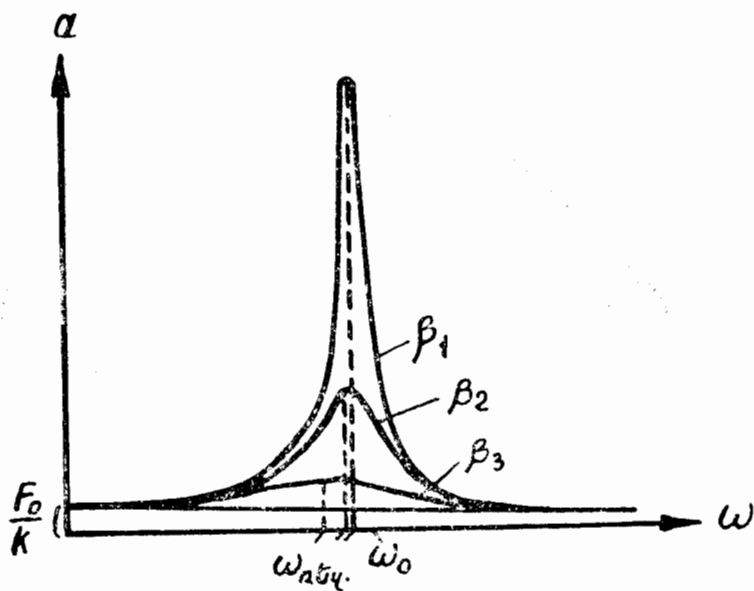
$$\omega_{\text{ռեզ.}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}: \quad (75.11)$$

Տեղադրելով հաճախության այս արժեքը (75.7)-ի մեջ, կտանանք ամպլիտուդի արտահայտությունը *ռեզոնանսի դեպքում՝*

$$a_{\text{ռեզ.}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}: \quad (75.12)$$

(75.12)-ից երևում է, որ միջավայրի զիմադրության

բացակայութիւն զեպքում ռեզոնանսի ժամանակ ամպլի-
տուդը ձգտում է անսահմանութիւն: (75.11)-ի համաձայն
նույնպիսի պայմանների զեպքում ($\beta = 0$ -ի զեպքում) ռե-
զոնանսային հաճախութիւնը համընկնում է համակարգի
տատանումների սեփական ω_0 հաճախութիւն հետ: Ստիպո-
ղական տատանումների ամպլիտուդի կախումը ստիպող ուժի
հաճախութիւնից, կամ, որ նույնն է՝ տատանումների հա-
ճախութիւնից, գրաֆիկորեն ցույց է տրված նկ. 189-ում:
Գրաֆիկի վրա ցույց տրված առանձին կորերը համապա-
տասխանում են β պարամետրի տարբեր արժեքներին:
(75.11)-ի և (75.12)-ի համաձայն որքան ավելի փոքր է
 β -ն, այնքան ավելի վերև և զեպի աջ է գտնվում տվյալ
կորի մաքսիմումը: Շատ մեծ մարման զեպքում (այնպիսի,
որ $2\beta^2 > \omega_0^2$) ռեզոնանսային հաճախութիւն արտահայտու-
թիւնը դառնում է կեղծ: Սա նշանակում է, որ այսպիսի
պայմանների զեպքում ռեզոնանս տեղի չի ունենում, այս-
ինքն հաճախութիւնը մեծացնելիս ստիպողական տատա-



Նկ. 189

նումների ամպլիտուդը մոնոտոն նվազում է (ամենաներ-
քի կորը նկ. 189-ում): Նկ. 189-ում պատկերված (75.4)
ֆունկցիայի β պարամետրի տարբեր արժեքներին համա-
326

պատասխանող գրաֆիկների ամբողջությունը կոչվում է *ուեզոնանսային կորեր*:

Ռեզոնանսային կորերի մասին մի դիտողություն ևս կարելի է անել: ω -ն զրոյի ձգտելու դեպքում բոլոր կորերը հանգում են միևնույն, զրոյից տարբեր f_0/ω_0^2 -ի հավասար սահմանային արժեքին, այսինքն՝ F_0/k -ին: Այս արժեքը այն շեղումն է հավասարակշռությունից, որ ստանում է համակարգը F_0 -ի հավասար հաստատուն ուժի ազդեցություն տակ: ω -ն անսահմանություն ձգտելու դեպքում բոլոր կորերն ասիմպտոտիկորեն ձգտում են զրոյի, քանի որ մեծ հաճախությունից հեռանալու ժամանակ այնպես արագ է փոխում իր ուղղությունը, որ համակարգը չի հասցնում նկատելիորեն տեղաշարժվել հավասարակշռությունից: Վերջապես նշենք, որ որքան ավելի փոքր է β -ն, այնքան ամպլիտուդն ավելի արագ է փոփոխվում ռեզոնանսի մոտակայքում՝ հաճախությունից փոփոխությունից կախված, այսինքն՝ այնքան ավելի «սուր» է մաքսիմումը:

(75.2) բանաձևից բխում է, որ փոքր մարման դեպքում (այսինքն՝ $\beta \ll \omega_0$ -ի դեպքում) ամպլիտուդը ռեզոնանսի ժամանակ մոտավորապես կլինի

$$a_{ռեզ} \approx \frac{f_0}{2\beta\omega_0} :$$

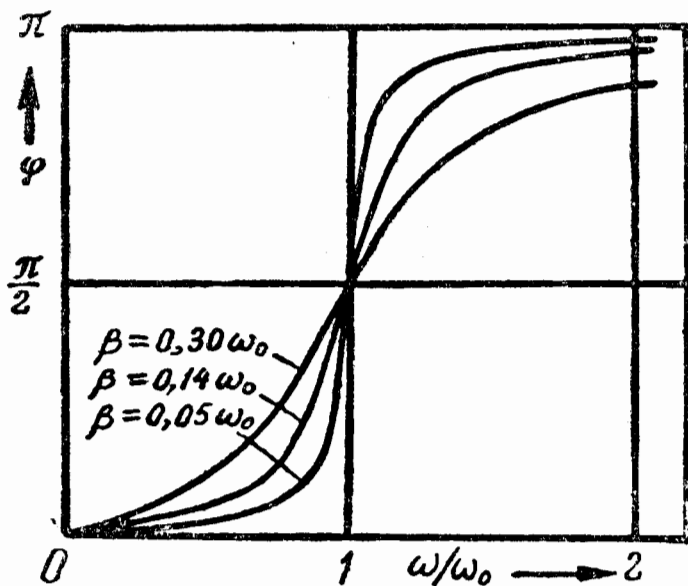
Այս արտահայտությունը բաժանենք x_0 -ի վրա, որով համակարգը շեղվում է հավասարակշռությունից հաստատուն F_0 ուժի ազդեցության տակ, որը, ինչպես պարզեցինք, հավասար է f_0/ω_0^2 -ի: Արդյունքում կստանանք

$$\frac{a_{ռեզ}}{x_0} \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\pi}{\lambda} = Q$$

[տես (73.13) բանաձևը]: Այսպիսով, Q լավորակությունը ցույց է տալիս, թե ռեզոնանսի պահին ամպլիտուդը քանի անգամ է գերազանցում հավասարակշռության դիրքի նկատմամբ համակարգի շեղումին, որը կատարվում է ստիպող ուժի ամպլիտուդին հավասար մեծություն ունեցող

հաստատուն ուժի ազդեցութեան տակ (սա իրավացի է միայն ոչ մեծ մարումների դեպքում):

Ինչպես երևում է նկ. 187-ից, ստիպողական տատանումներն ըստ փուլի ետ են մնում ստիպող ուժից, ընդ որում ետ մնալու φ մեծությունը գտնվում է 0 -ից մինչև π սահմաններում: φ -ի կախումը ω -ից β -ի տարբեր արժեքների համար պրաֆիկորեն ցույց է արված նկ. 190-ում:



Նկ. 190

ω_0 հաճախությունը համապատասխանում է $\varphi = \pi/2$: Ռեզոնանսային հաճախությունն ավելի փոքր է սեփականից [տես (75.11)-ը]: Հետևաբար, ռեզոնանսի պահին $\varphi < \pi/2$: Թույլ մարման դեպքում $\omega_{\text{ռեզ}} \approx \omega_0$, և ռեզոնանսի պահին կարելի է համարել, որ φ -ի արժեքը հավասար է $\pi/2$ -ի:

Ռեզոնանսի երևույթը հարկավոր է հաշվի առնել մեքենաներ և տարբեր տեսակի կառույցներ նախագծելիս: Այդ տարբերի տատանումների սեփական հաճախությունը ոչ մի դեպքում չպետք է մոտ լինի հնարավոր արտաքին ազդեցությունների հաճախությանը: Այսպես, նավի կմախքի կամ ինքնաթիռի թևերի թրթուղիների սեփական հաճախությունը պետք է խիստ տարբերվի այն տատանումների հաճախությունից, որոնք կարող են առաջանալ թիապտուտակի կամ

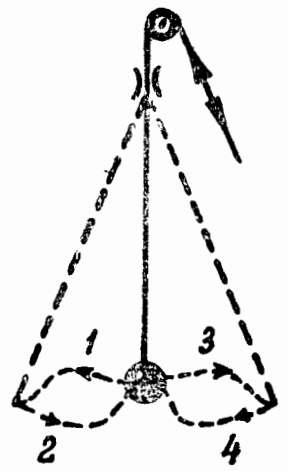
պրոպելլերի պտույտից: Հակառակ դեպքում առաջանում են թրթռումներ, որոնք կարող են աղեաների ատիթ հանդիսանալ: Հայտնի են դեպքեր, երբ կամուրջները փլվել են նրբանց վրայով զինվորների զորասյունը համաքայլ անցնելու ժամանակ: Այս դեպքերը տեղի են ունեցել այն պատճառով, որ կամրջի տատանումների սեփական հաճախությունը մոտ է եղել զորասյան քայլելու հաճախությանը:

Միաժամանակ սեղանանսի երևույթը հաճախ շատ օգտակար է լինում մանավանդ ակուստիկայում, ռադիոտեխնիկայում և այլն:

§ 76. Պարամետրական ռեզոնանս

Նախորդ պարագրաֆում քննարկված դեպքում դրսից կիրառված ստիպող ուժն անմիջականորեն պայմանավորում էր համակարգի շեղումը հավասարակշռության դիրքից: Պարզվում է, որ գոյություն ունի դրսի ազդեցության մի այլ ձև ևս, որի օգնությամբ կարելի է ուժեղ տարուբերել համակարգը: Այս տեսակի ազդեցության էությունն այն է, որ համակարգի տատանումների տակտով տեղի է ունենում համակարգի որևէ պարամետրի պարբերական փոփոխություն, որի հետևանքով այս երևույթը կոչվում է պարամետրական ռեզոնանս:

Որպես օրինակ վերցնենք պարզագույն ճոճանակը, որը բաղկացած է թելից կախված գնդիկից: Եթե ճոճանակի 1 երկարությունը մեծացնենք այն պահերին, երբ ճոճանակը գտնվում է եզրային դիրքերում, և փոքրացնենք այն պահերին, երբ ճոճանակը գտնվում է միջին դիրքում (նկ. 191), ճոճանակը կսկսի ուժեղ տարուբերվել: Այս դեպքում ճոճանակի էներգիան մեծանում է թելի վրա ազդող ուժի կատարած աշխատանքի հաշվին: Ճոճանակի տատանումների ժամանակ թելի ձգման ուժը հաստատուն



Նկ. 191

չէ. այն ավելի փոքր է եզրային դեպքերում, երբ արագութիւնը հավասարվում է զրոյի, և ավելի մեծ է միջին դիրքում, երբ ճոճանակի արագութիւնը առավելագույն է: Ուստի ճոճանակի երկարացման դեպքում արտաքին ուժի կատարած բացասական աշխատանքը մեծութեամբ ավելի փոքր է, քան ճոճանակի կարճացման դեպքում կատարված դրական աշխատանքը: Ստացվում է, որ մեկ պարբերութեան ընթացքում արտաքին ուժի կատարած աշխատանքը զրոյից մեծ է:

X Փ Լ Ո Ի Խ

ԱԼԻՔՆԵՐ

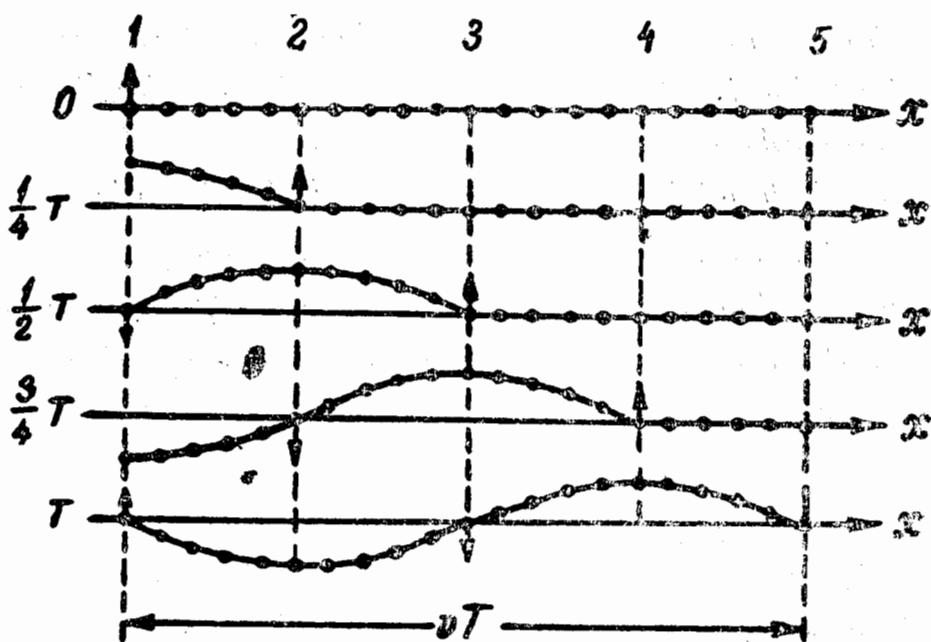
§ 77. Ալիքների տարածումը առաձգական միջավայրում

Եթե առաձգական միջավայրի (պինդ, հեղուկ կամ գազային) որևէ տեղում առաջացնենք նրա մասնիկների տատանումներ, ապա մասնիկների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցության հետևանքով այդ տատանումները կսկսեն տարածվել միջավայրում՝ անցնելով մի մասնիկից մյուսը որևէ v արագությամբ: Տարածության մեջ տատանումների տարածման պրոցեսը կոչվում է ալիք:

Այն միջավայրի մասնիկները, որի մեջ տարածվում է ալիքը, չեն տեղափոխվում ալիքի հետ միասին, այլ միայն տատանվում են իրենց հավասարակշռության դիրքի շուրջը: Ալիքի տարածման ուղղության նկատմամբ մասնիկների տատանումների ունեցած ուղղություններից կախված տարբերում են երկայնական և լայնական ալիքներ: Երկայնական ալիքի դեպքում միջավայրի մասնիկները տատանվում են ալիքի տարածման ուղղությամբ: Լայնական ալիքի դեպքում միջավայրի մասնիկները տատանվում են ալիքի տարածմանը ուղղահայաց ուղղությամբ: Լայնական մեխանիկական ալիքները առաջանում են միայն այն միջավայրում, որը օժտված է սահքին դիմադրություն ցույց տալու հատկությամբ: Ուստի հեղուկ և գազային միջավայրերում հնարավոր է միայն երկայնական ալիքների

առաջացումը: Պինդ միջավայրում հնարավոր է ինչպես երկայնական, այնպես էլ լայնական ալիքների առաջացումը:

Նկ. 192-ում ցույց է տրված միջավայրում լայնական ալիքների տարածման դեպքում մասնիկների կատարած շարժումը: 1, 2, 3 և այլ համարներով նշանակված են այն մասնիկները, որոնք գտնվում են իրարից $\frac{1}{4} \sqrt{\lambda}$ հեռավորության վրա, այսինքն՝ այնպիսի հեռավորության վրա, որը անցնում է ալիքը մասնիկների կատարած տատանումների քառորդ պարբերության ընթացքում: Ալիքը առանցքի երկաթությունամբ ձախից աջ տարածվելիս սխեմայում որպես զրոյական ժամանակ ընդունված պահին հասնում է 1 մասնիկին, որի հետևանքով մասնիկը հավասարակշռության դիրքից շեղվում է վերև, իր հետևից տանելով հաջորդ մասնիկները: Քառորդ պարբերություն անցնելուց հետո 1 մասնիկը հասնում է վերևի եզրային դիրքին: Միաժամանակ սկսում է շեղվել հավասարակշռության դիրքից 2 մասնիկը: Եվս մեկ քառորդ պարբերություն անցնելուց հետո առաջին մասնիկը, ներքև շարժվելով, կանցնի հավասարակշռության դիրքից, 2 մասնիկը կհասնի վերևի եզրային դիրքին, իսկ 3 մասնիկը կսկսի շեղվել հավասարակշռության դիրքից դեպի վերև: Ժամանակի T պահին առաջին մասնիկը կվերջացնի տատանումների լրիվ ցիկլը և կգտնվի շարժման այն

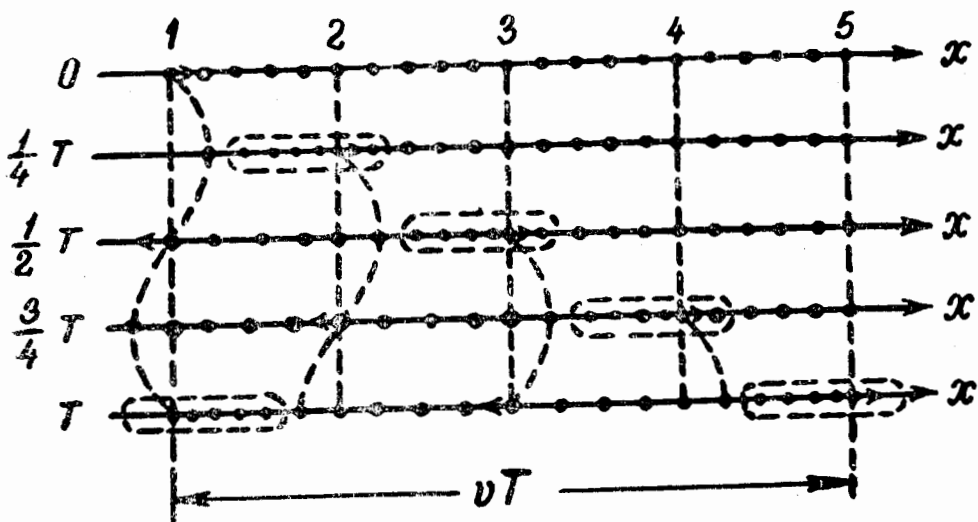


Նկ. 192

վիճակում, որում գտնվում էր սկզբնական պահին: ժամանակի T պահին ալիքը, անցնելով vT ճանապարհը, կհասնի 5 մասնիկին:

Նկ. 193-ում ցույց է տրված մասնիկների շարժումը միջավայրում երկայնական ալիքների տարածման դեպքում: Լայնական ալիքում մասնիկների վարքին վերաբերող բոլոր դատողությունները վերագրվում են նաև տվյալ դեպքին՝ վերև և ներքև տեղի ունեցող շեղումները փոխարինելով դեպի աջ ու ձախ կողմերը տեղի ունեցող շեղումներով: Ինչպես երևում է նկ. 193-ից, երկայնական ալիքը անցնելու դեպքում միջավայրում ստեղծվում են իրար հաջորդող մասնիկների խտացումներ և նոսրացումներ (մասնիկների խտացումները նկարում կզրագծված են կետագծերով), որոնք տեղափոխվում են ալիքի տարածման ուղղությամբ՝ v արագությամբ:

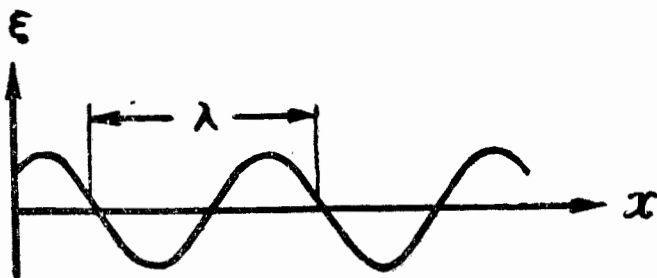
Քանի դեռ գոյություն ունի ալիքը, միջավայրի մասնիկները տատանվում են իրենց հավասարակշռության դիրքի շուրջը, ընդ որում, ինչպես երևում է նկ. 192-ից և 193-ից տարբեր մասնիկները տատանվում են փուլերի շեղումով: Իրարից vT հեռավորության¹ վրա գտնվող մասնիկները



Նկ. 193

¹ Նկատի ունենք, որ իրարից vT հեռավորության վրա են գտնվում համապատասխան մասնիկների հավասարակշռության դիրքերը:

տատանվում են միատեսակ փուլով (փուլին 2π ավելացնելը ոչ մի արդեցություն չի ունենում): Միատեսակ տատանվող (միատեսակ փուլով) ամենամոտ մասնիկների միջև եղած հեռավորությունը կոչվում է ալիքի λ երկարություն (տե՛ս նկ. 194, որում պատկերված է մասնիկների ξ շեղումը հավասարակշռության դիրքից, որպես ալիքի տարածման ուղղության երկարություն հաշվված x հեռավորության ֆունկցիա): Ակնհայտ է, որ ալիքի երկարությունը հավասար է այն հեռավորությանը, որը անցնում է ալիքը մեկ պարբերության ընթացքում, այսինքն՝



Նկ. 194

րածման ուղղության երկարություն հաշվված x հեռավորության ֆունկցիա): Ակնհայտ է, որ ալիքի երկարությունը հավասար է այն հեռավորությանը, որը անցնում է ալիքը

մեկ պարբերության ընթացքում, այսինքն՝

$$\lambda = vT; \quad (77.1)$$

Փոխարինելով այս առնչության մեջ T -ն $1/\nu$ -ով [տե՛ս (62.9), ν -ն տատանումների հաճախությունն է], կստանանք

$$\lambda \nu = v; \quad (77.2)$$

Վերջին առնչությունը կարելի է ստանալ նաև՝ կատարելով հետևյալ դատողությունները: Մեկ վայրկյանում ալիքների աղբյուրը կատարում է ν տատանումներ, ստեղծելով միջավայրի մեջ յուրաքանչյուր տատանման ընթացքում ալիքի մեկ «կատար» և մեկ «խոռոչ»: Փամանակի այն պահին, երբ աղբյուրը կկատարի ν -րդ տատանումը, սուղին «կատարը» կհասցնի անցնել v ճանապարհ: Հետևաբար, v երկարության վրա պետք է սեղավորվեն ν «կատարներ» և «խոռոչներ»:

Իրականում տատանվում են ոչ միայն x տատանցքի վրա սեղավորված մասնիկները (ինչպես պատկերված է նկ. 192-ում և նկ. 193-ում), այլև որոշ ծավալում պարփակված մասնիկների ամբողջությունը: Տարածվելով տատանումների աղբյուրից, ալիքային պրոցեսը ընդգրկում է տարածու-

թյան ավելի ու ավելի նոր մասեր: Կետերի երկրաչափական տեղը, որոնց հասնում են տատանումները ժամանակի t պահին, կոչվում է ալիքի ճակատ (կամ ալիքային ճակատ): Ալիքի ճակատը այն մակերևույթն է, որը սրբին ալիքային պրոցեսի մեջ ընդգրկված տարածության մասը անջատում է տարածության այն մասից, որտեղ դեռ տատանումներ չեն առաջացել:

Միատեսակ փուլերով տատանվող կետերի երկրաչափական տեղը կոչվում է ալիքային մակերևույթ: Ալիքային մակերևույթը կարելի է անցկացնել ալիքային պրոցեսով ընդգրկված տարածության ցանկացած կետով: Հետևաբար, գոյություն ունեն անսահման բազմությամբ ալիքային մակերևույթներ, այն դեպքում, երբ ժամանակի յարաբանչյուր պահի համար գոյություն ունի միայն մեկ ալիքային ճակատ: Ալիքային մակերևույթները մնում են անշարժ (նրանք անցնում են միատեսակ փուլերով տատանվող մասնիկների հավասարակշռության դիրքերով): Ալիքային ճակատը միշտ տեղափոխվում է:

Ալիքային մակերևույթները լինում են ցանկացած ձևի: Պարզագույն դեպքերում նրանք ունեն հարթության կամ գնդային մակերևույթի ձև: Համապատասխանաբար, այս դեպքերում ալիքը կոչվում է հարթ կամ սֆերիկ: Ալիքային մակերևույթները հարթ ալիքում իրենցից ներկայացնում են իրար զուգահեռ հարթությունների համակարգ, իսկ սֆերիկ ալիքում՝ համակենտրոն գնդային մակերևույթների համակարգ:

§ 78. Հարթ եվ սֆերիկ ալիքների հավասարումները

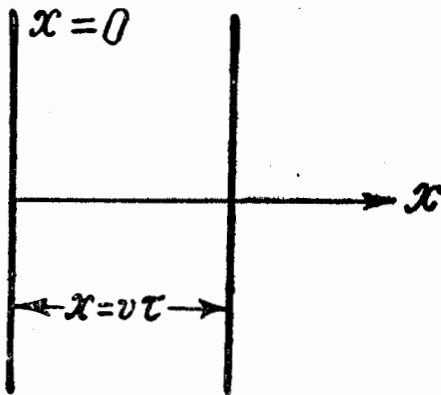
Ալիքի հավասարում կոչվում է այն արտահայտությունը, որը տալիս է տատանվող կետի շեղումը որպես ֆունկցիա նրա x , y , z , կոորդինատներից¹ և t ժամանակից՝

$$\xi = \xi(x, y, z, t): \quad (78.1)$$

¹ Նկատի ունենք կետի հավասարակշռության դիրքի կոորդինատները:

(78.1) Ֆունկցիան պետք է լինի պարբերական ինչպես t ժամանակի, այնպես էլ x , y և z կոորդինատների նկատմամբ: Պարբերականությունը ըստ t -ի հետևում է նրանից, որ ξ -ն նկարագրում է x, y, z կոորդինատներ ունեցող կետի տատանումները: Պարբերականությունը ըստ կոորդինատների հետևում է նրանից, որ իրարից λ հեռավորություն վրա գտնվող կետերը միատեսակ ձևով են տատանվում:

Գտնենք ξ ֆունկցիայի տեսքը հարթ ալիքի դեպքում, ենթադրելով, որ տատանումները կրում են հարմոնիկ բնույթ: Պարզություն համար կոորդինատային առանցքները ուղղենք այնպես, որպեսզի x առանցքը համընկնի ալիքի տարածման ուղղության հետ: Այդ դեպքում ալիքային մակերևույթները ուղղահայաց կլինեն x առանցքին, և քանի որ ալիքային մակերևույթի բոլոր կետերը միատեսակ են տատանվում, ξ շեղումը կախված կլինի միայն x -ից և t -ից, այսինքն՝



Նկ. 195

$$\xi = \xi(x, t):$$

Դիցուք $x=0$ հարթության մեջ գտնվող կետերի (Նկ.195) տատանումները ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\xi(0, t) = a \cos \omega t:$$

Գտնենք x -ի ցանկացած արժեքին համապատասխանող

հարթության մեջ գտնվող մասնիկների տատանումների տեսքը: Ալիքը $x=0$ հարթությունից մինչև այս հարթությունը եղած ճանապարհը անցնելու համար պահանջվում է

$$\tau = \frac{x}{v}$$

ժամանակ, որտեղ v -ն ալիքի տարածման արագությունն է: Հետևաբար, x հարթության վրա գտնվող մասնիկների տատանումները ըստ ժամանակի τ -ով ետ կմնան $x=0$

հարթության վրա գտնվող մասնիկների աատանումներից, այսինքն՝ կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$\xi(x, t) = a \cos \omega(t - \tau) = a \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right);$$

Այսպիսով, հարթ ալիքի հավասարումը կգրվի հետևյալ ձևով՝

$$\xi = a \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right); \quad (78.2)$$

(78.2)-ի մեջ ξ մեծությունը x կոորդինատով ցանկացած կետի շեղումն է ժամանակի t պահին: (78.2) բանաձևը արտածելիս ենթադրեցինք, որ աատանումների ամպլիտուդը բոլոր կետերում նույնն է: Հարթ ալիքի դեպքում դա դիտվում է այն դեպքում, երբ ալիքի էներգիան չի կլանվում միջավայրում:

Ֆիքսենք (78.2) հավասարման մեջ մտնող փուլի որևէ արժեք, ընդունելով

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \text{const}: \quad (78.3)$$

(78.3) հավասարումը տալիս է (t) ժամանակի և այն տեղի (x) կապը, որտեղ փուլը վերևում ֆիքսված իր արժեքին հասնում է տվյալ պահին: Որոշելով այս արտահայտությունից բխող $\frac{dx}{dt}$ արժեքը, կգտնենք այն արագությունը, որով տեղափոխվում է փուլի տվյալ արժեքը: Ածանցելով (78.3) արտահայտությունը, կստանանք

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0,$$

որտեղից

$$\frac{dx}{dt} = v: \quad (78.4)$$

Այսպիսով, (78.4) հավասարման մեջ ալիքի տարածման v արագությունը փուլի տեղափոխման արագությունն է, որի հետևանքով այն կոչվում է փուլային արագություն:

(78.4)-ից հետևում է, որ ալիքի (78.2) արագությունը դրական է: Հետևաբար, (78.2) հավասարումը նկարագրում է x-ի աճման կողմը տարածվող ալիքը: Հակառակ կողմը տարածվող ալիքը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\xi = a \cos \omega \left(t + \frac{x}{v} \right), \quad (78.5)$$

Իսկապես, հավասարեցնելով (78.5) ալիքի փուլը հաստատունի և ածանցելով, կստանանք

$$\frac{dx}{dt} = -v,$$

որտեղից հետևում է, որ (78.5) ալիքը տարածվում է x-ի նվազման կողմը:

Հարթ ալիքի հավասարմանը կարելի է տալ t-ի և x-ի նկատմամբ սիմետրիկ տեսքը: Դրա համար մտցնենք, այսպես կոչված, k ալիքային թիվը՝

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (78.6)$$

(77.1)-ից և (78.6)-ից հետևում է, որ k ալիքային թվի, ω շրջանային հաճախություն և ալիքի v փուլային արագություն միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad (78.7)$$

(78.2) հավասարման մեջ v-ն փոխարինելով իր (78.7) արժեքով և ω -ն փակագծերի մեջ մտցնելով, կստանանք հարթ ալիքի հավասարումը՝

$$\xi = a \cos(\omega t - kx): \quad (78.8)$$

x-ի նվազման կողմը տարածվող ալիքի հավասարումը (78.8)-ից տարբերվում է միայն kx -ի նշանով:

Այժմ գտնենք սֆերիկ ալիքի հավասարումը: Ալիքների յուրաքանչյուր իրական աղբյուր ունի որոշակի երկարություն: Սակայն, եթե սահմանափակվենք աղբյուրի չափերը

զգալիորեն գերազանցող հեռավորությանների վրա ալիքի ուսումնասիրությամբ, ապա աղբյուրը կարելի կլինի կետային համարել:

Եթե բոլոր ուղղություններով ալիքի տարածման արագությունը նույնն է, ապա կետային աղբյուրով ստեղծված ալիքը կլինի սֆերիկ: Ենթադրենք, թե աղբյուրի տասանումների փուլը հավասար է ωt -ի: Այդ դեպքում r շառավղով ալիքային մակերևույթի վրա գտնվող կետերը կատարանվեն $\omega(t - r/v)$ փուլով (r նանապարհը անցնելու համար ալիքին անհրաժեշտ է $\tau = r/v$ ժամանակ): Այդ դեպքում, եթե նույնիսկ ալիքի էներգիան չի կլանվում միջավայրում, տասանումների ամպլիտուդը հաստատուն չի մնում և աղբյուրից հեռանալու հետ միասին փոքրանում է $1/r$ օրենքով (տե՛ս § 82): Հետևաբար, սֆերիկ ալիքի հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\xi = \frac{a}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{v} \right), \quad (78.9)$$

որտեղ a -ն հաստատուն մեծություն է և թվապես հավասար է ամպլիտուդի արժեքին աղբյուրից միավոր հեռավորության վրա: ∂ -ի չափայնությունը հավասար է ամպլիտուդի չափայնությունը՝ բազմապատկած երկարության չափայնությամբ (r -ի չափայնությամբ):

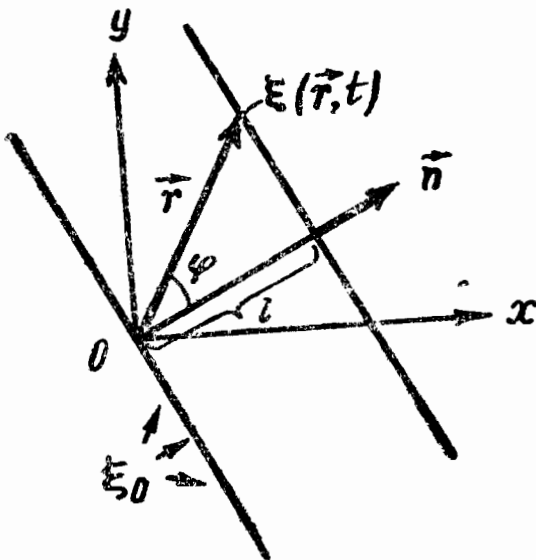
Հիշենք, որ սկզբում կատարված ենթադրությունների համաձայն (78.9) հավասարումը իրավացի է միայն աղբյուրի չափերը զգալիորեն գերազանցող r -ի դեպքում: r -ը դրոյի ձգտելու դեպքում ամպլիտուդի արտահայտությունը ձգտում է անսահմանության: Այս անհեթեթությունը բացատրվում է նրանով, որ փոքր r -ի դեպքում այդ հավասարումը չի կարելի կիրառել:

§ 79. Կամայական ուղղությամբ տարածվող հարթ ալիքի հավասարումը

Նախորդ պարագրաֆում ստացանք x առանցքի ուղղությամբ տարածվող հարթ ալիքի հավասարումը: Գտնենք այն

ուղղությամբ տարածվող հարթ ալիքի հավասարումը, որը կոորդինատային x, y, z , առանցքների հետ կազմում է α, β և γ անկյուններ: Դիցուք կոորդինատների սկզբնակետով անցնող հարթության մեջ կատարվող տատանումներն (նկ. 196) ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\xi_0 = a \cos \omega t: \quad (79.1)$$



նկ. 196

Վերցնենք կոորդինատների սկզբնակետից l հեռավորության վրա գտնվող ալիքային մակերևույթը (հարթությունը): Այս հարթության մեջ կատարվող տատանումները (79.1) տատանումներից ետ կմնան $\tau = l/v$ ժամանակով, այսինքն՝

$$\xi = a \cos \omega \left(t - \frac{l}{v} \right): \quad (79.2)$$

l -ը արտահայտենք քննարկվող հարթության վրա գրտ-

նրվող կետերի \vec{r} շառավիղ-վեկտորներով: Դրա համար մըտցրենք ալիքային մակերևույթի նորմալ \vec{n} միավոր վեկտորը: Հեշտ է տեսնելը, որ \vec{n} -ի և մակերևույթի ցանկացած կետի \vec{r} շառավիղ-վեկտորի սկալյար արտադրյալը ունի նույն արժեքը և հավասար է l -ի.

$$\vec{n} \cdot \vec{r} = r \cos \varphi = l: \quad (79.3)$$

l -ի (79.3) արտահայտությունը տեղադրենք (79.2) հավասարման մեջ, միտժամանակ փակագծերի մեջ մտցնելով ω -ն՝

$$\xi = a \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{v} \vec{n} \cdot \vec{r} \right): \quad (79.4)$$

ω/v հարաբերությունը հավասար է k ալիքային թվին [տե՛ս (78.7)-ը]:

$$\vec{k} = k \vec{n} \quad (79.5)$$

վեկտորը, որը ըստ մոդուլի հավասար է $k = 2\pi/\lambda$ ալիքային թվին և ուղղված է ալիքային մակերևույթի նորմալի ուղղությամբ, կոչվում է ալիքային վեկտոր: Տեղադրելով \vec{k} -ն (79.4)-ի մեջ, կստանանք

$$\xi(r, t) = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}): \quad (79.6)$$

(79.6) ֆունկցիան տալիս է \vec{r} շատավիզ-վեկտորով կետի շեղումը հավասարակշռության դիրքից¹ ժամանակի t պահին:

Կետի շատավիզ-վեկտորից կետի x, y, z կոորդինատներին անցնելու համար $\vec{k} \cdot \vec{r}$ սկալյար արտադրյալը արտահայտենք կոորդինատային առանցքների վրա վեկտորների պրոյեկցիաներով, այսինքն՝

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z:$$

Այդ դեպքում հարթ ալիքի հավասարումը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$\xi(x, y, z; t) = a \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z), \quad (79.7)$$

որտեղ $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha$, $k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta$, $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma$:

(79.7) ֆունկցիան տալիս է x, y, z կոորդինատներով կետի շեղումը ժամանակի t պահին: Այն դեպքում, երբ \vec{n} -ը համընկնում է x առանցքի հետ, $k_x = k$, $k_y = k_z = 0$ և (79.7) հավասարումը վեր է ածվում (78.8) հավասարմանը:

¹ Տե՛ս էջ 336-ի սողաօսակը:

Երբեմն հարթ ալիքի հավասարումը գրում են հետևյալ տեսքով՝

$$\xi = \operatorname{Re} a e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (79.8)$$

ընդ որում հաճախ Re նշանը բաց են թողնում և գրում են

$$\xi = a e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (79.9)$$

ենթադրելով, որ վերցվում է այս արտահայտություն միայն իրական մասը:

§ 80. Ալիքային հավասարում

Պարզվում է, որ ցանկացած ալիքի հավասարումը ալիքային կոչվող որևէ գիֆերենցիալ հավասարման լուծումն է: Ալիքային հավասարման տեսքը պարզելու համար համեմատենք հարթ ալիքը պատկերող (79.7) ֆունկցիայի երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալները՝ ըստ կոորդինատների և ժամանակի: Ածանցելով (79.7)-ը՝ երկու անգամ ըստ յուրաքանչյուր փոփոխականի, կստանանք

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = -\omega^2 \xi, \quad (80.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &= -k_x^2 a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = -k_x^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= -k_y^2 a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = -k_y^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} &= -k_z^2 a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = -k_z^2 \xi: \end{aligned} \right\} (80.2)$$

Գումարելով (80.2) հավասարումները, կստանանք

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \xi = -k^2 \xi: \quad (80.3)$$

Այժմ, համեմատելով (80.1) և (80.3) հավասարումները, կստանանք

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2};$$

Վերջապես, հաշվի առնելով, որ (78.7)-ի համաձայն $\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{v^2}$, վերջնականապես կստանանք

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}; \quad (80.4)$$

(80.4) հավասարումը որոնելի ալիքային հավասարումն է: Հեշտ է համոզվել, որ ալիքային հավասարմանը բավարարում է ոչ միայն (79.9) Ֆունկցիան, այլև հետևյալ տեսքի ցանկացած Ֆունկցիան՝

$$f(x, y, z; t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z); \quad (80.5)$$

Իսկապես, նշանակելով (80.5)-ի աջ մասի փակագծերում գտնվող արտահայտությունը ζ -ով, կստանանք

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{df}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt} = f' \omega, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \omega \frac{\partial f'}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt} = f'' \omega^2; \quad (80.6)$$

Համանման ձևով

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = k_x^2 f''; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = k_y^2 f''; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = k_z^2 f''; \quad (80.7)$$

¹ Այս հավասարման ձախ մասը կարելի է դրել ավելի կոմպակտ ձևով՝ Լապլասի Δ օպերատորի միջոցով: Լապլասի օպերատորի միջոցով սիմվոլիկ կերպով նշանակում են այն գործողությունների ամբողջությունը, որոնք տալիս են x, y, z փոփոխականներից կախված Ֆունկցիայի ըստ այդ փոփոխականների երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալների գումարը, այսինքն՝

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2};$$

Օգտվելով Լապլասի օպերատորից, (80.4) հավասարումը կարելի է դրել հետևյալ տեսքով՝

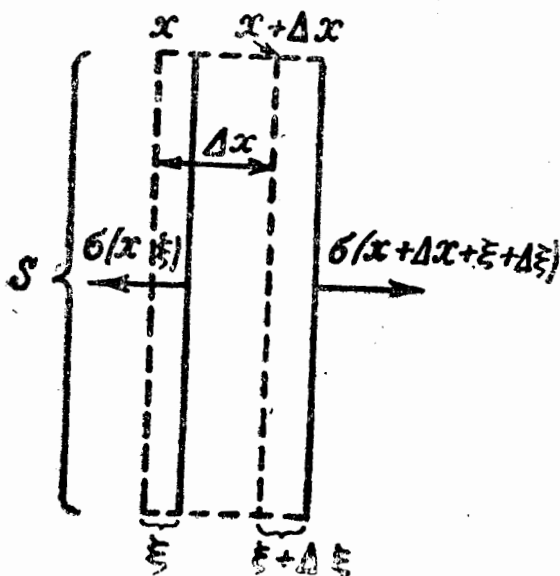
$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2};$$

Տեղադրելով (80.6) և (80.7) արտահայտությունները (80.4) հավասարման մեջ, հեշտ է համոզվել, որ (80.5) ֆունկցիան բավարարում է ալիքային հավասարմանը, եթե ընդունենք, որ $v = \omega/k$:

(80.4)-ի տեսքը ունեցող հավասարմանը բավարարող յուրաքանչյուր ֆունկցիա նկարագրում է որևէ ալիք, ընդ որում $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ -ի գործակցի հակադարձ մեծություն քառակուսի արմատը տալիս է այդ ալիքի փուլային արագությունը: (80.4) հավասարման լուծման վրա վերադրված լրացուցիչ պայմաններից կախված ստացվում է այս կամ այն ալիքը:

§ 81. Առանցքային ալիքների տարածման արագությունը

Դիցուք X առանցքի ուղղությամբ տարածվում է երկայնական հարթ ալիք: Միջավայրում առանձնացնենք Δx բարձրությամբ և հիմքի S մակերես ունեցող գլանաձև ծավալ (նկ. 197): Տարբեր X -եր ունեցող մասնիկների ξ տեղաշարժերը ժամանակի տարբեր պահերին կլինեն տարբեր (նկ. 194, որում ξ -ն պատկերված է որպես X -ի ֆունկցիա):



Նկ. 197

Եթե գլանի X կոորդինատով հիմքը ժամանակի որևէ պահին ունի ξ շեղում, ապա $x + \Delta x$ կոորդինատով հիմքի շեղումը կլինի $\xi + \Delta \xi$: Հետևաբար, դիավող ծավալը դեֆորմացիայի է ենթարկվում, այսինքն՝ այն ստանում է $\Delta \xi$ երկարացում ($\Delta \xi$ -ն հանրահաշվական մեծություն է. $\Delta \xi < 0$ համապատասխանում է գլանի սեղմմանը) կամ $\frac{\Delta \xi}{\Delta x}$ հարաբե-

րական երկարացում: $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$ մեծությունը տալիս է գլանի մի-

ջին դեֆորմացիան: Քանի որ ξ -ի փոփոխման դեպքում x -ը փոխվում է ոչ դժային օրենքով, ապա գլանի տարբեր կտրվածքներում իսկական դեֆորմացիան միատեսակ չի լինի: x կտրվածքում ε դեֆորմացիան ստանալու համար պետք է Δx -ը ձգտեցնել զրոյի: Հետևաբար՝

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (81.1)$$

(մասնակի ածանցյալի նշանը վերցված է այն պատճառով, որ ξ -ն կախում ունի ոչ միայն x -ից, այլև t -ից):

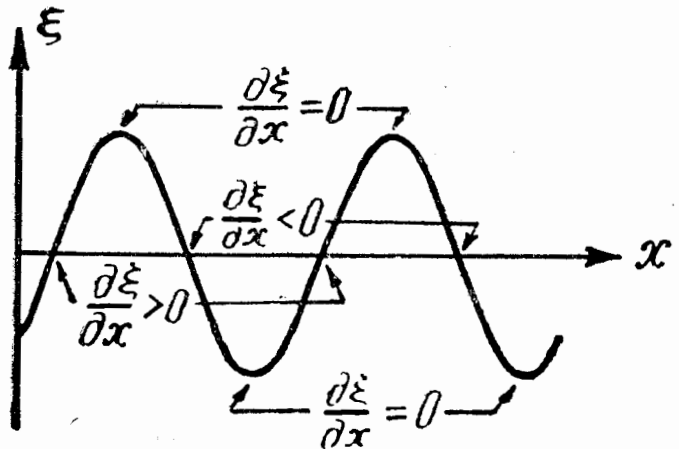
Չզման դեֆորմացիայի առկայությունը վկայում է նորմալ σ լարման գոյություն մասին, որը փոքր դեֆորմացիաների դեպքում համեմատական է դեֆորմացիայի մեծությունը: (45.5)-ի համաձայն

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (81.2)$$

որտեղ E - ն միջավայրի Յունգի մոդուլն է:

Նշենք, որ $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ հարաբերական դեֆորմացիան, հետևա-

բար նաև σ լարումը ժամանակի նշված պահին կախված են x -ից (նկ. 198): Այնտեղ, որտեղ հավասարակշռության դիրքից մասնիկների շեղումները առավելազույն են, դեֆորմացիան և լարումը հավասար են զրոյի: Այն տեղերում, որտեղ մասնիկները անցնում են հավասարակշռության դիրքով, դեֆորմացիան և լարումը հասնում են



Նկ. 198

իրենց առավելագույն արժեքին, ընդ որում ղրական և բացասական դեֆորմացիաները (այսինքն՝ ձգումներն ու սեղմումները) հաջորդում են միմյանց: Սրան համապատասխան, ինչպես նշվել էր § 77-ում, երկայնական ալիքը բաղկացած է միջավայրի իրար հաջորդող նոսրացումներից և խտացումներից:

Նորից դիմենք նկ. 197-ում պատկերված գլանաձև ծավալին և նրա համար գրենք շարժման հավասարումը: Վերցնելով Δx -ը շատ փոքր, կարելի է ընդունել, որ գլանի արագացումը հավասար է $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ -ի: Գլանի մասսան հավասար է $\rho S \Delta x$, որտեղ ρ -ն չդեֆորմացված միջավայրի խտությունն է: Գլանի վրա ազդող ուժը հավասար է գլանի հիմքի S մակերեսի և $(x + \Delta x + \xi + \Delta \xi)$ ու $(x + \xi)$ կարվածքների նորմալ լարումների տարրերության արտադրյալին, այսինքն՝

$$f = SE \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{x+\Delta x+\xi+\Delta \xi} - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{x+\xi} \right]; \quad (81.3)$$

$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{x+\delta}$ մեծությունը փոքր δ -երի համար կարելի է մեծ ճշտությամբ ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{x+\delta} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_x + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right]_x \delta = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_x + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \delta, \quad (81.4)$$

որտեղ $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ -ն ξ -ի երկրորդ կարգի ածանցյալն է ըստ x -ի՝ x կարվածքում:

Δx , ξ և $\Delta \xi$ մեծությունների փոքրության հետևանքով (81.3) արտահայտության նկատմամբ կիրառելի է (81.4) ձևափոխությունը, այսինքն՝

$$f = SE \left\{ \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_x + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (\Delta x + \xi + \Delta \xi) \right] - \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_x + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \xi \right] \right\} = SE \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} (\Delta x + \Delta \xi) \approx SE \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x$$

$\frac{\partial \xi}{\partial x}$ երկարացումը մեկից շատ փոքր է: Ուստի $\Delta \xi \ll \Delta x$, այնպես որ $(\Delta x + \Delta \xi)$ գումարի մեջ կարելի է $\Delta \xi$ -ն արհամարհել):

Տեղադրելով մասսան, արագացումը և ուժը Նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարման մեջ, կստանանք

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = SE \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x:$$

Վերջապես, կրճատելով $S \Delta x$ -ով՝ կստանանք

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (81.5)$$

որը (80.4) ալիքային հավասարումն է այն մասնավոր դեպքի համար, երբ ξ -ն կախված չէր y -ից և z -ից:

Համադրելով (81.5)-ը (80.4)-ի հետ, գտնում ենք

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}: \quad (81.6)$$

Այսպիսով, երկայնական առաձգական ալիքների փուլային արագությունը հավասար է Յունգի մոդուլի և միջավայրի խտության հարաբերության քառակուսի արմատին:

Հայնական ալիքների համար կատարված համանման հաշվումները հանգեցնում են արագության հետևյալ արտահայտությանը՝

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (81.7)$$

որտեղ G -ն սահքի մոդուլն է:

§ 82. Առաձգական ալիքի էներգիան

Երկայնական ալիքի տարածման միջավայրում առանձնացնենք այնքան փոքր տարրական ΔV ծավալ, որ ղեֆորմացիաները և շարժման արագությունները այս ծավալի բո-

լոր կետերում կարելի լինի համարել միատեսակ և համապատասխանաբար հավասար $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ -ի և $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ -ի:

(45.15) բանաձևի համաձայն առանձնացված ծավալը օժտված կլինի առաձգական դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիայով՝

$$\Delta E_p = \frac{E \varepsilon^2}{2} \Delta V = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \Delta V,$$

որտեղ $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ -ը հարաբերական երկարացումն է, իսկ E-ն

Յունգի մոդուլը:

(81.6)-ին համապատասխան Յունգի E մոդուլը փոխարինենք ρv^2 -ով (ρ -ն միջավայրի խտությունն է, v -ն՝ ակիքի փուլային արագությունը): Այդ դեպքում ΔV ծավալի պոտենցիալ էներգիայի արտահայտությունը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$\Delta E_p = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \Delta V: \quad (82.1)$$

Քննարկվող ծավալը օժտված կլինի նաև կինետիկ էներգիայով՝

$$\Delta E_k = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 \Delta V \quad (82.2)$$

($\rho \Delta V$ -ն ծավալի մասսան է, իսկ $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ -ն՝ նրա արագությունը):

(82.1) և (82.2) արտահայտությունների գումարը ապրիս էլ լրիվ էներգիան՝

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right] \Delta V:$$

Բաժանելով ΔE էներգիան ΔV ծավալի վրա, որտեղ այն գտնվում է, կստանանք էներգիայի խտությունը՝

$$u = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right]: \quad (82.3)$$

Ածանցելով հարթ ալիքի (78.2) հավասարումը ըստ t -ի և x -ի, կստանանք

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega a \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\omega}{v} a \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Տեղադրելով այս արտահայտությունները (82.3) բանաձևի մեջ, կստանանք

$$u = \rho a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \rho a^2 \omega^2 \sin^2 (\omega t - kx): \quad (82.4)$$

Լայնական ալիքի ղեպքում էներգիայի խտության համար ստացվում է նույնպիսի արտահայտություն:

Ինչպես հետևում է (82.4)-ից, էներգիայի խտությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին տարածության տարբեր կետերում տարբեր է: Միևնույն կետում էներգիայի խտությունը ըստ ժամանակի փոփոխվում է սինուսի քառակուսի աստիճանի օրենքով: Քանի որ սինուսի քառակուսի աստիճանի միջին արժեքը հավասար է կեսի, ապա էներգիայի խտության միջին արժեքը (ըստ ժամանակի) միջավայրի յուրաքանչյուր կետում կլինի

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2: \quad (82.5)$$

(82.4) էներգիայի խտությունը և նրա միջին (82.5) արժեքը համեմատական են միջավայրի ρ խտությանը, ω հաճախության քառակուսուն և ալիքի a ամպլիտուդի քառակուսուն: Նման կախում գոյություն ունի ոչ միայն հաստատուն ամպլիտուդով հարթ ալիքի համար, այլև այլ ալիքների համար:

Այսպիսով, միջավայրը, որտեղ առաջանում է ալիքը, օժտված է էներգիայի լրացուցիչ պաշարով: Այս էներգիան տատանումների աղբյուրից ղեպի միջավայրի տարբեր կետերն է տարածվում ալիքի միջոցով, հետևաբար, ալիքը

իր հետ տանում է էներգիա: Միավոր ժամանակում որևէ մակերեսով անցնող էներգիայի քանակը կոչվում է Φ էներգիայի հոսք այդ մակերեսով: էներգիայի հոսքը սկալյար մեծություն է, որի չափայնությունը հավասար է էներգիայի և ժամանակի չափայնությունների հարաբերությանը, այսինքն՝ համընկնում է հզորության չափայնության հետ: Սրան համապատասխան Φ -ը կարելի է չափել էրգ/վրկ-ով, վատտ-ով և այլն:

էներգիայի հոսքը միջավայրի տարրեր կետերում օժտված է տարրեր ինտենսիվությամբ: էներգիայի հոսքը տարածության տարրեր կետերում բնութագրելու համար օգտավոր է նվեկտորական մի մեծությունից, սբը կոչվում է էներգիայի հոսքի խտություն: Այս մեծությունը թվապես հավասար է տվյալ կետով անցնող և էներգիայի տեղափոխման ուղղությանը ուղղահայաց միավոր մակերեսով անցնող էներգիայի հոսքին: էներգիայի հոսքի խտության վեկտորի ուղղությունը համընկնում է էներգիայի փոխադրման ուղղության հետ:

Դիցուք անցնող տարածման ուղղությանը ուղղահայաց ΔS_{\perp} մակերեսով Δt ժամանակում փոխադրվում է ΔE էներգիա: Այդ դեպքում էներգիայի հոսքի խտությունը՝

$$j = \frac{\Delta E}{\Delta S_{\perp} \Delta t} \quad (82.6)$$

չափի առնելով, որ $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ -ն էներգիայի $\Delta \Phi$ հոսքն է ΔS_{\perp} մակերեսով, կարելի է գրել

$$j = \frac{\Delta \Phi}{\Delta S_{\perp}} \quad (82.7)$$

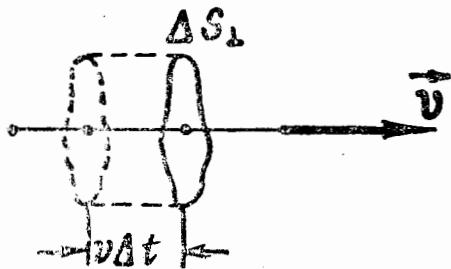
ΔS_{\perp} մակերեսով (հկ.199) Δt ժամանակում կփոխադրվի ΔS_{\perp} հիմք և $v \Delta t$ բարձրություն անցող գլանի ծավալում պարփակված ΔE էներգիա (v -ն անցնող փուլային արագությունն է): Եթե գլանի չափերը բավականին փոքր են (ΔS_{\perp} -ի և Δt -ի փոքրության հետևանքով), այնպես որ էներգիայի խտությունը գլանի բոլոր կետերում կարելի լինի միատեսակ համարել,

ապա ΔE -ն կարելի է որոշել որպես էներգիայի և խտություն
և գլանի $\Delta S_{\perp} \Delta t$ ծավալի արտա-
դրվյալ, այսինքն՝

$$\Delta E = u \Delta S_{\perp} v \Delta t:$$

Տեղադրելով ΔE -ի արտահայ-
տությունը (82.6) բանաձևի մեջ,
կստանանք

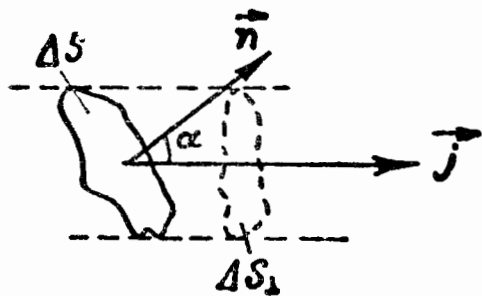
$$j = uv: \quad (82.8)$$



Նկ. 199

Դիտելով v փուլային արագությունը որպես վեկտոր,
որի ուղղությունը համընկնում է ալիքի տարածման (և էներ-
գիայի փոխադրման) ուղղության հետ, կարելի է գրել

$$\vec{j} = u\vec{v}: \quad (82.9)$$



Նկ. 200

էներգիայի հոսքի խտության
վեկտորը առաջին անգամ մտցրել
է ռուս հռչակավոր ֆիզիկոս
Ն. Ա. Ումովը և կոչվում է
Ումովի վեկտոր: (82.9) վեկ-
տորը, ինչպես նաև էներգիայի
և խտությունը տարածության
տարբեր կետերում տարբեր են,
իսկ տարածության տվյալ կե-
տում ժամանակի ընթացքում փոփոխվում են ըստ սինուսի
քառակուսի աստիճանի օրենքի: Հաշվի առնելով (82.5)-ը,
նրա միջին արժեքը հավասար կլինի

$$\vec{j}_{\text{միջ}} = \vec{u}v = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 \vec{v}: \quad (82.10)$$

Իմանալով \vec{j} -ն տարածության որևէ կետում, կարելի է
գտնել էներգիայի հոսքը տվյալ կետով անցնող և ցանկացած
ձևով կողմնորոշված փոքր ΔS մակերեսով (Նկ. 200): Սրա
համար ΔS -ը պրոյեկտենք \vec{j} վեկտորին ուղղահայաց հարթու-

թյան վրա: Ակնհայտ է, որ ΔS_{\perp} պրոյեկցիայի մեծությունը կլինի

$$\Delta S_{\perp} = \Delta S \cos \alpha, \quad (82.11)$$

որտեղ α -ն ΔS -ի \vec{n} նորմալով և \vec{j} վեկտորով կազմված անկյունն է:

ΔS -ի փոքրությունը հետևանքով կարելի է համարել, որ ΔS -ով հոսում է հենց այնպիսի հոսք, ինչպիսին հոսում է ΔS_{\perp} -ով: (82.7)-ի: համապատասխան հոսքը ΔS_{\perp} -ով կլինի

$$\Delta \Phi = j \Delta S_{\perp}:$$

Փոխարինելով ΔS_{\perp} -ը իր (82.11) արժեքով, կստանանք

$$\Delta \Phi = j \Delta S \cos \alpha:$$

Սակայն, $j \cos \alpha$ -ն ոչ այլ ինչ է, եթե ոչ \vec{j} վեկտորի՝ ΔS մակերևույթի \vec{n} նորմալի ուղղությամբ բաղադրիչի մեծությունը, այսինքն՝

$$j_n = j \cos \alpha:$$

Հետևաբար, կարելի է գրել

$$\Delta \Phi = j_n \Delta S: \quad (82.12)$$

Այսպիսով, էներգիայի հոսքը փոքր ΔS մակերեսով հավասար է էներգիայի հոսքի խտության վեկտորի նորմալ բաղադրիչի և ΔS -ի արտադրյալին:

Իմանալով \vec{j} -ն կամայական S մակերեսի ցանկացած կետում, կարելի է հաշվել էներգիայի Φ հոսքը այդ մակերեսով: Այդ նպատակով մակերեսը բաժանենք այնքան փոքր տարրական ΔS տեղամասերի, որ նրանցից յուրաքանչ-յուրը կարելի լինի համարել հարթ, իսկ \vec{j} վեկտորը յուրաքանչյուր ΔS -ի սահմաններում կարելի լինի հաստատուն համարել ինչպես ըստ մեծության, այնպես էլ ըստ ուղղության: Այդ դեպքում տարրական $\Delta \Phi$ հոսքը յուրաքանչ-յուր ΔS տեղամասով կարելի է հաշվել ըստ (82.12)-ի բա-

նաձևի վերցնելով յուրաքանչյուր ΔS -ի համար նրան պատկանող \vec{j}_n արժեքը, որը կախված է \vec{j} վեկտորի այն տեղի մեծությունից, որտեղ գտնվում է ΔS մակերեսը, և \vec{j} -ի նրկատմամբ այդ մակերեսի կողմնորոշումից:

S մակերեսով լրիվ հոսքը հավասար կլինի տարրական հոսքերի գումարին, այսինքն՝

$$\Phi = \sum \Delta\Phi = \sum \vec{j}_n \Delta S: \quad (82.13)$$

Ստացված արտահայտությունը մտաւոր է: Φ -ի ճշգրիտ արժեքը ստանալու համար պետք է բոլոր ΔS -երը ձգտեցնել զրոյի: Այս դեպքում (82.13) գումարը կվերածվի ինտեգրալի՝

$$\Phi = \int_S \vec{j}_n dS, \quad (82.14)$$

որը պետք է վերցնել ըստ ամբողջ S մակերեսի: (82.14) բանաձևը տալիս է մակերեսի տարբեր կետերում էներգիայի հոսքի խտություն և այդ մակերեսով հոսող էներգիայի հոսքի միջև գոյություն ունեցող կապը:

Հաշվենք էներգիայի հոսքը սֆերիկ ալիքի ալիքային մակերևույթով: էներգիայի հոսքի խտության վեկտորի նորմալ բաղադրիչը ալիքային մակերևույթի բոլոր կետերում միատեսակ է և ունի հետևյալ միջին արժեքը՝

$$\vec{j}_n = \frac{1}{2} \rho a_r^2 \omega^2 v$$

(a_r -ը ալիքի ամպլիտուդն է աղբյուրից r հեռավորության վրա):

(82.14)-ի մեջ ինտեգրալի նշանի տակից դուրս բերելով հաստատուն \vec{j}_n մեծությունը, կստանանք

$$\Phi_{\text{միջ}} = \vec{j}_n S = \frac{1}{2} \rho a_r^2 \omega^2 v 4\pi r^2:$$

Եթե ալիքի էներգիան չի կլանվում միջավայրում, ապա

էնէրգիայի միջին հոսքը ցանկացած շառավիղ ունեցող գնդալիւն մակերեւոյթով պէտք է միատեսակ լինի, այսինքն՝

$$\Phi_{r^2} = 2\pi r \omega^2 v a^2 r^2 = \text{const:}$$

Այս տեղից հետեւում է, որ սֆերիկ ալիքի a_r ամպլիտուդը հակադարձ համեմատական է r հեռավորութեանը՝ հաշված ալիքի աղբյուրից [տե՛ս (78.9)]:

§ 78-ում նշեցինք, որ հարթ ալիքի ամպլիտուդը կարող է հաստատուն լինել միայն այն պայմանի դեպքում, երբ ալիքի էնէրգիան չի կլանվում միջավայրում: Հակառակ դեպքում աղբյուրից հեռանալու հետ միասին ալիքի ինտենսիվութեանը աստիճանաբար փոքրանում է, այսինքն՝ տեղի է ունենում ալիքի մարում: Ինչպէս ցույց է տալիս փորձը, այդպիսի մարումը տեղի է ունենում էքսպոնենցիալ օրենքով: Այդ նշանակում է ալիքի ամպլիտուդը նվազում է x հեռավորութեանից կախված $a = a_0 e^{-\gamma x}$ օրենքով, այնպես որ հարթ ալիքի հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\xi = a_0 e^{-\gamma x} \cos(\omega t - kx): \quad (82.15)$$

γ մեծութեանը կոչվում է ալիքի մարման գործակից (կամ ալիքի կլանման գործակից)¹: Այդ մեծութեանն ունի երկաթութեանը հակադարձ չափայնութիւն: Հեշտ է կռահել, որ γ -ի հակադարձ մեծութեանը հավասար է այն հեռավորութեանը, որի վրա ալիքի ամպլիտուդը փոքրանում է e անգամ (համեմատիր տասանման մարման β գործակիցի հետ, § 73):

(82.10)-ին համապատասխան (82.15) ալիքի ինտենսիվութեանը x հեռավորութեանից կախված նվազում է հետևյալ օրենքով՝

$$j_{r^2} = j_{r^2_0} e^{-2\gamma x}: \quad (82.16)$$

¹ Ավելի ճիշտ կլինէր կլանման գործակից անվանել այն մեծութեանը, որը բնութագրում է ոչ թե ամպլիտուդի, այլ ալիքի ինտենսիվութեան նվազումը: Այս մեծութեանը հավասար է 2γ -ի:

Կլանող միջավայրում տարածվող սֆերիկ ալիքի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\xi = \frac{ae^{-\gamma r}}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{v} \right); \quad (82.17)$$

§ 83. Ալիքների ինտերֆերենցիան եվ դիֆրակցիան

Եթե միջավայրում միաժամանակ տարածվում են մի քանի ալիքներ, ապա միջավայրի մասնիկների տատանումները իրենցից ներկայացնում են այն տատանումների երկրաչափական գումարը, որոնք կկատարեն մասնիկները ալիքներից յուրաքանչյուրի առանձին-առանձին տարածվելու դեպքում: Հետևաբար, ալիքները պարզապես վերադրվում են մեկը մյուսի վրա առանց միմյանց զրգուկու: Փորձից հետևող այս պնդումը կոչվում է ալիքների սուպերպոզիցիայի (վերադրման) սկզբունք:

Այն դեպքում, երբ առանձին ալիքներով պայմանավորված տատանումները միջավայրի յուրաքանչյուր կետում օժտված են փուլերի հաստատուն տարբերություններով, ալիքները կոչվում են կոհերենտ: Ակնհայտ է, որ կոհերենտ կարող են լինել միայն միատեսակ հաճախություն ունեցող ալիքները:

Կոհերենտ ալիքների գումարման դեպքում առաջանում է ինտերֆերենցիայի երևույթ, որի էությունն այն է, որ տատանումները որոշ կետերում ուժեղացնում, իսկ այլ կետերում՝ թուլացնում են իրար:

Քննարկենք O_1 և O_2 կետային աղբյուրներից տարածվող երկու ալիքներ, որոնք տատանվում են փուլերի հաստատուն տարբերությամբ (այդպիսի աղբյուրները, ինչպես նաև նրանցով ստեղծված ալիքները կոչվում են կոհերենտ): Որոշենք միջավայրի որևէ կետում արդյունարար տատանումը այն պայմանի դեպքում, երբ առանձին ալիքներից առաջացած երկու տատանումներն էլ ունեն միատեսակ ուղղություն (զրա համար ալիքների աղբյուրների միջև

եղած հեռավորութիւնը զգալիորեն ավելի փոքր պետք է լինի աղբյուրներից մինչև տվյալ կետը եղած հեռավորութիւնից կամ տատանումները պետք է ուղղահայաց լինեն

այն հարթութիւնը, որի վրա գտնվում են աղբյուրները և տրվյալ կետը):

Դիցուք O_1 և O_2 աղբյուրների տատանումների փուլերը համապատասխանաբար հավասար են $(\omega t + \alpha_1)$ և $(\omega t + \alpha_2)$: Այդ դեպքում տատանումը տվյալ կետում հավասար կլինի հետևյալ տատանումների գումարին.

$$\begin{aligned} \xi_1 &= a_1 \cos(\omega t + \alpha_1 - kr_1), \\ \xi_2 &= a_2 \cos(\omega t + \alpha_2 - kr_2), \end{aligned}$$

որտեղ a_1 -ը և a_2 -ը ալիքների ամպլիտուդներն են քննարկվող կետում, k -ն ալիքային թիվն է, r_1 -ը և r_2 -ը՝ ալիքների աղբյուրներից մինչև տվյալ կետը եղած հեռավորութիւնները:

$$k(r_1 - r_2) - (\alpha_1 - \alpha_2) = \pm 2\pi n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (83.1)$$

պայմանով որոշվող կետերում տատանումները ուժեղացնում են միմյանց և արդյունաբար շարժումը իրենից ներկայացնում է ω հաճախութեամբ և $(a_1 + a_2)$ ամպլիտուդով հարմոնիկ տատանում:

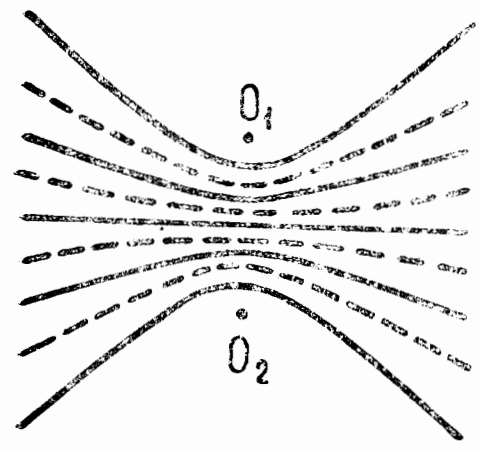
Այն կետերում, որոնց համար

$$\begin{aligned} k(r_1 - r_2) - (\alpha_1 - \alpha_2) &= \pm 2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ (n &= 0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (83.2)$$

տատանումները թուլացնում են միմյանց և արդյունաբար շարժումը իրենից ներկայացնում է $|a_1 - a_2|$ -ի հավասար ամպլիտուդով հարմոնիկ տատանում: Մասնավոր դեպքում, երբ $a_1 = a_2$, այդ կետերում տատանումները բացակայում են:

(83.1) և (83.2) պայմանները հանգում են նրան, որ

$$r_1 - r_2 = \text{const:} \quad (83.3)$$



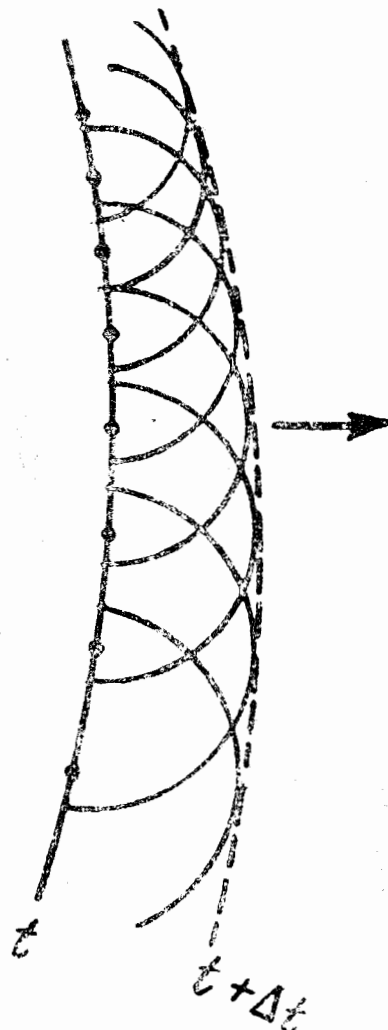
Նկ. 201

Անալիտիկ երկրաչափությունից հայտնի է, որ (83.3) հավասարումը այն հիպերբոլի հավասարումն է, որի ֆոկուսները գտնվում են O_1 և O_2 կետերում: Այսպիսով, այն կետերի երկրաչափական տեղերը, որտեղ տատանումները ուժեղացնում կամ թուլացնում են միմյանց, իրենցից ներկայացնում են հիպերբոլների ընտանիք (նկ. 201, որը համապատասխանում է $\alpha_1 - \alpha_2 = 0$ դեպքին: Հորիզոնական գծերով ցույց են տրված այն տեղերը, որտեղ տատանումները ուժեղացնում են միմյանց, իսկ կետագծերով՝ այն տեղերը, որտեղ տատանումները թուլացնում են միմյանց):

Ալիքները իրենց ճանապարհին արգելքի հանդիպելով, շրջանցում են այն: Այդ երևույթը կոչվում է դիֆրակցիա: Դիֆրակցիայի առաջացումը կարելի է բացատրել Հյուգենսի սկզբունքով, որը տալիս է $t + \Delta t$ ժամանակի պահին համապատասխանող ալիքի ճակատի կառուցման եղանակը, եթե հայտնի է ճակատի դիրքը ժամանակի t պահին: Հյուգենսի սկզբունքի համաձայն յուրաքանչյուր կետ, որին հասնում է ալիքային շարժումը, ծառայում է որպես երկրորդական ալիքների կենտրոն. այդ ալիքների պարուրիչը տալիս է ալիքի ճակատի դիրքը հաջորդ պահին (նկ. 202, ընդ որում ենթադրվում է, որ միջավայրը անհամասեռ է, այսինքն՝ նկարի ներքևի մասում արագությունը ավելի մեծ է, քան վերևի մասում):

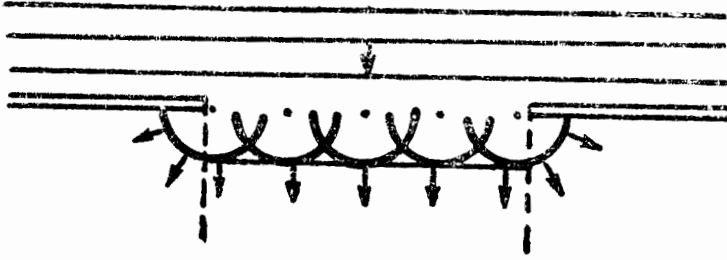
Դիցուք անցք ունեցող հարթ արգելքի վրա ընկնում է նրան (արգելքին) զուգահեռ ալիքի ճակատը (նկ. 203):

Ըստ Հյուգենսի սկզբունքի անց-



Նկ. 202

քով առանձնացված ալիքային ճակատի տեղամասի յուրաքանչյուր կետ ծառայում է որպես երկրորդային ալիքների կենտրոն, ընդ որում համասեռ և իզոտրոպ միջավայրում երկրորդային ալիքները կլինեն սֆերիկ: Կառուցելով երկ-



Նկ. 203

րորդային ալիքների պարուրիչը, համոզվում ենք, որ ալիքը, շրջանցելով արգելքի եզրերը, անցքի կտեում թափանցում է երկրաչափական սավերի տիրույթը (նկարում այս տիրույթի սահմանները ցույց են տրված կետագծերով):

§ 84. Կանգուն ալիքներ

Միատեսակ ամպլիտուդների ունեցող երկու հանդիպակաց հարթ ալիքների վերադրման ժամանակ դիտվում է ինտերֆերենցիայի շատ կարևոր մի դեպք: Առաջացած առատանդական պրոցեսը կոչվում է կանգուն ալիք: Գործնականորեն կանգուն ալիքները առաջանում են ալիքները արգելքներից անդրադառնալիս: Արգելքի վրա ընկնող և նրան հանդիպակաց անդրադարձող ալիքները վերադրվելով միմյանց վրա, տալիս են կանգուն ալիք:

Գրենք հակադարձ ուղղություներով տարածվող երկու հարթ ալիքների հավասարումները.

$$\xi_1 = a \cos(\omega t - kx),$$

$$\xi_2 = a \cos(\omega t + kx):$$

Գումարելով այս երկու հավասարումները և ձևափոխելով

ստացված աբդուլեքը կոսինուսների գումարի բանաձևի համաձայն, կստանանք

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2a \cos kx \cos \omega t:$$

Փոխարինելով k ալիքային թիվը իր արժեքով՝ $2\pi/\lambda$ -ով, ξ -ի արտահայտությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$\xi = \left(2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \cos \omega t, \quad (84.1)$$

(84.1) հավասարումը կանգուն ալիքի հավասարումն է: Այս հավասարումից երևում է, որ կանգուն ալիքի յուրաքանչյուր կետում տատանումները տեղի են ունենում այն հաճախությամբ, որով տատանվում են հանդիպակաց ալիքները, ընդ որում ստացվում է, որ ամպլիտուդը կախված է x -ից.

$$\text{ամպլիտուդը} = \left| 2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|:$$

Այն կետերում, որտեղ

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (84.2)$$

տատանումների ամպլիտուդը հասնում է իր առավելագույն արժեքին՝ $2a$ -ի: Այդ կետերը կոչվում են կանգուն ալիքի ուղիղ լայն եր: (84.2) պայմանից ստացվում են ուղույցների կորդինատների հետևյալ արժեքները՝

$$x_{\text{ուղույց}} = \pm n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots): \quad (84.3)$$

Այն կետերում, որտեղ

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

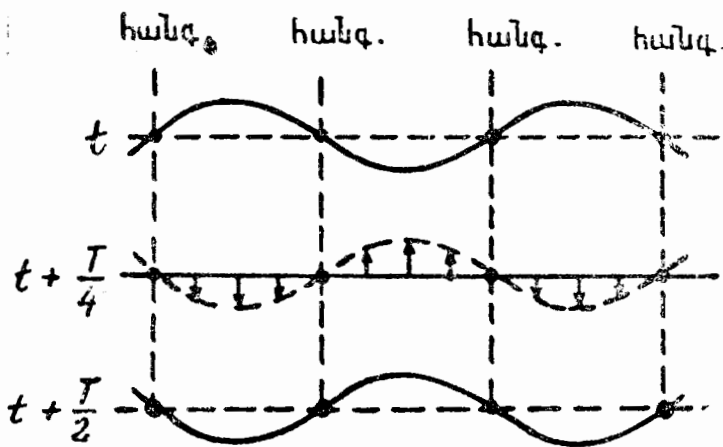
տատանումների ամպլիտուդը դառնում է զրո: Այս կետերը կոչվում են կանգուն ալիքի հանգույցներ: Հանգույցներում գտնվող միջավայրի կետերը տատանումներ չեն կատարում:

Հանգույցների կոորդինատներն ունեն հետևյալ արժեքները՝

$$x_{հանգ} = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots): \quad (84.4)$$

(84.3) և (84.4) բանաձևերից հետևում է, որ հարևան սուսույցների միջև եղած հեռավորությունը, ինչպես նաև հարևան հանգույցների միջև եղած հեռավորությունը հավասար է $\lambda/2$ -ի: Սուսույցները և հանգույցները միմյանց նկատմամբ շեղված են ալիքի երկարության մեկ քառորդի չափով:

Նորից դիմենք (84.1) հավասարմանը: $\left(2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$ արտադրիչը զրոյական արժեքով անցնելիս փոխում է իր նշանը: Սրան համապատասխան տատանման փուլերը հանգույցի տարբեր կողմերում տարբերվում են π -ով, այսինքն՝ հանգույցի տարբեր կողմերում գտնվող կետերը տատանվում են հակառակ փուլերով: Հարևան երկու հանգույցների միջև գտնվող քոլոր կետերը տատանվում են համափուլ (այսինքն՝ միևնույն փուլով): Նկ. 204-ում արված է հավասարակշռության դիրքից կետերի շեղման «վայրկյանական լուսանկարների»



Նկ. 204

շարքը: Առաջին «լուսանկարը» համապատասխանում է այն պահին, երբ շեղումները հասնում են ամենամեծ բացարձակ արժեքին: Հաջորդ «լուսանկարները» կատարված են քառորդ պարբերությունը համապատասխանող միջակայքերով:

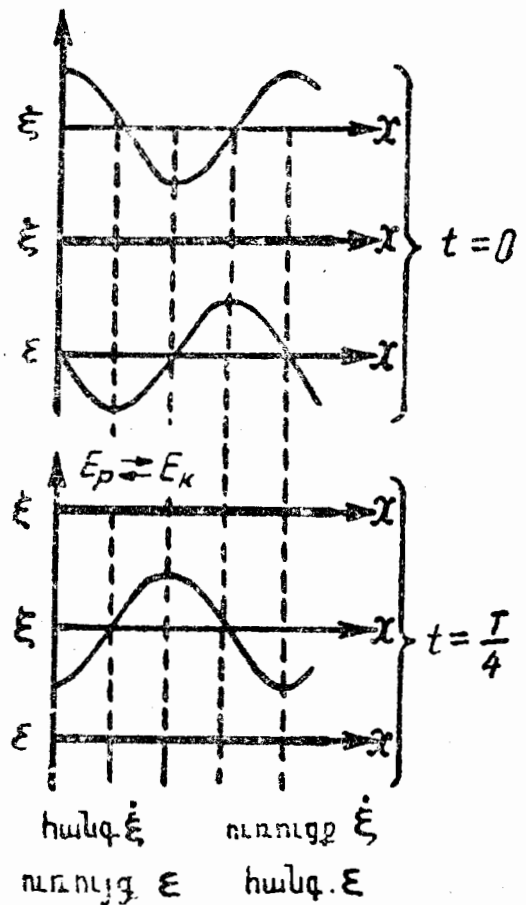
Սլաքներով ցույց են տրված մասնիկների արագությունները:

Սծանցելով (84.1) հավասարումը ըստ x -ի և t -ի, կգրանենք այն օրենքը, որով փոփոխվում է միջավայրի ε դեֆորմացիան և մասնիկների ξ արագությունը:

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x} = -2 \frac{2\pi}{\lambda} a \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t, \quad (84.5)$$

$$\dot{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -2\omega a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t: \quad (84.6)$$

(84.5) հավասարումը նկարագրում է դեֆորմացիայի կանգուն ալիքը, իսկ (84.6)-ը՝ արագության կանգուն ալիքը: Այս հավասարումների տեսքից հետևում է, որ արագության հանգույցները և ուռույցները համընկնում են շեղման հանգույցների և ուռույցների հետ, իսկ դեֆորմացիայի հանգույցները և ուռույցները՝ արագության և շեղման ուռույցների և հանգույցների հետ (նկ. 205): Այն դեպքում, երբ ξ -ն և ε -ը հասնում են իրենց առավելագույն արժեքներին, $\dot{\xi}$ -ն դառնում է զրո, և հակառակը: Համապատասխանաբար, պարբերության ընթացքում երկու անգամ տեղի է ունենում կանգուն ալիքի էներգիայի փոխարկում. մեկ անգամ լրիվ պոտենցիալ էներգիայի, որը կենտրոնացված է հիմնականում ալիքի հանգույցների մոտ (որտեղ գտնվում են դեֆորմացիայի ուռույցները), մյուս անգամ լրիվ կինետիկ էներգիայի, որը կենտրոնացված է հիմնականում



Նկ. 205

ալիքի ուռույցների մոտ (որտեղ գտնվում են արագության ուռույցները): Այսպիսով, տեղի է ունենում էներգիայի անցումը յարաքանչյուր հանգույցից դեպի հարևան ուռույցը, և հակառակը: Էներգիայի միջին հոսքը ալիքի ցանկացած կտրվածքում հավասար է զրոյի:

§ 85. Լարի տատանումները

Երկու ծայրերում ամրացված ձգված լարում լայնական տատանումներ գրգռելու դեպքում առաջանում են կանգուն ալիքներ, ընդ որում լարի ամրացված տեղերում անպայման լինում են հանգույցներ: Ուստի լարի մեջ զգալի ինտենսիվություն գրգռվում են միայն այն տատանումները, որոնց ալիքի երկարության կեսը լարի երկարության վրա զետեղվում է ամբողջ թիվ անգամ (նկ. 206): Այստեղից հետևում է հետևյալ պայմանը՝

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{կամ} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (85.1)$$

որտեղ l -ը լարի երկարությունն է: Ալիքների (85.1) երկարություններին համապատասխանում են հետևյալ հաճախությունները՝

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(v -ն ալիքի փուլային արագությունն է, որը որոշվում է լարի ձգման ուժով և միավոր երկարության մասսայով, այսինքն՝ լարի զծային խտություն):



ν_n հաճախությունը կոչվում է լարի տատանումների սեփական հաճախություն: Պարզվում է, որ սեփական հաճախությունները բազմապատիկ են

$$\nu_1 = \frac{v}{2l}$$

հաճախությանը, որը կոչվում է հիմնական հաճախություն: $n = 2, 3, \dots$ համապատասխանող հաճախությունները կոչվում են օբերտոններ (առաջին օբերտոնը համապատասխանում է $n = 2$ -ին, երկրորդ օբերտոնը՝ $n = 3$ -ին և այլն): Ընդհանուր դեպքում լարի տատանումները տարբեր սեփական հաճախություններ ունեցող մի քանի կանգուն ալիքների վերադրումն են:

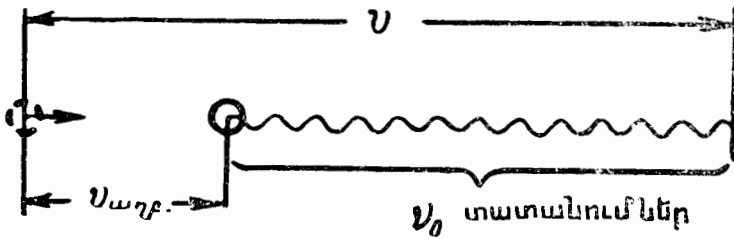
§ 86. Դռալերի էֆեկտը

Դիցուք առաձգական միջավայրում ալիքների աղբյուրից որևէ հեռավորության վրա գտնվում է միջավայրի տատանումները ընկալող սարք, որը մենք կանվանենք ընդունիչ: Երբ ալիքների աղբյուրը և ընդունիչը անշարժ են այն միջավայրի նկատմամբ, որի մեջ տարածվում է ալիքը, ապա ընդունիչի կողմից ընկալվող տատանումների հաճախությունը հավասար կլինի աղբյուրի տատանումների ν_0 հաճախությանը: Եթե աղբյուրը կամ ընդունիչը առանձին-առանձին կամ երկուսը միասին շարժվում են միջավայրի նկատմամբ, ապա ընդունիչի կողմից ընկալվող ν հաճախությունը կարող է ν_0 -ից տարբեր լինել: Սյա երևույթը կոչվում է Դոպլերի էֆեկտ:

Պարզության համար ենթադրենք, թե ընդունիչը և աղբյուրը շարժվում են նրանց միացնող ուղղի երկարությունում: Աղբյուրի $\nu_{աղբյուր}$ արագությունը կհամարենք դրական, եթե աղբյուրը շարժվում է դեպի ընդունիչը, և բացասական, եթե աղբյուրը հեռանում է ընդունիչից: Համանման ձևով ընդունիչի $\nu_{ընդ}$ արագությունը կհամարենք դրական, եթե ընդունիչը մոտենում է աղբյուրին, և բացասական, եթե ընդունիչը հեռանում է աղբյուրից:

Եթե աղբյուրը անշարժ է և տատանվում է ν_0 հաճախությամբ, ապա այն պահին, երբ աղբյուրը կավարտի ν_0 -րդ տատանումը, առաջին տատանման առաջացրած ալիքի «կատարը» միջավայրում կհասցնի անցնել ν ճանապարհ (v-ն ալիքի տարածման արագությունն է միջավայրի նկատմամբ):

Հետևաբար, մեկ վայրկյանում աղբյուրից առաջացած ալիքի γ_0 «կատարները» և «խոռոչները» կտեղավորվեն V երկարության վրա: Իսկ եթե աղբյուրը շարժվում է միջավայրի նրկատմամբ $V_{աղբ}$ արագությամբ, ապա այն պահին, երբ աղբյուրը կավարտի γ_0 -րդ տատանումը, առաջին տատանման առաջացրած «կատարը» կգտնվի աղբյուրից $V - V_{աղբ}$



Նկ. 207

հեռավորության վրա (Նկ. 207): Հետևաբար, ալիքի γ_0 «կատարները» և «խոռոչները» կտեղավորվեն $V - V_{աղբ}$ երկարության վրա, այնպես որ ալիքի երկարությունը կլինի

$$\lambda = \frac{V - V_{աղբ}}{\gamma_0}; \quad (86.1)$$

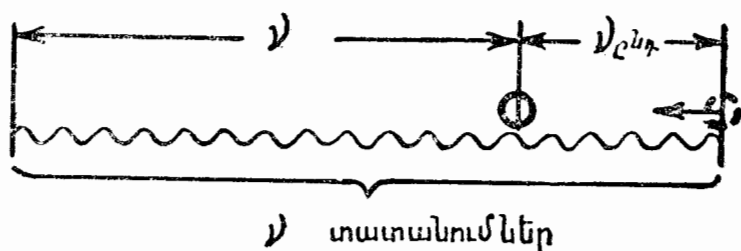
Անշարժ ընդունիչի մոտով մեկ վայրկյանում կանցնեն V երկարության վրա տեղավորված «կատարները» և «խոռոչները»: Եթե ընդունիչը շարժվում է $V_{ընդ}$ արագությամբ, ապա մեկ վայրկյանի վերջում նա կընդունի այն «խոռոչը», որը այդ ժամանակամիջոցի սկզբում այժմյան դիրքից V հեռավորության վրա էր գտնվում: Այսպիսով, ընդունիչը մեկ վայրկյանում կընդունի այն տատանումները, որոնք համապատասխանում են $V + V_{ընդ}$ երկարության վրա տեղավորված «կատարներին» և «խոռոչներին» (Նկ. 208), և կտատանվի հետևյալ հաճախությամբ՝

$$\nu = \frac{V + V_{ընդ}}{\lambda}; \quad (86.2)$$

Տեղադրելով (86.2)-ի մեջ λ -ի (86.1) արտահայտությունը, կստանանք

$$\nu = \gamma_0 \frac{V + V_{ընդ}}{V - V_{աղբ}}; \quad (86.3)$$

(86.3) բանաձևի համաձայն ընդունիչի և աղբյուրի այնպիսի շարժման դեպքում, երբ նրանց միջև եղած հեռավորությունը կրճատվում է, ընդունիչի ընդունած γ հաճախությունը ավելի է մեծանում աղբյուրի γ_0 հաճախությունից: Եթե աղբյուրի և ընդունիչի միջև հեռավորությունը մեծանում է, ապա γ փոքրանում է γ_0 -ից:



Նկ. 208

Երբ աղբյուրի և ընդունիչի շարժման ուղղությունները չեն համընկնում նրանց միացնող ուղղի ուղղության հետ, (86.3) բանաձևում $v_{աղբ}$ և $v_{ընդ}$ դառնում են աղբյուրի և ընդունիչի արագությունների պրոյեկցիաները վերոհիշյալ ուղղի ուղղության վրա:

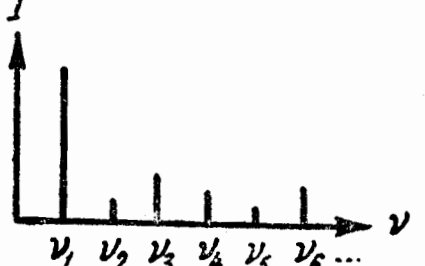
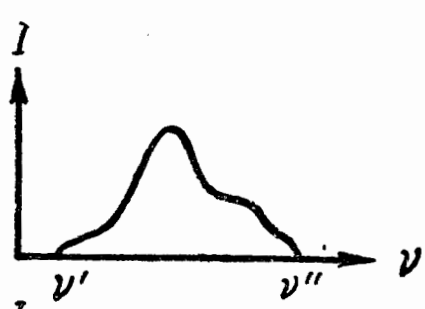
§ 87. Ձայնային ալիքներ

Եթե օդում տարածվող առաձգական ալիքների հաճախությունը գտնվում է մոտավորապես 20-ից մինչև 20 000 հց սահմաններում, հասնելով մարդու ականջին, նրանք առաջացնում են ձայնի զգացողություն: Սրան համապատասխան ցանկացած միջավայրում տարածվող առաձգական ալիքները, որոնց հաճախությունները գտնվում են վերոհիշյալ սահմաններում, կոչվում են ձայնային ալիքներ կամ պարզապես ձայն: 20 հց-ից փոքր հաճախություն ունեցող առաձգական ալիքները կոչվում են ինֆրաձայն, իսկ 20000 հց-ից ավելի հաճախություն ունեցող ալիքները՝ ուլտրաձայն: Ինֆրաձայնները և ուլտրաձայնները մարդու ականջը չի լսում:

Գազերում և հեղուկներում ձայնային ալիքը լինում է միայն երկայնական և բաղկացած է միջավայրի իրար հաջորդող սեղմումներից ու նոսրացումներից: Պինդ մարմիններում կարող են տարածվել ինչպես երկայնական, այնպես էլ լայնական ալիքները:

Մարդիկ ընկալվող ձայները իրարից տարբերում են ըստ բարձրության, տեմբրի և ուժգնության: Այս սուբյեկտիվ գնահատականներից յուրաքանչյուրին համապատասխանում է ձայնային ալիքի որոշակի ֆիզիկական բնութագիր:

Յուրաքանչյուր իրական ձայն իրենից ներկայացնում է ոչ թե պարզ հարմոնիկ տատանում, այլ որոշակի հաճախություններ ունեցող հարմոնիկ տատանումների վերադրում: Տվյալ ձայնում գոյություն ունեցող տատանումների հաճախությունների հավաքածուն կոչվում է ա կ ո ս տի կ ս պ ե կ տ ր: Եթե ձայնում կան որևէ ν' -ից մինչև ν'' միջակայքում գտնվող բոլոր հաճախությունների տատանումները, ապա սպեկտրը կոչվում է հոծ: Եթե ձայնը բաղկացած է դիսկրետ (այսինքն՝ մեկը մյուսից վերջավոր միջակայքերով բաժանված)՝ ν_1, ν_2, ν_3 և այլն հաճախությունների տատանումներից, սպեկտրը կոչվում է գծավոր: Նկ. 209-ում ցույց են տրված հոծ (վերևում) և գծավոր (ներքևում) սպեկտրները:



Նկ. 209

Տոնային ձայնի բարձրությունը որոշվում է հիմնական (նվազագույն) հաճախությամբ (տե՛ս ν_1 հաճախությունը նկ. 209-ում): Օրերաոնների (այսինքն՝ ν_2, ν_3 և այլն հաճախություններով օժտված տատանումների) հարաբերական ինտենսիվությունը որոշում է ձայնի երանգը կամ տեմբլը: Տարբեր երաժշտական գործիքների միջոցով առաջացած ձայների տարբեր սպեկտրալ կազմը հնարավորություն է տալիս լսողությամբ տարբերել, օրինակ, սրինգը ջութակից կամ դաշնամուրից:

§ 88. Չայնային ալիքների արագությունը գազերում¹

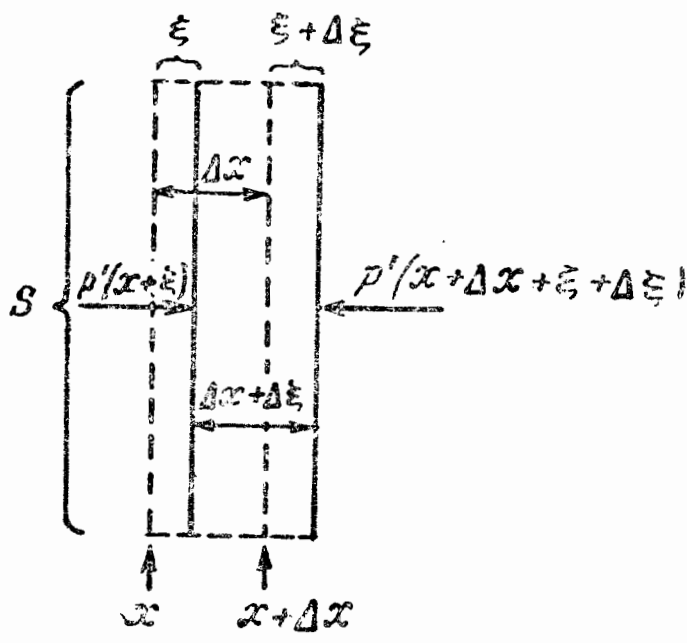
Գազում առաջացող առաձգական ալիքը իրենից ներկայացնում է տարածության մեջ տարածվող և իրար հաջորդող գազի սեղմումների ու նոսրացումների հաջորդականություն: Հետևաբար, տարածության յուրաքանչյուր կետում ճնշումը կրում է պարբերաբար փոփոխվող Δp շեղում՝ որևէ միջին p արժեքից, որը ալիքների բացակայության դեպքում համընկնում է գազում գոյություն ունեցող ճնշման հետ: Այսպիսով, ճնշման ակնթաբթային արժեքը տարածության որևէ կետում կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$p' = p + \Delta p:$$

Դիցուք ձայնային ալիքը տարածվում է x առանցքի երկարությամբ: Քննարկենք Δx բարձրությամբ և հիմքի S մակերեսով գլանի տեսք ունեցող գազի ծավալը (նկ. 210) այնպես, ինչպես վարվեցինք § 81-ում առաձգական ալիքների արագությունը պինդ մարմիններում որոշելիս: Այս

¹ Այս պարադրաֆին պետք է վերադառնալ § 102-ը և 103-ը ուսումնասիրելուց հետո:

ժափալի մեջ պարփակված դազի մաստան հավասար է



Նկ. 210

$\rho S \Delta x$ -ի, որտեղ ρ -ն ալիքից չգրգռված դազի խտությունն է: Քանի որ Δx -ը փոքր է, կարելի է համարել, որ արագացումը գլանի բոլոր կետերում միատեսակ է և հավասար $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ -ի:

Մենարկվող դազի ժափալի վրա ազդող ի ուժը գտնելու համար պետք է դերցնել գլանի հիմքի S մակե-

րեսի և $(x + \xi)$ ու $(x + \Delta x + \xi + \Delta \xi)$ կտրվածքներում գոյություն ունեցող ճնշումների տարբերության արտադրյալը: Կրկնելով (81.5) բանաձևին հանգեցնող դասողությունները, կստանանք

$$f = - \frac{\partial p'}{\partial x} S \Delta x :$$

[Հիշենք, որ (81.5) բանաձևի արտածման ժամանակ օգտվեցինք $\Delta \xi \ll \Delta x$ ենթադրությունից]: Այսպիսով, որոշեցինք դազի առանձնացված ժափալը, նրա արագացումը և նրա վրա ազդող ուժը: Այժմ գրենք նյուտոնի երկրորդ օրենքի հավասարումը դազի այս ժափալի համար՝

$$(\rho S \Delta x) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = - \frac{\partial p'}{\partial x} S \Delta x :$$

Կրճատելով $S \Delta x$ -ով, կստանանք

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = - \frac{\partial p'}{\partial x} : \tag{88.1}$$

Ստացված դիֆերենցիալ հավասարման մեջ գոյություն ունեն երկու անհայտ ֆունկցիաներ՝ ξ և p' : Հավասարումը

լուծելու համար անհրաժեշտ է այս ֆունկցիաներից մեկը արտահայտել մյուսով: Այդ նպատակով որոշենք գազի p' ճնշման և նրա ծավալի $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ հարաբերական փոփոխման միջև գոյություն ունեցող կապը: Այդ կապը կախված է գազի սեղմման (կամ ընդարձակման) ընթացքի բնույթից: Ձայնային ալիքում գազի սեղմումները և նոսրացումները այնքան հաճախ են միմյանց հաջորդում, որ միջավայրի սահմանափակ տեղամասերը չեն ∞ հասցնում իրար մեջ ջերմության փոխանակություն կատարել և այդ պատճառով պրոցեսը կարելի է համարել ադիաբատիկ: Ադիաբատիկ պրոցեսի դեպքում գազի տվյալ մասնաչի ծավալի և ճնշման միջև գոյություն ունեցող կապը տրվում է (103.4) հավասարումով: Ուստի կարելի է գրել

$$p(S\Delta x)^\gamma = p'[S(\Delta x + \Delta \xi)]^\gamma = p' \left[S \left(\Delta x + \frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x \right) \right]^\gamma = p'(S\Delta x)^\gamma \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^\gamma,$$

որտեղ γ -ն հաստատուն ճնշման դեպքում գազի ջերմունակության և հաստատուն ծավալի դեպքում գազի ջերմունակության հարաբերությունն է:

Կրճատելով $(S\Delta x)^\gamma$ -ով, կստանանք

$$p = p' \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^\gamma,$$

Օգտվելով մեր կատարած ենթադրությունից, որ $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$,

$\left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^\gamma$ արտահայտությունը վերածենք շարքի ըստ

$\frac{\partial \xi}{\partial x}$ -ի աստիճանների և արհամարհենք բարձր կարգի փոքր

րություն ունեցող անդամները: Հետևաբար կստանանք

$$p = p' \left(1 + \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x} \right),$$

ձևով հավասարումը p' -ի նկատմամբ՝

$$p' = \frac{p}{1 + \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x}} \approx p \left(1 - \gamma \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^1 \quad (88.2)$$

Որոշված առնչությունից հեշտությամբ կարելի է ստանալ Δp -ի արտահայտությունը՝

$$\Delta p = p' - p = -\gamma p \frac{\partial \xi}{\partial x} : \quad (88.3)$$

Քանի որ γ -ն միավորի կարգի մեծություն է, (88.3)-ից հետևում է $\left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right| \approx \left| \frac{\Delta p}{p} \right|$: Այսպիսով, $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$ պայմանը ֆիզիկորեն նշանակում է, որ ճնշման շեղումը միջին արժեքից շատ ավելի փոքր է ճնշման արժեքից: Իսկապես, ամենաուժեղին ձայների համար օդի ճնշման տատանումների ամպլիտուդը չի գերազանցում 1 մմ սնդիկի սյան ճնշումից, այն դեպքում, երբ մթնոլորտային p ճնշումը 10^3 մմ սնդիկի սյան կարգի մեծություն է:

Ածանցելով (88.2) արտահայտությունը ըստ x -ի, կգրանենք

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\gamma p \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} :$$

Վերջապես, տեղադրելով ստացված $\frac{\partial p'}{\partial x}$ արժեքը (88.1) բանաձևի մեջ, կստանանք հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումը՝

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{p}{\gamma p} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} : \quad (88.4)$$

Համեմատելով (88.4)-ը ալիքային (80.4) հավասարման

¹ Մենք օգտվեցինք $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ բանաձևից, որը իրավացի է, երբ $x \ll 1$:

հետ, կստանանք գազում ձայնային ալիքների տարածման արագության հետևյալ արտահայտությունը՝

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \quad (88.5)$$

(հիշենք, որ p -ն և ρ -ն ալիքից չգրգռված գազի ճնշումն ու խտությունն են):

Առաջին հայացքից կարող է այնպես թվալ, որ գազում ձայնի արագությունը կախում ունի ճնշումից: Սակայն ըստ էության այդպես չէ, որովհետև ճնշման փոփոխությունը ուղեկցվում է գազի խտության փոփոխումով:

Սովորական ճնշումների դեպքում գազերի վարքը լավ նկարագրվում է հետևյալ հավասարման միջոցով՝

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (88.6)$$

) m -ը V ծավալում պարփակված գազի մասսան է, μ -ն՝ մոլի մասսան, որը թվապես հավասար է գազի մոլեկուլյար կշռին): Բաժանելով գազի m մասսան նրա V ծավալի վրա, կարելի է ստանալ ρ խտությունը: Լուծելով (88.6) հավասարումը m/V -ի նկատմամբ, կգտնենք

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}:$$

Տեղադրելով խտության այս արտահայտությունը (88.5)-ի մեջ, կստանանք գազում ձայնի արագության բանաձևը՝

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}: \quad (88.7)$$

Այստեղից հետևում է, որ գազում ձայնի արագությունը կախում ունի ջերմաստիճանից և գազը բնութագրող γ և μ մեծությունների արժեքներից: Գազում ձայնի արագությունը կախում չունի ճնշումից:

Մոլեկուլների շերմային շարժման միջին արագությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևից՝

$$\bar{v}_{\text{մոլ}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

[տե՛ս (106,17)-ը]: Համեմատելով այս բանաձևը (88.7)-ի հետ, կստանանք, որ գազում ձայնի v արագությունը մոլեկուլների միջին արագության հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ՝

$$v = \bar{v}_{\text{մոլ}} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}} \quad (88.8)$$

Տեղադրելով այս արտահայտության մեջ օդի համար γ -ի արժեքը՝ 1,4, կստանանք $v \approx \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \bar{v}_{\text{մոլ}}$: γ -ի հնարավոր առավելագույն արժեքը $\sqrt[5]{3}$ է: Այս դեպքում $v \approx \sqrt[4]{\frac{4}{5}} \bar{v}_{\text{մոլ}}$: Այսպիսով, պարզվում է, որ գազում ձայնի արագությունը նույն կարգի մեծություն է, ինչ որ մոլեկուլների շերմային շարժման միջին արագությունը, բայց միշտ մի քիչ ավելի փոքր է, քան $\bar{v}_{\text{մոլ}}$ -ը:

Որոշենք ձայնի արագության արժեքը օդում՝ սենյակի շերմաստիճանում (բացարձակ շերմաստիճանի դեպքում այն ունի 290° K կարգի արժեք): Օդի համար $\gamma = 1,40$, $\mu = 29$: Ունիվերսալ գազային հաստատունը հավասար է $8,31 \cdot 10^3$ ջոուլ/կմոլ. աւս: Տեղադրելով այս արժեքները (88.7) բանաձևի մեջ, կստանանք

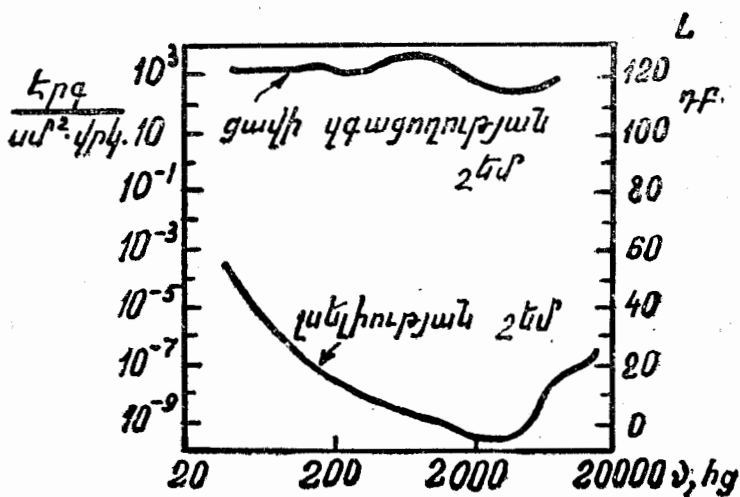
$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,40 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 290}{29}} = 340 \text{ մ/վրկ:}$$

Ստացված v -ի արժեքը համընկնում է փորձի միջոցով ստացված արժեքի հետ: Չափելով ձայնի արագությունը հայտնի մոլեկուլային կշիռ ունեցող գազում, կարելի է (88.7) բանաձևով հաշվել γ -ն, որը հավասար է հաստատուն ճնշման և հաստատուն ծավալի դեպքերում գազի ունեցած շերմունակությունների հարաբերությանը: Այս եղանակը կիրառվում է գործնականում:

Միանգամայն էական է այն հանգամանքը, որ ձայնում չի հայտնաբերվում դիսպերսիայի երևույթ, այսինքն՝ արագությունը կախում չունի հաճախությունից: Ակնհայտ է, որ այսպիսի կախումը անհնար կդարձներ կամ, համենայն դեպս, խիստ կդժվարացներ խոսելը և հնարավորություն չէր տա մեզ հաճույք ստանալ երաժշտությունից:

§ 89. Ձայնի ուժի մակարդակների սանդղակը

Ձայնային ալիքների ինտենսիվություն է կոչվում այն էներգիայի հոսքի խտություն միջին արժեքը, որն իր հետ տանում է ալիքը: Ձայնային զգացողություն առաջացնելու համար ալիքը պետք է օժտված լինի որոշ նվազագույն ինտենսիվությամբ, որը կոչվում է լսելիության շեմ: Լսելիության շեմը տարբեր անձանց համար տարբեր է և խիստ կախում ունի ձայնի հաճախությունից: Մարդու ականջը ամենից ավելի զգում է 1000-ից մինչև 4000 հց հաճախության ձայները: Հաճախությունների այս միջակայքում լսելիության շեմը միջին հաշվով հավասար է 10^{-9} էրգ/սմ²·վրկ: Մնացած հաճախությունների դեպքում լսելիության շեմը ավելի բարձր է (տե՛ս նկ. 211-ի ներքևի կորը):



$10^3 - 10^4$ էրգ/սմ². վրկ կարգի ինտենսիվությունների դեպքում ալիքը դադարում է որպես ձայն ընկալվելուց և ականջում առաջացնում է միայն ցավի և ճնշման զգացողություն: Ինտենսիվության այս արժեքը, որի դեպքում տեղի է ունենում այս երևույթը, կոչվում է ցավի զգացողության շեմ: Ինչպես լսելիության, այնպես էլ ցավի զգացողության շեմը կախում ունի հաճախությունից (տե՛ս վերևի կորը նկ. 211-ում, այս նկարում բերված տվյալները վերաբերում են միջին նորմալ լսողությանը):

Սուբյեկտիվորեն գնահատվող ուժգնությունը անհամեմատ ավելի դանդաղ է աճում, քան ձայնային ալիքների ինտենսիվությունը: Ինտենսիվությունը երկրաչափական պրոգրեսիայով աճելու դեպքում ուժգնությունը մոտավորապես աճում է թվաբանական պրոգրեսիայով, այսինքն՝ գծայնորեն: Սրա հիման վրա ուժգնության L մակարդակը հավասար է տվյալ ձայնի I ինտենսիվության և որպես սկզբնական վերցված՝ I_0 ինտենսիվության հարաբերության լոգարիթմին, այսինքն՝

$$L = \lg \frac{I}{I_0} : \quad (89.1)$$

Երևեստային I_0 ինտենսիվությունը ընդունված է վերցնել 10^{-9} էրգ/սմ². վրկ, այնպես որ 1000 հց կարգի հաճախությունների դեպքում լսելիության շեմը դանդաղ է զրոյական մակարդակում ($L = 0$):

Ուժգնության մակարդակի L միավորը, որը որոշվում է (89.1) բանաձևից, կոչվում է բել: Սովորաբար օգտվում են 10 անգամ ավելի փոքր միավորից, որը կոչվում է դեցիբել (դբ): Ակնհայտ է, որ L -ի արժեքը, արտահայտված դեցիբելներով, կորոշվի հետևյալ բանաձևից՝

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} : \quad (89.2)$$

Նշենք, որ ցանկացած երկու I_1 և I_2 ինտենսիվություն-

ների հարաբերությունը նույնպես կարելի է արտահայտել զեցիբեկներով՝

$$L_{12} = 10 \lg \frac{I_1}{I_2}, \quad (89.3)$$

(89.3) բանաձևով կարելի է զեցիբեկներով արտահայտել ալիքի ինտենսիվություն փոքրացումը (մարումը) որևէ ճանապարհի վրա: Այսպես, 20 դբ մարումը նշանակում է, որ ինտենսիվությունը փոքրացել է 100 անգամ:

Մարդու ականջում ձայնի զգացողությունն առաջացնող ալիքի ինտենսիվությունների ամբողջ դիապազոնը (10^{-9} -ից մինչև 10^1 էրգ/սմ² · վրկ) համապատասխանում է ուժգնության մակարդակի 0-ից մինչև 130 դբ արժեքներին: Այլուսակ Յ-ում բերված են մի քանի ախպիկ ձայների ուժգնության մակարդակի արժեքները:

Այն էներգիան, որ իրենց հետ տանում են ձայնային ալիքները, չափազանց փոքր է: Եթե, օրինակ, ենթադրենք, որ մեկ բաժակ ջուրը լրիվ կլանում է իր վրա ընկնող 70 դբ ուժգնության մակարդակով ձայնային ալիքի էներգիան (այս դեպքում մեկ վայրկյանում կլանված էներգիայի քանակը կլինի մոտավորապես $60 \cdot 10^{-2}$ էրգ/վրկ), ապա այդ ջուրը սենյակային ջերմաստիճանից մինչև եռալը տաքացնելու համար անհրաժեշտ կլիներ մոտավորապես երեսուներեք անգամ ավելի:

Գտնենք ձայնային ալիքների I ինտենսիվության և ձնշման սատանումների $(\Delta p)_m$ ամպլիտուդի միջև գոյություն ունեցող կապը: Այս պարագրաֆի սկզբում նշեցինք, որ I ինտենսիվությունը համընկնում է էներգիայի հոսքի խտության միջին արժեքի հետ, որը (82.10)-ի համաձայն կլինի

$$I = j_{\text{էր}} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 v, \quad (89.4)$$

Չայնի բնութագրումը	Ուժգնության մակարդակը (դբ)	Խնտ ենսի-վությունը (էրգ/սմ ² վրկ)
Ժամայույցի ակտիոցը	20	10 ⁻⁷
Շշնջյունը 1 մ հեռավորության վրա	30	10 ⁻⁶
Մեղմ խոսակցություն	40	10 ⁻⁵
Միջին ուժգնության խոսակցություն	60	10 ⁻³
Ուժգին խոսակցություն	70	10 ⁻²
Գուռց	80	10 ⁻¹
Խնքնաթիռի շարժիչի աղմուկը		
5 մ հեռավորության վրա	120	10 ³
3 մ հեռավորության վրա	130	10 ⁴

որտեղ ρ -ն չգրգռված գազի խտությունն է, a -ն՝ միջավայրի մասնիկների¹ տատանումների ամպլիտուդը, ω յսինքն՝ ξ մեծություն տատանումների ամպլիտուդը, ω -ն՝ հաճախությունը, v -ն՝ ալիքի փուլային արագությունը:

Դիցուք ξ -ն փոփոխվում է $\xi = a \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$ օրենքով: Այդ դեպքում $\frac{\partial \xi}{\partial x} = a \frac{\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$: (88.3)-ի համաձայն $\Delta p = -\gamma p \frac{\partial \xi}{\partial x}$: Տեղադրելով $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ -ի արժեքը, կստանանք Δp -ի փոփոխման օրենքը՝

$$\Delta p = -\gamma p a \frac{\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = -(\Delta p)_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right);$$

Այստեղից հետևում է, որ ξ տատանումների ամպլիտուդը

¹ Միջավայրի մասնիկներ կոչվում են ոչ թե առանձին մոլեկուլները, այլ այն մակրոսկոպիկ (մեծ թվով մոլեկուլներ պարունակող) ծավալները, որոնց գծային չափերը շատ փոքր են ալիքի երկարությունից:

(այսինքն՝ a -ն) ճնշման տատանումների $(\Delta p)_m$ ամպլիտուդի հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ՝

$$a = \frac{(\Delta p)_m v}{\gamma p \omega} \quad (89.5)$$

Հեշտ է համոզվելը, որ (89.4) բանաձևի մեջ a -ի (89.5) և v -ի (88.5) արժեքները տեղադրելուց և ոչ բարդ ձևափոխություններից հետո կստանանք

$$I = \frac{(\Delta p)_m^2}{2\rho v} \quad (89.6)$$

Այս բանաձևով կարելի է հաշվել, որ ուժգնության մակարդակի 0 -ից մինչև 130 դբ արժեքների դիապազոնին համապատասխանում են օդի ճնշման տատանումների մոտավորապես $3 \cdot 10^{-4}$ դին/սմ²-ից (այսինքն՝ $2 \cdot 10^{-7}$ մմ սընդիկի սյան) մինչև 1000 դին/սմ² (~ 1 մմ սնդիկի սյան) արժեքները:

Գնահատենք մասնիկների տատանումների a ամպլիտուդի և մասնիկների արագության $(\dot{\xi})_m$ ամպլիտուդի արժեքները: Սկզբում գնահատենք (89.5) բանաձևից որոշվող a արժեքը: Ընդունելով, որ $\frac{v}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}$, կստանանք

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{I}{2\pi\gamma} \frac{(\Delta p)_m}{p} \approx 0,1 \frac{(\Delta p)_m}{p} \quad (89.7)$$

($\gamma \approx 1,5$, հետևաբար՝ $2\pi\gamma \approx 10$):

130 դբ ուժգնության դեպքում $(\Delta p)_m/p$ հարաբերությունը ունի 10^{-3} կարգի արժեք, 60 դբ ուժգնության դեպքում այս հարաբերությունը մոտավորապես $2 \cdot 10^{-7}$ է: Օդում ձայնային ալիքների երկարությունները գտնվում են 17 մմ-ի ($v=20$ հց դեպքում) մինչև 17 մմ-ի ($v=20000$ հց դեպքում) սահմաններում: Տեղադրելով այս ավյալները (89.7) բանաձևի մեջ, կստանանք, որ 60 դբ ուժգնության դեպքում մասնիկների տատանումների ամպլիտուդը ամենամեծը ալիքների համար հավասար է $3 \cdot 10^{-4}$ մմ-ի, իսկ ամենակարճ ալիքների համար՝ $3 \cdot 10^{-7}$ մմ-ի: 130 դբ ուժգնության

դեպքում տատանումների ամպլիտուդը ամենաերկար ալիք-
ների համար հասնում է 1,7 մմ-ի:

Հարմոնիկ տատանումների դեպքում արագություն ($\dot{\xi}$)_m
ամպլիտուդը, ինչպես գիտենք, հավասար է շեղման a ամպ-
լիտուդի և շրջանային ω հաճախություն արտադրյալին, այ-
սինքն՝ ($\dot{\xi}$)_m = $a\omega$: Բազմապատկելով (89,5) արտահայտու-
թյունը ω -ով, կստանանք

$$\frac{(\dot{\xi})_m}{v} = \frac{1}{\gamma} \frac{(\Delta p)_m}{p} \approx \frac{(\Delta p)_m}{p}, \quad (89,8)$$

Հետևաբար, 130 դր ուժգնություն դեպքում արագու-
թյան ամպլիտուդը կլինի մոտավորապես $340 \text{ մ/վրկ} \cdot 10^{-3} =$
 $= 0,34 \text{ մ/վրկ}$: 60 դր ուժգնություն դեպքում արագություն
ամպլիտուդը կունենա 0,1 մմ/վրկ կարգի արժեք:

Նշենք, որ ի տարբերություն շեղման ամպլիտուդի,
արագություն ամպլիտուդը կախում չունի ալիքի երկարու-
թյունից:

§ 90. Ուլտրաձայն

Ուղղորդված, այսինքն՝ հարթ ալիքին մոտ ալիք ստա-
նալու համար ճառագայթող աղբյուրի չափերը պետք է
շատ ավելի մեծ լինեն ալիքի երկարությունից: Չայնային
ալիքները օդում ունեն մոտավորապես 15 մ-ից մինչև 15 մմ
երկարություն: Հեղուկ և պինդ մարմիններում ալիքի եր-
կարությունը ավելի մեծ է (ձայնային ալիքների տարած-
ման արագությունը այս միջավայրերում ավելի մեծ է, քան
օդում): Գործնականում անհնար է ստեղծել այնպիսի ճա-
ռագայթող աղբյուր, որը կարողանար առաքել նշված եր-
կարությամբ ուղղորդված ալիք: Գործն այլ կերպ է դասա-
վորվում ուլտրաձայնային ալիքների համար, որոնց երկա-
րությունը անհամեմատ ավելի փոքր է: Ալիքի երկարու-
թյունը փոքրացնելու հետ միասին փոքրանում է նաև դի-
ֆրակցիայի դերը ալիքների տարածման պրոցեսում: Ուս-

տի ուլտրաձայնային ալիքները կարող են ստացվել ուղղ-
ված փնջերի ձևով, լույսի փնջերին համանման:

Ուլտրաձայնային ալիքների գրգռման համար ներկա-
յումս հիմնականում օգտվում են հետևյալ երկու երևույթ-
ներից. հակադարձ պլեզոէլեկտրական էֆեկտից և մագ-
նիստատրիկցիայից: Հակադարձ պլեզոէլեկտրական էֆեկ-
տը այն է, որ որոշ բյուրեղներից (օրինակ, կվարցից,
սեգնետայան աղից, բարիումի տիտանատից և այլն) որևէ
ձևով կտրված թիթեղիկը էլեկտրական դաշտի ազդեցու-
թյան տակ թիթեակի դեֆորմացվում է (մի ուղղության
դաշտի դեպքում երկարում է, իսկ հակառակ ուղղության
դաշտի դեպքում՝ սեղմվում): Տեղավորելով թիթեղիկը մե-
տաղական շրջադիրների միջև, որոնց միացված է փոփո-
խական լարման աղբյուրը, կարելի է այդ թիթեղիկում
առաջացնել ստիպողական մեխանիկական տատանումներ:
Այդ տատանումները առանձնապես ուժգին են դառնում
այն դեպքում, երբ էլեկտրական լարման փոփոխություն-
ների հաճախությունը համընկնում է թիթեղիկի սեփական
տատանումների հաճախության հետ: Թիթեղիկի տատա-
նումները հաղորդվում են նրան շրջապատող հեղուկ կամ
գազանման միջավայրին, առաջացնելով նրա մեջ ուլտրա-
ձայնային ալիք:

Մագնիստատրիկցիան այն է, որ ֆերրոմագնիսական նյու-
թերը (երկաթ, նիկել, որոշ համաձուլվածքներ և այլն)
մագնիսական դաշտի ազդեցությունից թիթեակի դեֆորմաց-
վում են: Ուստի ֆերրոմագնիսական ձողը փոփոխական
մագնիսական դաշտում տեղավորելով (օրինակ, այնպիսի
կոճի մեջ, որով անցնում է փոփոխական հոսանք), կարե-
լի է առաջացնել մեխանիկական տատանումներ, և դարձյալ
նրանք առանձնապես ուժգին կլինեն ռեզոնանսի դեպքում:

Ուղղորդված ուլտրաձայնային փնջերը լայն կիրառում
են գտել ջրում լոկացիայի (առարկաներ հայտնաբերելը և
մինչև այդ առարկաները եղած հեռավորությունը որոշելը)
նպատակներով: Առաջին անգամ ուլտրաձայնային լոկա-

ցիայի գաղափարը առաջարկել է հռչակավոր Ֆրանսիացի Ֆիզիկոս Պ. Լանժեվենը (1872—1946) և մշակել է այդ եղանակով առաջին համաշխարհային պատերազմի ժամանակ սուզանավերը հայտնաբերելու սկզբունքները: Այժմ ուլտրաձայնային լոկատորները օգտագործվում են այսբերդները և ձկների վտանները հայտնաբերելու համար և այլ նպատակներով:

Հայտնի է, որ գոռալուց հետո արձագանքի, այսինքն՝ արգելքից (ժայռից, անտառից, ջրհորի ջրի մակերևույթից և այլն) անդրադարձող ձայնի կա վերադառնալու ժամանակը որոշելով կարելի է գտնել մինչև այդ արգելքը եղած հեռավորությունը, եթե այդ ժամանակի կեսը բազմապատկենք ձայնի արագությունը: Այս սկզբունքի հիման վրա կառուցված է վերոհիշյալ լոկատորը, ինչպես նաև ուլտրաձայնային էլեոլոտը (արձագանքային խորաչափը), որը կիրառվում է ծովի հատակի խորությունը և նրա սելիեֆը որոշելու համար: Նավի կմախքի վրա ամրացված առաքիչը ուղղահայաց ուղղությամբ ուղարկում է ուլտրաձայնային կարճ իմպուլսներ: Ծովի հատակից անդրադարձած իմպուլսները գրանցում է ընդունիչը: Իմպուլսի արձակման և նրա ընդունման միջև ընկած ժամանակի միջոցով հաշվում են խորությունը:

Ուլտրաձայնային լոկացիայի մեթոդը հնարավորություն է տալիս չղջիկներին լավ կողմնորոշվելու մթնոթյան մեջ թռչելիս: Չղջիկը պարբերաբար արձակում է ուլտրաձայնային հաճախության իմպուլսներ և լսողության օրգանի միջոցով ընկալված անդրադարձող ազդանշանների օգնությամբ մեծ ճշտությամբ որոշում է մինչև շրջապատող առարկաները եղած հեռավորությունները:

1928 թվականին սովետական գիտնական Ս. Յա. Սոկոլովը առաջարկել է օգտագործել ուլտրաձայնը արատանըման (դեֆեկտոսկոպիայի) բնագավառում, այսինքն՝ արտադրանքներում արատները (դեֆեկտները) հայտնաբերելու համար: Եթե արատի չափերը ավելի մեծ են ալիքի երկարությունից, ապա ուլտրաձայնային իմպուլսը կանդրադառ-

նա արատից և կվերադառնա: Ուլտրաձայնային իմպուլսները դեպի արտադրանքը ուղարկելով և անդրադարձած իմպուլսները գրանցելով, կարելի է ոչ միայն հայտնաբերել արատները արտադրանքներում, այլև դատել նրանց չափերի ու տեղագրման մասին: Սովորովի և այլ գիտնականների մշակած ուլտրաձայնային արատանշման եղանակը գտնում է ավելի ու ավելի մեծ կիրառություն:

Օժտված լինելով մեծ ինտենսիվությամբ, ուլտրաձայնային ալիքները միջավայրով անցնելիս առաջացնում են ճնշման ուժեղ բաքախումբներ, որոնց հետևանքով այդ միջավայրում առաջանում են մի շարք յուրահատուկ երևույթներ, որոնցից են՝ հեղուկներում կախյալ մասնիկների մանրացումը (դիսպերսումը), էմուլսիաների (մի հեղուկի փոքրագույն կաթիլների կախույթը մի այլ հեղուկում, որը չի խառնվում նախորդի հետ) առաջացումը, դիֆուզիայի, լուծման պրոցեսների արագացումը, քիմիական ռեակցիաների ակտիվացումը և այլն:

XI Գ Լ Ո Ւ Խ

ՆԱԽՆԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 91. Մոլեկուլյար-կինետիկ տեսություն
(վիճակագրություն) և թերմոդինամիկա

Մոլեկուլյար ֆիզիկան ֆիզիկայի այն բաժինն է, որը ուսումնասիրում է նյութերի կառուցվածքը և հատկությունները՝ ելնելով, այսպես կոչված, մոլեկուլյար-կինետիկ պատկերացումներից: Այդ պատկերացումների համաձայն ցանկացած մարմինը՝ պինդ, հեղուկ կամ գազանման, բաղկացած է մեծ թվով չափազանց փոքր առանձին մասնիկներից՝ մոլեկուլներից¹: Յուրաքանչյուր նյութի մոլեկուլները գտնվում են անկանոն, քառասյին, որևէ գերակշռող ուղղություն չունեցող շարժման մեջ: Նրա ինտենսիվությունը կախված է նյութի ջերմաստիճանից:

Քառասյին շարժման գոյությունն անմիջական ապացույց է բրոունյան շարժումը: Այս երևույթի էությունն այն է, որ հեղուկի մեջ կախված չափազանց փոքր (միայն միկրոսկոպով երևացող) մասնիկները միշտ գտնվում են անընդհատ անկանոն շարժման վիճակում, որը կախում չունի

¹ Ատոմները կարելի է դիտել որպես միատոմ մոլեկուլներ:

արտաքին պատճառներից և նյութի ներքին շարժման դրսև-
վորումն է: Բրտունյան մասնիկները շարժվում են մոլեկուլ-
ների անկաշնոն հարվածների ազդեցության տակ:

Մոլեկուլյար-կինետիկ տեսության նպատակն է բացատրել
մաքմիներնների այն հատկությունները, որոնք անմիջականո-
րեն նկատվում են փորձի ժամանակ (ճնշում, ջերմաստի-
ճան և այլն), որպես մոլեկուլների ազդեցության գումա-
րային արդյունք: Ընդ որում այս տեսությունում կիրառ-
վում է վիճակագրական մեթոդը, և քննարկվում են ոչ թե
առանձին մոլեկուլների շարժումները, այլ միայն այն մի-
ջին մեծությունները, որոնք բնութագրում են մասնիկների
շատ մեծ ամբողջության շարժումը: Այստեղից առաջանում
է նրա մի այլ անվանումը՝ վիճակագրական ֆիզիկա:

Մաքմիներնների տարբեր հատկությունները և նյութի վի-
ճակի փոփոխությունները ուսումնասիրվում են նաև թեր-
մոդինամիկայում: Սակայն, ի տարբերություն մոլեկուլյար-
կինետիկ տեսության, թերմոդինամիկայում ուսումնասիր-
վում են մաքմիներնների և բնության երևույթների մակրոսկո-
պիկ հատկությունները, առանց նրանց միկրոսկոպիկ հատ-
կությունները նկատի ունենալու: Առանց քննարկելու մոլե-
կուլներն ու ատոմները և պրոցեսների միկրոսկոպիկ հատ-
կությունները, թերմոդինամիկան հնարավորություն է տա-
լիս կատարելու մի շարք եզրակացություններ այդ պրոցես-
ների ընթացքի մասին:

Թերմոդինամիկայի հիմքում ընկած են մի քանի հիմ-
նական օրենքներ (կոչվում են թերմոդինամիկայի սկզբունք-
ներ), որոնք սահմանվել են մեծ թվով փորձնական փաս-
տերի ընդհանրացման հիման վրա: Այդ պատճառով թեր-
մոդինամիկայի եզրակացությունները կրում են շատ ընդ-
հանուր բնույթ:

Ուսումնասիրելով նյութի վիճակի փոփոխությունները
տարբեր տեսանկյուններից, թերմոդինամիկան և մոլեկուլ-
յար-կինետիկ տեսությունը լրացնում են միմյանց՝ ըստ
էություն կազմելով մի ամբողջություն:

Դիմելով մոլեկուլյար-կինետիկ պատկերացումների զար-

գացման պատմութեանը, պետք է առաջին հերթին նշել, որ նյութի ատոմիստական կառուցվածքի պատկերացումները առաջարկել են դեռևս հին հույները: Մակայն հին հույների այս գաղափարները հանճարեղ կռահումից ավելի ոչինչ չէին ներկայացնում իրենցից: XVII դարում ատոմիստիկան նորից է վերածնվում, սակայն արդեն ոչ թե որպէս ենթադրութիւն, այլ որպէս գիտական հիպոթեզ: Այդ հիպոթեզը առանձնապէս մեծ զարգացում է ստացել հանճարեղ ուսման գիտնական և մտածող Մ. Վ. Լոմոնոսովի (1711 — 1765) աշխատանքներում, որոնցում նա ձեռնարկել էր տալու իր ժամանակին հայտնի բոլոր ֆիզիկական և քիմիական երևույթների ընդհանուր պատկերը: Այդ աշխատանքներում նա ելնում էր նյութի կառուցվածքի մանրամասնիկավոր (ըստ ժամանակակից տերմինաբանութեան՝ մոլեկուլյար) պատկերացումից: Ելնելով ժամանակին տիրապետող ջերմածնի (ենթադրական ջերմային հեղուկ, որի քանակը մարմնի մեջ որոշում է նրա տաքացման ատտիճանը) տեսութեան դեմ, Լոմոնոսովը «ջերմութեան պատճառը» կոպում էր մարմնի մասնիկների պտտական շարժման հետ: Այսպիսով, Լոմոնոսովը, ըստ էութեան, ձևակերպել է մոլեկուլյար-կիմեաիկ հասկացութիւնները:

XIX դարի երկրորդ կեսերին և XX դարի սկզբին մի շարք գիտնականների աշխատանքների շնորհիվ ատոմիստիկան վերածվեց գիտական տեսութեան:

§ 92. Մոլեկուլների մասսան եւ չափերը

Ատոմների և մոլեկուլների մասսաները բնութագրելու համար կիրառվում են ատոմական կշիռ և մոլեկուլային կշիռ կոչվող մեծութիւնները (ակնհայտ է, որ ավելի ճիշտ կլինէր, եթէ նրանց անվանեինք ատոմային և մոլեկուլային մասսաներ):

Քիմիական տարրի ատոմական կշիռ (A) կոչվում է տրվյալ տարրի ատոմի մասսայի հարաբերութիւնը C¹² ատոմի

(այսպես նշանակվում է 12 մասսային թիվ ունեցող ածխածնի իզոտոպը, տե՛ս «Ատոմային ֆիզիկա») մասսայի 1/12 մասին: Նյութի մոլեկուլային կշիռ (M) կոչվում է սովյալ նյութի մոլեկուլի մասսայի հարաբերությունը C^{12} ատոմի մասսայի 1/12 մասին: Այս ձևով որոշված ատոմների և մոլեկուլների մասսաների սանդղակը կոչվում է $C^{12} = 12$ սանդղակ¹: Այս սանդղակի համաձայն C^{12} -ի ատոմական կշիռը ճիշտ 12 է, O^{16} թթվածնինը՝ 15,9949, իսկ ամենաթեթև տարրի՝ ջրածնի ատոմական կշիռը՝ 1,0080 (իզոտոպների բնական խառնուրդի համար): Ինչպես հետևում է նրանց սահմանումներից, ատոմական և մոլեկուլային կշիռները չափայնություն չունեցող մեծություններ են: Մասսայի միավորը հավասար է C^{12} ատոմի մասսայի 1/12 մասին և կրճատ նշանակվում է լատիներեն «u» (unit) կամ հայերեն «մ» միավոր տառով: Այս միավորի արժեքը, արտահայտված կիլոգրամներով, նշանակենք $m_{միավ. - ով}$: Այդ դեպքում կիլոգրամներով արտահայտված ատոմի մասսան հավասար կլինի $Am_{միավ. - ի}$, իսկ մոլեկուլի մասսան՝ $Mm_{միավ. - ի}$:

Հեշտ է կռահել, որ երկու քիմիապես պարզ նյութեր, որոնք վերցված են այնպիսի քանակներով, որ նրանց m_1 և m_2 մասսաները հարաբերում են ինչպես A_1 և A_2 ատոմական կշիռները, կպարունակեն միատեսակ թվով ատոմներ: Համանմանորեն, երկու քիմիապես բարդ նյութեր, որոնք վերցված են այնպիսի քանակներով, որ նրանց մասսաները

1 Նախկինում կիրառվում էր $O^{16} = 16$ սանդղակը, որի համաձայն O^{16} -ի (16 մասսային թիվ ունեցող թթվածնի իզոտոպի) կշիռը ճիշտ 16 է: Սակայն O^{16} -ը հարմար չէ այլ ատոմների և մոլեկուլների մասսաների հետ մասսա-սպեկտրոգրաֆիական համեմատություններ կատարելու համար: Այդ նպատակով չափազանց հարմար է ածխածնի իզոտոպներից մեկը: Ուստի 1960 թ. կայացած զուտ և կիրառական ֆիզիկայի միջազգային միություն (IUPAP) 10-րդ գլխավոր ասամբլեան առաջարկեց օգտվել $C^{12} = 12$ սանդղակից: Այս կապակցությամբ ՄՍՀՄ ԳԱ-ն որոշում ընդունեց անցնել ատոմական և մոլեկուլային կշիռների նոր սանդղակի:

հարաբերում են, ինչպես մոլեկուլային կշիռները, կպարունակեն միատեսակ թվով մոլեկուլներ:

Տվյալ տարրի այն քանակը, որի մասսան՝ արտահայտված կիլոգրամներով, թվապես հավասար է նրա ատոմական կշռին, կոչվում է կիլոգրամ-ատոմ: Տվյալ նյութի այն քանակը, որի մասսան՝ արտահայտված կիլոգրամներով, թվապես հավասար է նրա մոլեկուլային կշռին, կոչվում է կիլոգրամ-մոլեկուլ կամ կրճատ՝ կիլոմոլ (գրվում է կմոլ):

CGS համակարգում կիլոգրամ-ատոմի փոխարեն օգտվում են գրամ-ատոմից (որը տվյալ տարրի A գրամն է), իսկ կիլոգրամ-մոլեկուլի փոխարեն՝ գրամ-մոլեկուլից կամ մոլից (որը տվյալ նյութի M գրամն է):

Կիլոգրամ-մոլեկուլի μ մասսան թվապես հավասար է M մոլեկուլային կշռին: Այդ պատճառով μ -ն երբեմն կոչվում է մոլեկուլային կշիռ: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ այն դեպքում, երբ M-ը չափայնություն չունեցող մեծություն է, կիլոմոլի μ մասսան ունի կգ/կմոլ չափայնություն: Ակնհայտ է, որ ատոմները որպես միատոմ մոլեկուլներ դիտելիս, կիլոգրամ-ատոմը կարելի է համարել կիլոգրամ-մոլեկուլ, որի համար μ -ն թվապես հավասար է A-ի:

Քանի որ կիլոգրամ-մոլեկուլների մասսաները հարաբերում են այնպես, ինչպես համապատասխան մոլեկուլային կշիռները, ուրեմն բոլոր նյութերի կիլոմոլերը կպարունակեն միևնույն թվով մոլեկուլներ՝

$$N_A = \frac{\mu}{M m_{\text{մոլ}}},$$

որը թվապես հավասար է $1/m_{\text{մոլ}}$ -ի: N_A -ն կոչվում է Ավոգադրոյի թիվ: Փորձնական եղանակով որոշված է

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \text{ կմոլ}^{-1};$$

CGS համակարգում Ավոգադրոյի թիվ է կոչվում մոլեկուլների թիվը նյութի գրամ-մոլեկուլում: Հետևաբար, այս համակարգում

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ մոլ}^{-1};$$

Իմանալով Ավոգադրոյի թիվը, կարելի է որոշել միավոր՝ $M_{\text{հազ.}}$ մասսան: Իսկապես, $M_{\text{հազ.}}$ -ը թվապես հավասար է $1/N_A$ -ի, այսինքն՝ $1/6,023 \cdot 10^{26} = 1,66 \cdot 10^{-27}$ կգ: Այսպիսով, ցանկացած ատոմի մասսան հավասար է $1,66 \cdot 10^{-27}$ A կգ, ցանկացած մոլեկուլի մասսան հավասար է $1,66 \cdot 10^{-27}$ M կգ:

Այժմ գնահատենք մոլեկուլների չափերը: Բնական է ենթադրել, որ հեղուկներում մոլեկուլները տեղավորված են միմյանց բավականին մոտ, ուստի մեկ մոլեկուլի ծավալի մոտավոր արժեքը կարելի է ստանալ ցանկացած հեղուկի, օրինակ՝ ջրի, կիլոմոլի ծավալը կիլոմոլի մոլեկուլների N_A թվի վրա բաժանելով: Ջրի կիլոմոլը (այսինքն՝ 18 կգ-ը) զբաղեցնում է 0,018 մ³ ծավալ: Հետևաբար, մեկ մոլեկուլին հասնում է մի ծավալ, որը հավասար է՝

$$\frac{0,018}{6 \cdot 10^{26}} = 30 \cdot 10^{-30} \text{ մ}^3:$$

Այստեղից հետևում է, որ ջրի մոլեկուլների գծային չափերը՝

$$\sqrt[3]{30 \cdot 10^{-30}} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ մ} = 3 \text{ \AA}:$$

Այլ նյութերի մոլեկուլները նույնպես ունեն մի քանի անգստրեմի կարգի չափեր:

§ 93. Համակարգի վիճակը: Պրոցես

Մարմինների համակարգ կամ պարզապես համակարգ է կոչվում քննարկվող մարմինների համախումբը: Համակարգ է օրինակ հեղուկը և նրա հետ հավասարակշռության մեջ գտնվող գոլորշին: Մասնավորապես, համակարգը կարող է բաղկացած լինել միայն մեկ մարմնից:

Յուրաքանչյուր համակարգ կարող է գտնվել տարբեր վիճակներում, որոնք միմյանցից տարբերվում են ջերմաստիճանով, ծավալով և այլն: Համակարգի վիճակը բնորոշող նման մեծությունները կոչվում են համակարգի պարամետրեր:

Ոչ միշտ է, որ պարամետրն ունի որոշակի արժեք: Եթե, օրինակ, մարմնի տարբեր կետերում ջերմաստիճանը տարբեր է, մարմնին չի կարելի վերագրել T պարամետրի որոշակի արժեք: Այս դեպքում վիճակը կոչվում է չհավասարակշռված: Եթե այդպիսի մարմինը մեկուսացնենք այլ մարմիններից և թողնենք ինքն իրեն, ջերմաստիճանը կհավասարվի և կընդունի բոլոր կետերի համար միևնույն T արժեքը, այսինքն՝ մարմինը կանցնի հավասարակշռված վիճակի:

Այս T արժեքը չի փոփոխվում այնքան ժամանակ, քանի դեռ մարմինը արտաքին ազդեցության տակ դուրս չի բերվում հավասարակշռության դիրքից:

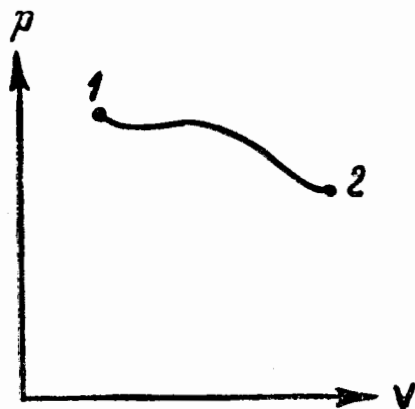
Նույնը կարող է տեղի ունենալ նաև մյուս պարամետրերի, օրինակ՝ p ճնշման հետ: Եթե վերցնենք մխոցով կիպ փակված գլանաձև անոթում պարփակված գազ և սկսենք արագ ներս մղել մխոցը, նրա տակ կառաջանա գազի բարձիկ, որտեղ ճնշումը ավելի մեծ կլինի, քան գազի մնացած ծավալում: Հետևաբար, գազը այս դեպքում չի կարող բնութագրվել p ճնշման որոշակի արժեքով և նրա վիճակը կլինի չհավասարակշռված: Սակայն, եթե դադարեցնենք մխոցի տեղաշարժը, ճնշումը ծավալի տարբեր կետերում կհավասարվի և գազը կանցնի հավասարակշռված վիճակի:

Այսպիսով, համակարգի հավասարակշռված վիճակ կոչվում է այն վիճակը, որի դեպքում համակարգի բոլոր պարամետրերն ունեն որոշակի արժեքներ, որոնք անփոփոխ արտաքին պայմանների դեպքում մնում են հաստատուն ցանկացած չափով երկար ժամանակ:

Եթե կոորդինատային առանցքների վրա տեղադրենք որևէ երկու պարամետրերի արժեքները, ապա համակարգի ցանկացած հավասարակշռված վիճակը կարող է պատկերվել մի կետով այս գրաֆիկի վրա (տե՛ս, օրինակ, 1 կետը նկ. 212-ում):

Չհավասարակշռված վիճակը չի կարող պատկերվել այս եղանակով, որովհետև չհավասարակշռված վիճակում պարամետրերից առնվազն մեկը չի ունենա որոշակի արժեք:

Յուրաքանչյուր պրոցես, այսինքն՝ համակարգի մի վիճակից մյուսին անցնելը կապված է համակարգի հավասարակշռության խախտման հետ: Հետևաբար, համակարգում որևէ պրոցեսի ընթանալու դեպքում այն անցնում է հաջորդաբար չհավասարակշռված վիճակներից: Դիմելով մխոցով ծածկված անոթում գազի սեղմման արդեն քննարկված պրոցեսին, կարելի է եզրակացնել, որ հավասարակշռության խախտումը մխոցի ներս մղման դեպքում այնքան զգալի է, որքան ավելի արագ է կատարվում գազի սեղմումը: Եթե մխոցը ներս մղենք շատ դանդաղ, ապա հավասարակշռության խախտումը կլինի աննշան և ճնշումը տարբեր կետերում քիչ կտարբերվի միջին p արժեքից: Սահմանային դեպքում, երբ գազի սեղմումը կատարվում է անսահմանորեն դանդաղ, գազը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին կբնութագրվի ճնշման որոշակի արժեքով: Հետևաբար, այս դեպքում գազի վիճակը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին հավասարակշռված կլինի և անվերջ դանդաղ պրոցեսը կազմված կլինի հավասարակշռված վիճակների հաջորդականությունից:



Նկ. 212

Հավասարակշռված վիճակների հաջորդականությունից բաղկացած պրոցեսը կոչվում է հավասարակշռված: Ասվածից հետևում է, որ հավասարակշռված կարող է լինել միայն անսահման դանդաղ պրոցեսը, ուստի հավասարակշռված պրոցեսը վերացական հասկացություն է:

Հավասարակշռված պրոցեսը գրաֆիկի վրա կարելի է պատկերել համապատասխան կորով (Նկ. 212): Չհավասարակշռված պրոցեսները պայմանականորեն կպատկերենք կետագծային կորերով:

Հավասարակշռված վիճակ և հավասարակշռված պրոցես

հասկացությունները մեծ դեր են խաղում թերմոդինամիկայում: Թերմոդինամիկայի բոլոր քանակական եզրակացությունները խստորեն կիրառելի են միայն հավասարակշռված պրոցեսների նկատմամբ:

§ 94. Համակարգի ներքին էներգիան

Որևէ մարմնի ներքին էներգիա կոչվում է նրա այն էներգիան, որը հավասար է մարմնի լրիվ էներգիայից հանած նրա կինետիկ էներգիան և արտաքին ուժերի դաշտում ունեցած պոտենցիալ էներգիան: Այսպես, գազի որևէ մասսայի ներքին էներգիան որոշելիս չպետք է հաշվի առնվեն անոթի հետ միասին գազի շարժման էներգիան և այն էներգիան, որը պայմանավորված է գազը երկրի ձգողական ուժերի դաշտում գտնվելու պատճառով:

Հետևաբար, ներքին էներգիա հասկացության մեջ մտնում են մոլեկուլների քաոսային շարժման կինետիկ էներգիան, մոլեկուլների միջև փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան և ներմոլեկուլային էներգիան:

Մարմինների համակարգի ներքին էներգիան հավասար է հետևյալ էներգիաների գումարին՝ առանձին վերցված մարմիններից՝ յուրաքանչյուրին համապատասխանող ներքին էներգիաների և մարմինների միջև փոխազդեցության էներգիայի, որը իրենից ներկայացնում է մարմինների միջև սահմանային բարակ շերտում տեղի ունեցող միջմոլեկուլային փոխազդեցության էներգիան:

Ներքին էներգիան համակարգի վիճակի ֆունկցիա է: Սա նշանակում է, որ ամեն անգամ, երբ համակարգը գանվում է տվյալ վիճակում, նրա ներքին էներգիան ստանում է այդ վիճակին բնորոշ արժեք, անկախ համակարգի նախապատմությունից: Հետևաբար, համակարգը մի վիճակից մյուսին անցնելու դեպքում ներքին էներգիայի փոփոխությունը միշտ հավասար կլինի այդ վիճակներին համապատասխանող ներքին էներգիաների արժեքների տարբերությունը, անկախ այն ճանապարհից, որով կատարվում է այդ

անցումը, այսինքն՝ անկախ այն պրոցեսից կամ պրոցեսների ամբողջությունից, որոնք հանգեցնում են համակարգի անցմանը մի վիճակից մյուսին:

§ 95. Թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքը

Ներքին էներգիան կարող է փոփոխվել հիմնականում երկու տարբեր պրոցեսների՝ մարմնի վրա A' աշխատանք կատարելու և նրան Q ջերմության քանակ հաղորդելու հետևանքով: Աշխատանքի կատարումը ուղեկցվում է համակարգի վրա ազդող արտաքին մարմինների տեղափոխումով: Այսպես, անոթում գտնվող գազը փակող մխոցը ներս մղելու դեպքում այն գազի վրա կատարում է A' աշխատանքը: Նյութոսնի երրորդ օրենքի համաձայն այս դեպքում գազը մխոցի վրա կատարում է $A = -A'$ աշխատանք:

Ջերմության հաղորդումը մարմնին կապված չէ արտաքին մարմինների տեղափոխման հետ և հետևաբար կապված չէ մարմնի նկատմամբ մակրոսկոպիկ (այսինքն՝ մարմինը կազմող մոլեկուլների ամբողջության) նկատմամբ) աշխատանք կատարելու հետ: Այս դեպքում ներքին էներգիայի փոփոխությունը պայմանավորված է նրանով, որ ավելի տաք մարմնի առանձին մոլեկուլները աշխատանք են կատարում պակաս տաք մարմնի առանձին մոլեկուլների նկատմամբ: Էներգիայի հաղորդումը այս դեպքում ուղեկցվում է նաև ճառագայթումով: Մի մարմնից մյուսին էներգիայի հաղորդմանը հանգեցնող միկրոսկոպիկ պրոցեսների (այսինքն՝ ոչ թե ամբողջ մարմինը, այլ նրա առանձին մոլեկուլները ընդգրկող) ամբողջությունը կոչվում է ջերմահաղորդում:

Ինչպես մի մարմնից մյուսին ջերմահաղորդվող էներգիայի քանակը որոշվում է մարմինների միմյանց նկատմամբ կատարված A աշխատանքով, այնպես էլ ջերմահաղորդման միջոցով մի մարմնից մյուսին հաղորդվող էներգիայի քանակը որոշվում է մի մարմնից մյուսին հաղորդվող ջերմության Q քանակով: Այսպիսով, համակարգի ներքին էներգիայի աճը պետք է հավասար լինի այդ համակարգի

նկատմամբ կատարված A' աշխատանքի և համակարգին հաղորդված ջերմության Q քանակի գումարին, այսինքն՝

$$U_2 - U_1 = Q + A'. \quad (95. 1)$$

այստեղ U_1 -ը և U_2 -ը համակարգի ներքին էներգիայի սկզբնական և վերջնական արժեքներն են: Ընդհանրապես, համակարգի նկատմամբ արտաքին մարմինների կատարած A' աշխատանքի փոխարեն դիտում են արտաքին մարմինների նկատմամբ համակարգի կատարած A աշխատանքը (որը հավասար է $-A'$ -ի): Տեղադրելով A' -ի փոխարեն $-A$ և լուծելով Q -ի նկատմամբ, (95. 1) հավասարմանը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$Q = U_2 - U_1 + A: \quad (95. 2)$$

(95. 2) հավասարումը արտահայտում է էներգիայի պահպանման օրենքը և թերմոդինամիկայի առաջին օրենքի (սկզբունքի) բովանդակությունն է: Այս սկզբունքը արտահայտվում է հետևյալ ձևով. համակարգին հաղորդված ջերմության քանակը ծախսվում է համակարգի ներքին էներգիայի աճի և արտաքին մարմինների նկատմամբ համակարգի կատարած աշխատանքի վրա:

Ասվածը բոլորովին էլ չի նշանակում, թե ջերմություն հաղորդելիս համակարգի ներքին էներգիան միշտ կաճի: Կարող է պատահել համակարգին ջերմություն հաղորդելիս նրա էներգիան ոչ թե աճի, այլ նվազի ($U_2 < U_1$): Այդ դեպքում (95.2)-ի համաձայն $A > Q$, այսինքն՝ համակարգը աշխատանք է կատարում ինչպես ստացած Q ջերմության, այնպես էլ ներքին էներգիայի պաշարի հաշվին, որի նվազումը հավասար է $U_1 - U_2$ -ի: Պետք է նաև նկատի ունենալ, որ (95.2)-ի մեջ Q -ն և A -ն հանրահաշվական մեծություններ են ($Q < 0$ -ն նշանակում է համակարգը իրականում ոչ թե ջերմություն է ստանում, այլ տալիս է):

(95.2)-ից հետևում է, որ ջերմության Q քանակը կարելի է չափել աշխատանքի և էներգիայի չափման միա-

վորներով: SI համակարգում որպես ջերմության քանակի չափման միավոր ընդունված է ջոուլը:

Ջերմության քանակը չափելու համար կիրառվում է նաև մի հատուկ միավոր, որը կոչվում է կալորիա: Մեկ կալորիան ջերմության այն քանակն է, որ անհրաժեշտ է 1 գ ջուրը 19,5-ից մինչև 20,5° C տաքացնելու համար: Հազար կալորիան կոչվում է մեծ կալորիա կամ կիլոկալորիա:

Փորձով հաստատված է, որ մեկ կալորիան համարժեք է 4,18 ջոուլի: Հետևաբար, մեկ ջոուլը համարժեք է 0,24 կալ-ի: $1 = 4,18 \text{ ջ/կալ}$ մեծությունը կոչվում է ջերմության մեխանիկական համարժեք:

Եթե (95.2)-ի մեջ մտնող մեծությունները արտահայտված են տարրեր միավորներով, ապա այդ մեծություններից մի քանիսը անհրաժեշտ է բազմապատկել համապատասխան համարժեքով: Այսպես, Q-ն կալորիաներով, իսկ U-ն և A-ն ջոուլներով արտահայտելու դեպքում (95.2) առնչությունը պետք է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$IQ = U_2 - U_1 + A:$$

Հետագայում միշտ ենթադրելու ենք, որ Q-ն, A-ն և U-ն արտահայտված են միատեսակ միավորներով և առաջին սկզբունքի հավասարումը կգրենք (95.2) տեսքով:

Համակարգի կատարած աշխատանքը կամ համակարգի ստացած ջերմությունը հաշվելիս սովորաբար հարկ է լինում քննարկվող պրոցեսը բաժանել մի շարք տարրական պրոցեսների, որոնցից յուրաքանչյուրը համապատասխանում է համակարգի պարամետրերի չափազանց փոքր (սահմանային դեպքում՝ անսահման փոքր) փոփոխմանը: (95.2) հավասարումը տարրական պրոցեսի համար կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\Delta'Q = \Delta U + \Delta'A, \quad (95.3)$$

որտեղ $\Delta'Q$ -ն ջերմության տարրական քանակն է, $\Delta'A$ -ն՝ տարրական աշխատանքը, իսկ ΔU -ն՝ սովյալ տարրական պրոցեսի ընթացքում համակարգի ներքին էներգիայի աճը:

Չափազանց կարևոր է նկատի ունենալ, որ $\Delta'Q$ -ն և $\Delta'A$ -ն չի կարելի դիտել որպես Q և A մեծությունների

աճեր: Որևէ \int մեծության՝ տարրական պրոցեսի համապատասխանող Δ -ն կարելի է դիտել որպես այդ մեծության աճ միայն այն դեպքում, եթե մի վիճակից մյուսին անցմանը համապատասխանող $\sum \Delta f$ -ը կախված չէ այն

ճանապարհից, որով կատարվում է այդ անցումը, այսինքն՝ \int -ը վիճակի ֆունկցիա է: Վիճակի ֆունկցիայի վերաբերյալ կարելի է խոսել յուրաքանչյուր վիճակին համապատասխանող նրա «պաշարի» մասին: Օրինակ, կարելի է խոսել ներքին էներգիայի պաշարի մասին, որով օժտված է համակարգը տարբեր վիճակներում:

Ինչպես կտեսնենք հետագայում, համակարգի կատարած աշխատանքը և համակարգի ստացած ջերմության քանակը կախված են համակարգի մի վիճակից մյուսին անցնելու ճանապարհից: Հետևաբար, ոչ Q -ն, ոչ էլ A -ն վիճակի ֆունկցիաներ չեն, որի հետևանքով չի կարելի խոսել ջերմության կամ աշխատանքի պաշարի մասին, որով օժտված է համակարգը տարբեր վիճակներում:

Այսպիսով, A -ի և Q -ի առջևի Δ սիմվոլի իմաստը տարբերվում է U -ի առջևի Δ սիմվոլի իմաստից: Այս հանգամանքը ընդգծելու համար առաջին դեպքում Δ -ն գրված է շարիխով:

ΔU -ն ներքին էներգիայի աճն է, իսկ $\Delta'Q$ -ն և $\Delta'A$ -ն ոչ թե աճերն են, այլ տարրական ջերմության քանակն ու տարրական աշխատանքը:

Հաշվումների համար (95.3)-ում անցնում են դիֆերենցիալներին: Այդ դեպքում առաջին սկզբունքի հավասարումը¹

$$d'Q = dU + d'A: \quad (95.4)$$

(95.4)-ը ինտեգրելով ըստ ամբողջ պրոցեսի, կստանանք

$$Q = (U_2 - U_1) + A,$$

որը համընկնում է (95.2) հավասարման հետ:

¹ (95.4) հավասարման մեջ dU -ն լրիվ դիֆերենցիալ է, իսկ $d'Q$ -ն և $d'A$ -ն լրիվ դիֆերենցիալներ չեն:

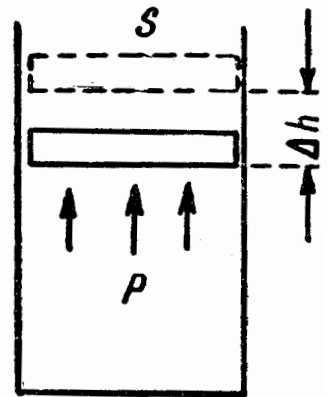
Մի անգամ ևս ընդգծենք, որ, օրինակ, $d'A$ -ի ինտեգրուման արդյունքը չի կարելի գրել

$$\int_1^2 d'A = A_2 - A_1 \quad \text{տեսքով:}$$

Այսպիսի գրառումը կնշանակի, որ համակարգի կատարած աշխատանքը հավասար է երկրորդ և առաջին վիճակների համապատասխանող աշխատանքների արժեքների (այսինքն՝ պաշարների) տարբերությունը:

§ 96. Մարմնի կատարած աշխատանքը ծավալի փոփոխման դեպքում

Տվյալ մարմնի փոխազդեցությունը նրան հպվող մարմինների հետ կարելի է բնութագրել այն ճնշումով, որով այդ մարմինը ազդում է մյուսների վրա: Ճնշման օգնությամբ կարելի է նկարագրել գազի փոխազդեցությունը անոթի պատերի հետ, ինչպես նաև պինդ կամ հեղուկ մարմնի փոխազդեցությունը նրան շրջապատող միջավայրի (օրինակ, գազի) հետ: Փոխազդող ուժերի կիրառման կետերի տեղաշարժը ուղեկցվում է մարմնի ծավալի փոփոխումով: Հետևաբար, արտաքին մարմինների նկատմամբ տվյալ մարմնի կատարած աշխատանքը կարելի է արտահայտել ճնշման և մարմնի ծավալի փոփոխումով: Այս արտահայտությունը գտնելու համար քննարկենք հետևյալ օրինակը:



Նկ. 213

Ի հյուսք գազը գտնվում է գլանաձև անոթում, որը կիպ փակված է հեշտ սահող մխոցով (Նկ. 213): Եթե որևէ պատճառով գազը սկսի ընդարձակվել, կտեղափոխի մխոց-

քը և նրա նկատմամբ կկատարի աշխատանք: Մխոցը Δh հասվածով տեղափոխվելու դեպքում գազի կատարած տարրական աշխատանքը՝

$$\Delta'A = f\Delta h,$$

որտեղ f -ը այն ուժն է, որով գազը ազդում է մխոցի վրա: Փոխարինելով այս ուժը գազի p ճնշման և մխոցի S մակերեսի արտադրյալով, կստանանք

$$\Delta'A = pS\Delta h:$$

Սակայն, $S\Delta h$ -ը գազի ծավալի ΔV աճն է: Ուստի տարրական աշխատանքի արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\Delta'A = p\Delta V: \quad (96.1)$$

Ակնհայտ է, որ (96.1)-ի մեջ $\Delta'A$ -ն հանրահաշվական մեծություն է: Իսկապես, գազի սեղմման դեպքում Δh տեղափոխման և f ուժի (որով գազը ազդում է մխոցի վրա) ուղղությունները հակառակ են, որի հետևանքով տարրական $\Delta'A$ աշխատանքը կլինի բացասական: Ծավալի ΔV աճը այս դեպքում նույնպես կլինի բացասական: Այսպիսով, (96.1) բանաձևը տալիս է աշխատանքի ճիշտ արտահայտությունը գազի ծավալի ցանկացած փոփոխությունների դեպքում:

Եթե գազի ճնշումը մնում է հաստատուն (սրա համար միաժամանակ պետք է համապատասխան ձևով փոփոխվի նաև ջերմաստիճանը), ապա ծավալը V_1 արժեքից մինչև V_2 արժեքը փոփոխվելու դեպքում կատարված աշխատանքը՝

$$A_{12} = p(V_2 - V_1): \quad (96.2)$$

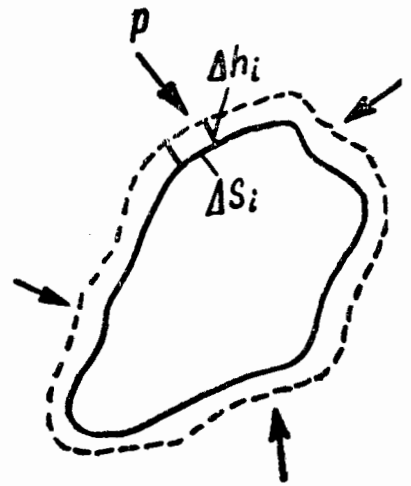
Եթե ծավալի փոփոխման դեպքում ճնշումը չի մնում հաստատուն, ապա (96.1) բանաձևը իրավացի է միայն բավականաչափ փոքր ΔV -երի համար: Այդ դեպքում ծավալի

վերջավոր փոփոխությունների ժամանակ կատարված աշխատանքը պետք է հավասար լինի (96.1) տեսքի տարրական աշխատանքների գումարին, այսինքն՝

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV: \quad (96.3)$$

§ 93-ից պարզ է, որ մեր ստացած բանաձևերը կարող են կիրառվել միայն հավասարակշռված պրոցեսների դեպքում:

Աշխատանքի համար գտնված արտահայտությունները իրավացի են պինդ, հեղուկ և գազանման մարմինների ծավալների ցանկացած փոփոխությունների դեպքում: Սրանում համոզվելու նպատակով քննարկենք մի օրինակ ևս: Վերցնենք կամայական ձևի մի պինդ մարմին, որն ընկղմված է հեղուկ կամ գազանման միջավայրի մեջ, որի p ճնշումը այդ մարմնի բոլոր կետերի վրա միատեսակ է (նկ. 214): Ենթադրենք, թե մարմինն ընդարձակվում է այնպես, որ նրա մակերևույթի առանձին տարրական ΔS_i տեղամասերը ստանում են տարբեր Δh_i տեղաշարժեր: Այդ դեպքում i -րդ տեղամասը կկատարի $\Delta' A_i$ աշխատանք, որը հավասար է $p \Delta S_i \Delta h_i$ -ի: Մարմնի կատարած աշխատանքը կարելի է որոշել որպես առանձին տեղամասերի աշխատանքների գումար՝



նկ. 214

$$\Delta' A = \sum \Delta' A_i = \sum p \Delta S_i \Delta h_i:$$

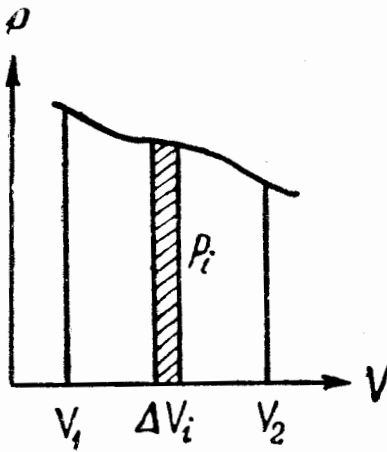
Գումարի նշանի տակից դուրս բերելով բոլոր տեղամասերի համար միատեսակ p -ն և նկատի ունենալով, որ

$\sum \Delta S_i \Delta h_i$ -ն տալիս է մարմնի ծավալի ΔV աճը, կարելի է գրել

$$\Delta' A = p \Delta V,$$

այսինքն, ընդհանուր դեպքում ևս հանգում ենք (96.1) բանաձևին:

Մարմնի ծավալի փոփոխման պրոցեսը պատկերենք (p, V) դիագրամում (նկ. 215): $\Delta' A_i = p_i \Delta V_i$ տարրական աշխատանքին համապատասխանում է գրաֆիկի վրա ստվերագծված նեղ մակերեսը: Ակնհայտ է, որ V առանցքով, $p = f(V)$ կորով և V_1 ու V_2 ուղիղներով սահմանափակված մակերեսը թվապես հավասար է այն աշխատանքին, որը կատարվում է ծավալը V_1 -ից մինչև V_2 փոփոխվելու դեպքում:



Նկ. 215

Նշենք, որ օգտվելով (96.1)

արտահայտությունից (դիֆերենցիալներին անցնելով), թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի (95. 4) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$d'Q = dU + pdV: \quad (96.4)$$

§ 97. Ջերմաստիճան

Ջերմաստիճան հասկացությունը կարելի է տալ հետևյալ դատողությունների հիման վրա: Եթե մի քանի միմյանց հպվող մարմիններ գտնվում են ջերմային հավասարակշռության վիճակում, այսինքն՝ էներգիա չեն փոխանակում ջերմահաղորդման միջոցով, ապա այս մարմիններին վերագրում են միևնույն ջերմաստիճանը: Եթե մարմինների միջև ջերմային կոնտակտ հաստատելու դեպքում նրանցից մեկը էներգիան հաղորդում է մյուսին ջերմահաղորդման միջոցով, ապա առաջին մարմնին վերա-

գրում են ավելի բարձր ջերմաստիճան, քան երկրորդին: Մարմինների մի շարք հատկություններ, օրինակ, ծավալը, էլեկտրական դիմադրությունը և այլն կախված են մարմնի ջերմաստիճանից: Այս հատկություններից ցանկացածը կարելի է օգտագործել ջերմաստիճանը քանակապես որոշելու համար:

Ջերմաստիճանը չափելու համար մեր ընտրած մարմինը (ջերմաչափային մարմինը) հալվող սառույցի հետ դնենք ջերմային հավասարակշռության մեջ, այդ դեպքում մարմնին վերագրենք 0° և քանակապես բնութագրենք նրա այն հատկությունը (ջերմաստիճանային հատկանիշը), որը մտադիր ենք օգտագործել ջերմաստիճանը չափելու համար: Դիցուք, որպես այդպիսի հատկանիշ ընտրված է մարմնի ծավալը, և նրա արժեքը 0° -ի դեպքում հավասար է V_0 -ի: Այնուհետև նույն մարմինը ջերմային հավասարակշռության մեջ դնենք մթնոլորտային ճնշման տակ եռացող ջրի հետ, վերագրենք նրան այդ վիճակում 100° -ի արժեք և որոշենք համապատասխան V_{100} ծավալը: Ընդունելով, որ մեր ընտրած ջերմաստիճանային հատկանիշը (քննարկվող օրինակում՝ ծավալը) ջերմաստիճանի հետ միասին փոփոխվում է գծայնորեն, ապա այն վիճակին, որում ջերմաստիճանային մարմինը ունի V ծավալ, պետք է վերագրել հետևյալ ջերմաստիճանը՝

$$t^\circ = \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0} 100^\circ; \quad (97.1)$$

Այս ձևով սահմանված ջերմաստիճանային սանդղակը, ինչպես հայտնի է, կոչվում է Ցելսիուսի սանդղակ: (97.1)-ին համանման առնչություն կարելի է գրել նաև այն դեպքի համար, երբ ջերմաստիճանը չափելու համար վերցվում է ոչ թե ծավալը, այլ մեկ ուրիշ ջերմաստիճանային հատկանիշ:

Նկարագրված եղանակով աստիճանավորելով, ջերմաչափը կարելի է օգտագործել ջերմաստիճանը չափելու համար, այդ նպատակով ջերմաչափը ջերմային հավասարակշռության մեջ է դրվում այն մարմնի հետ, որի ջեր-

մաստիճանը մեզ հետաքրքրում է, և հաշվվում է ծավալի մեծությունը:

Ըստ բնույթի տարբեր ջերմաստիճանային մարմիններ (օրինակ՝ սնդիկ և սպիրտ) կամ տարբեր ջերմաստիճանային հատկանիշներ (օրինակ՝ ծավալ և էլեկտրական դիմադրություն) ունեցող ջերմաչափերը համեմատելիս պարզվում է, որ այդ ջերմաչափերի ցուցմունքները աստիճանավորման եղանակի պատճառով 0° -ի և 100° -ի դեպքում համընկնում են, իսկ այլ ջերմաստիճանների դեպքում չեն համընկնում: Այստեղից հետևում է, որ ջերմաստիճանային սանդղակը միարժեք որոշելու համար անհրաժեշտ է, աստիճանավորման եղանակից բացի, պայմանավորվել նաև ջերմաստիճանային մարմնի և ջերմաստիճանային հատկանիշի ընտրման մասին: Այն մասին, թե ինչպես է կատարվում այս ընտրությունը, այսպես կոչված, ջերմաստիճանների փորձառական սանդղակը սահմանելիս, կապի հաջորդ պարագրաֆում: Նշենք, որ թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքի հիման վրա կարող է սահմանվել մի ջերմաստիճանային սանդղակ, որը կախում չունի ջերմաստիճանային մարմնի հատկություններից (տե՛ս § 130): Այդ սանդղակը կոչվում է ջերմաստիճանների բացարձակ սանդղակ:

§ 98. Իդեալական գազի վիճակի հավասարումը

Որոշ մասսայով գազի վիճակը որոշվում է երեք պարամետրերի արժեքներով՝ p ճնշման, V ծավալի և t° ջերմաստիճանի: Այս պարամետրերը օրինաչափորեն կապված են իրար հետ, այնպես որ նրանցից մեկի փոփոխությունը առաջացնում է մյուսների փոփոխություն: Հիշյալ կապը անալիտիկորեն կարող է արվել ֆունկցիայի տեսքով՝

$$F(p, V, t^\circ) = 0: \quad (98.1)$$

Որևէ մարմնի պարամետրերի միջև կապը հաստատող

առնչութիւնը կոչվում է այդ մարմնի վիճակի հավասարում: Հետեւաբար, (98.1)-ը տվյալ մասսայով գազի վիճակի հավասարումն է:

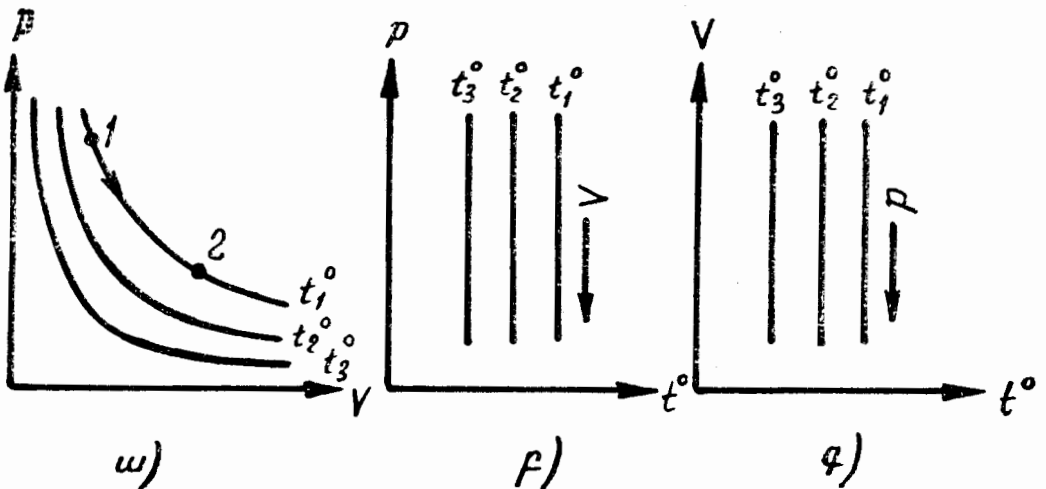
Եթե (98.1)-ը լուծենք պարամետրերից մեկի, օրինակ, p -ի նկատմամբ, ապա վիճակի հավասարումը՝

$$p = f(V, t^{\circ}): \quad (98.2)$$

Դպրոցական դասընթացից հայտնի Բոյլ-Մարիոտի և Գեյ-Լյուսակի օրենքները տալիս են վիճակի հավասարումները այն դեպքերի համար, երբ պարամետրերից մեկը հաստատուն է: Այսպես, Բոյլ-Մարիոտի օրենքը ասում է, որ տվյալ մասսայով գազի համար հաստատուն շերմաստիճանի դեպքում գազի ճնշումը փոփոխվում է նրա ծավալին հակադարձ համեմատական: Անալիտիկորեն այդ կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$pV = \text{const} \quad (t^{\circ} = \text{const}): \quad (98.3)$$

Միևնույն շերմաստիճանին համապատասխանող վիճակների համախումբը (p, V) դիագրամում կպատկերվի (98.3) հավասարումով որոշվող կորով, այսինքն՝ հիպերբոլով: Ջերմաստիճանի յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է իրեն հասուկ կորը (նկ. 216, ա): Այդ կորերը կոչ-



նկ. 216

վում են իզոթերմեր («իզո» — միատեսակ, հավասար):

Գազի անցումը մի վիճակից մյուսին, որը տեղի է

ունենում հաստատուն ջերմաստիճանի դեպքում, կոչվում է իզոթերմիկ պրոցես: Իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում գազի վիճակը պատկերող կետը տեղափոխվում է իզոթերմով: (p, t°) կամ (V, t°) դիագրամում իզոթերմիկ պրոցեսը պատկերվում է p առանցքին (համապատասխանաբար՝ V -ին) զուգահեռ ուղիղով: Այս ուղիղները նույնպես կլինեն իզոթերմեր: Երրորդ V պարամետրի արժեքը (համապատասխանաբար p -ի) այս ուղիղների երկարությունում հաստատուն չի մնում և աճում է սլաքի ուղղությունում ուղղի երկարությունում շարժվելիս (նկ. 216 բ, գ):

Գեյ-Լյուսակի օրենքը ասում է, որ անփոփոխ ճնշման դեպքում տվյալ մասսայով գազի ծավալը փոխվում է գծայնորեն՝ կախված ջերմաստիճանից.

$$V = V_0(1 + \alpha t^\circ) \quad (p = \text{const}): \quad (98.4)$$

Նման կախում գոյություն ունի նաև ճնշման համար հաստատուն ծավալի դեպքում.

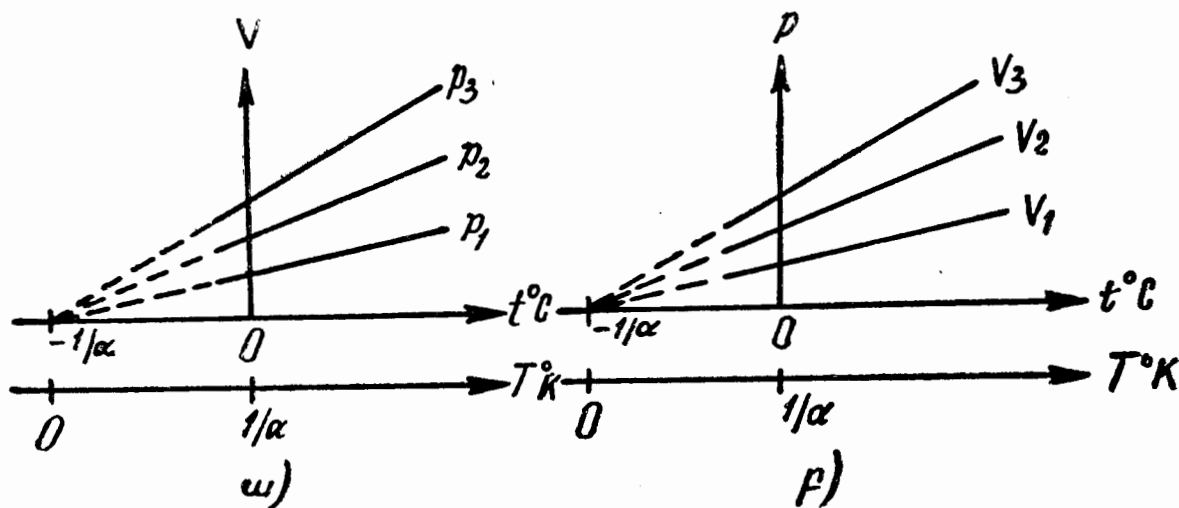
$$p = p_0(1 + \alpha t^\circ) \quad (V = \text{const}): \quad (98.5)$$

Այս հավասարումներում t° -ն ջերմաստիճանն է ըստ Յելսիուսի սանդղակի, V_0 -ն ծավալն է 0°C -ում, p_0 -ն ճնշումն է 0°C -ի դեպքում: α գործակիցը երկու հավասարումներում էլ նույնն է և ունի $1/273$ $1/\text{աստ արժեք}$ ¹:

Հաստատուն ճնշման դեպքում ընթացող պրոցեսը կոչվում է իզոբար: Գազի համար այդպիսի պրոցեսը (V, t°) դիագրամում կպատկերվի (98.4) ուղիղով (նկ. 127, ա-ում տարբեր ուղիղները համապատասխանում են տարբեր ճնշումների): Այս ուղիղը կոչվում է իզոբար: Նշենք, որ (p, t°) կամ (p, V) դիագրամում իզոբարն ունի t° կամ համապատասխանաբար V առանցքին զուգահեռ ուղղի տեսք:

¹ Ավելի ճիշտ $1/273,15$ աստ^{-1} .

Հաստատուն ծավալի դեպքում ընթացող պրոցեսը կոչվում է իզոխոր: (p, t°) դիագրամում իզոխորներն ունենանկ. 217, բ-ի ուղիղների տեսքը:



Նկ. 217

Նշենք, որ ինչպես հետևում է $(98,4)$ -ից և $(98,5)$ -ից, բոլոր իզոբարները և իզոխորները t° առանցքը հատում են միևնույն կետում, որի դիրքը որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

$$1 + \alpha t^\circ = 0,$$

որտեղից

$$t^\circ = -\frac{1}{\alpha} = -273,15^\circ \text{C}:$$

Տեղավորելով ջերմաստիճանների հաշվանքի սկզբնակետը այս կետում, ջերմաստիճանների Ցելսիուսի սանդղակից կանցնենք ջերմաստիճանների մի այլ սանդղակի, որը կոչվում է բացարձակ (կամ Կելվինի սանդղակ¹): Ինչպես կտեսնենք հետագայում, բացարձակ ջերմաստիճանը² (այսինքն՝ բացարձակ սանդղակով հաշվված ջերմաստիճանը) ունի խոր ֆիզիկական իմաստ:

Բացարձակ սանդղակի սահմանման համաձայն բացարձակ ջերմաստիճանի (այդ ջերմաստիճանը կնշանակենք T

¹ Համապատասխանաբար այդ սանդղակի աստիճանը նշանակվում է $^\circ\text{K}$ -ով:

տառով) և Յելսիուսի t° -ի միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$T = t^\circ + \frac{1}{\alpha} = t^\circ + 273,15; \quad (98.6)$$

Այսպես, 0°C -ին համապատասխանում է $273,15^\circ\text{K}$, 0°K -ին հավասար ջերմաստիճանը կոչվում է բացարձակ զրո, և նրան համապատասխանում է $-273,15^\circ\text{C}$ -ը:

(98.4) և (98.5) հավասարումներում Յելսիուսի ջերմաստիճանից անցնենք բացարձակ ջերմաստիճանին: Դրա համար (98.6)-ի համաձայն t° -ի փոխարեն պետք է տեղադրել $T - 1/\alpha$:

$$V = V_0(1 + \alpha t^\circ) = V_0 \left[1 + \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) \right] = \alpha V_0 T \quad (98.7)$$

և համանման ձևով

$$p = \alpha p_0 T; \quad (98.8)$$

Այս հավասարումներից հետևում է, որ

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (p = \text{const}), \quad (98.9)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (V = \text{const}), \quad (98.10)$$

որտեղ 1 և 2 ինդեքսները վերաբերում են միևնույն իզոթերի [(98.9)-ի դեպքում] կամ միևնույն իզոխորի [(98.10)-ի դեպքում] վրա գտնվող կամայական վիճակներին:

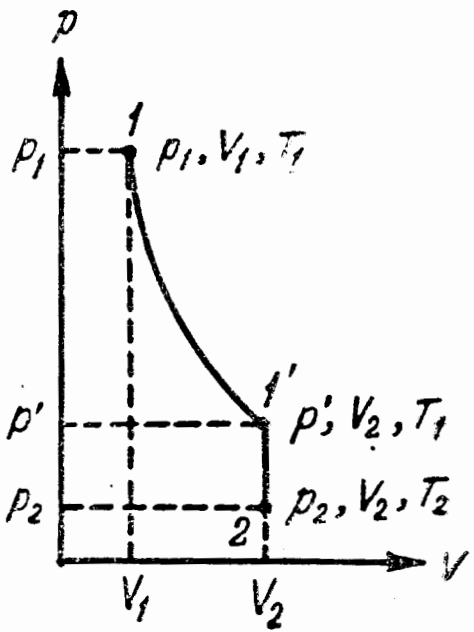
Բոյլ-Մարիոտի և Գեյ-Լյուսակի օրենքները մոտավոր են: Յուրաքանչյուր իրական գազ այնքան ավելի ճիշտ է հետևում (98.3), (98.9) և (98.10) հավասարումներին, ինչքան ավելի փոքր է նրա խտությունը, այսինքն՝ ինչքան ավելի մեծ ծավալ է գրավում այն: (98.3)-ի համաձայն ծավալը մեծանում է ճնշման փոքրացման հետ, իսկ (98.9)-ի համաձայն ծավալը մեծանում է ջերմաստիճանի հետ:

Հետևաբար, Բոյլ-Մարիոտի և Գեյ-Լյուսակի օրենքները իրավացի են ոչ շատ ցածր ջերմաստիճանների և ոչ բարձր ճնշումների դեպքում:

Գազը, որը ճիշտ հետևում է (98.3), (98.9) և (98.10) հավասարումներին, կոչվում է իդեալական: Իդեալական գազը վերացական գազափար է: Յուրաքանչյուր իրական գազի խտության փոքրացման հետ միասին այն ըստ իր հատկությունների ավելի ու ավելի է մոտենում իդեալական գազին:

Որոշ գազեր, օրինակ՝ ազոտը, թթվածինը, սենյակի ջերմաստիճանի և մթնոլորտային ճնշման պայմաններում չափազանց մոտ են իդեալական գազին: Իրենց հատկություններով իդեալական գազին առանձնապես մոտ են հելիումը և ջրածինը:

Միացնելով իրար Բոյլ-Մարիոտի և Գեյ-Լյուսակի հավասարումները, կարելի է գրտնել իդեալական գազի վիճակի հավասարումը: Այդ նպատակով (p, V) դիագրամում վերցնենք երկու կամայական վիճակներ, որոնք որոշվում են պարամետրերի p_1, V_1, T_1 և p_2, V_2, T_2 արժեքներով (նկ. 218): Քննարկենք 1 վիճակից 2-ին անցնելու պրոցեսը, որը բաղկացած է 1 — 1' իզոթերմից և 1' — 2 իզոխորից: Ակրնհայտ է, որ 1' վիճակի ջերմաստիճանը համընկնում է 1 վիճակի ջերմաստիճանի հետ, իսկ 1' ծավալը հավասար է 2 վիճակի ծավալին: p' ճնշումը ընդհանրապես տարբերվում է p_1 և p_2 ճնշումներից:



Նկ. 218

1 և 1' վիճակները գտնվում են մեկ իզոթերմի վրա: Ուստի (98.3)-ի համաձայն

$$p_1 V_1 = p' V_2:$$

1' և 2 վիճակները գտնվում են մեկ իզոխորի վրա: Հետևաբար, (98,10)-ի համաձայն

$$\frac{p'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

Արտաքսելով այս հավասարումներից p' -ը, կստանանք

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2};$$

Քանի որ 1 և 2 վիճակները վերցվել էին միանգամայն կամայականորեն, ապա կարելի է գրել, որ ցանկացած վիճակի համար

$$\frac{pV}{T} = B, \quad (98,11)$$

որտեղ B -ն հաստատուն մեծություն է ավյալ մասսայով գազի համար:

Ավոգադրոյի սահմանած օրենքի համաձայն բոլոր գազերի կիլոգրամ-մոլեկուլները միատեսակ պայմանների դեպքում (այսինքն՝ միատեսակ ջերմաստիճանի և ճնշման դեպքում) զբաղում են միատեսակ ծավալ: Մասնավորապես, այսպես կոչված, նորմալ պայմաններում, այսինքն՝ 0°C և 1 մթն ճնշման դեպքում, ցանկացած գազի կիլոմոլի ծավալը հավասար է 22,4 մ³/կմոլ¹: Այստեղից հետևում է, որ այն դեպքում, երբ գազի քանակը հավասար է մեկ կիլոմոլի, (98,11)-ում B -ի արժեքը նույնը կլինի բոլոր գազերի համար: Մեկ կիլոմոլին համապատասխանող B -ի ար-

¹ Նշենք, որ նորմալ պայմանների դեպքում 1 մ³-ում կգտնվի

$$L = \frac{6,06 \cdot 10^{26}}{22,4} = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ մոլեկուլ,}$$

իսկ 1 սմ³-ում՝

$$L' = 2,68 \cdot 10^{19} \text{ մոլեկուլ:}$$

L (կամ L') թիվը կոչվում է Լ, ս շ մ ի գ տ ի թ ի վ:

ժեքը նշանակելով R -ով, իսկ ծավալը՝ $V_{կս}$ -ով, (98.11) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\frac{pV_{կս}}{T} = R: \quad (98.12)$$

Այս հավասարումը կոչվում է Կլապեյրոնի հավասարում: Այն կապում է իդեալական գազի մեկ կիլոմոլի պարամետրերը միմյանց հետ և, հետևաբար, իրենից ներկայացնում է իդեալական գազի վիճակի հավասարումը: Այս հավասարումը ընդհանրապես գրում են հետևյալ ձևով՝

$$pV_{կս} = RT: \quad (98.13)$$

R -ը կոչվում է ունիվերսալ գազային հաստատուն: Նրա արժեքը կարելի է հաշվել Ավոգադրոյի օրենքի հիման վրա, տեղադրելով (98.12)-ի մեջ p -ն հավասար $1,01 \cdot 10^5$ ն/մ² (1 մթն)-ի, $V_{կս}$ -ն հավասար $22,4$ մ³/կմոլ-ի և T -ն հավասար 273°K -ի արժեքները.

$$R = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 22,4}{273} \frac{(\text{ն/մ}^2) \cdot \text{մ}^3}{\text{աստ} \cdot \text{կմոլ}} = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{ջ}}{\text{աստ} \cdot \text{կմոլ}}:$$

Մեկ մոլ գազի ծավալը նորմալ պայմաններում հավասար է $22,4 \frac{\text{լ}}{\text{մոլ}}$: Անցնելով գազի կիլոմոլից մոլին, ջոուլից էրգին ու կալորիային, կարելի է հեշտությամբ ստանալ ունիվերսալ գազային հաստատունի հետևյալ արժեքները՝

$$R = 8,31 \cdot 10^7 \frac{\text{էրգ}}{\text{աստ} \cdot \text{մոլ}} = 1,99 \frac{\text{կալ}}{\text{աստ} \cdot \text{մոլ}}:$$

Երբմն R -ը արտահայտում են լիտր-մթնոլորտը բաժանած աստիճանի և մոլի վրա միավորով, այսինքն՝

$$R = \frac{1 \text{ մթն} \cdot 22,4 \text{ լ/մոլ}}{273 \text{ աստ.}} = 0,0820 \frac{\text{լ} \cdot \text{մթն}}{\text{աստ} \cdot \text{մոլ}}:$$

Մեկ կիրլոմոլի համար ստացված հավասարումից հեշտությամբ կարելի է անցնել ցանկացած m մասսայով գազի հավասարմանը, նկատի ունենալով, որ միատեսակ ճնշման և ջերմաստիճանի դեպքում գազի Z կիրլոմոլերը կզբաղեցնեն Z անգամ ավելի մեծ ծավալ, քան մեկ կիրլոմոլը, այսինքն՝ $V = ZV_{կո}$: Բազմապատկելով (98.13)-ը $Z = m/\mu$ -ով (m -ը գազի մասսան է, μ -ն՝ կիրլոմոլի մասսան) և փոխարինելով $ZV_{կո}$ -ը V -ով, կստանանք

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \quad (98.14)$$

Սա ցանկացած m մասսայով իդեալական գազի վիճակի հավասարումն է: Հեշտ է տեսնել, որ այս հավասարումից հետևում են (98.3), (98.9) և (98.10)-ը:

Ջերմաստիճանի և իդեալական գազի մյուս պարամետրերի միջև գոյություն ունեցող պարզ կապը հիմք է տալիս մտածելու այն որպես ջերմաչափային նյութ օգտագործելու մասին: Ապահովելով ծավալի անփոփոխությունը և օգտագործելով որպես ջերմաստիճանային հատկանիշ գազի ճնշումը, կարելի է ստանալ իդեալական գծային ջերմաստիճանային սանդղակով ջերմաչափ: Հետագայում այդ սանդղակը կանվանենք ջերմաստիճանների իդեալական գազային սանդղակ:

Գործնականորեն, ըստ միջազգային համաձայնություն, որպես ջերմաչափային մարմին վերցնում են ջրածինը: Ըստ ջրածնի (98.14) բանաձևով որոշված սանդղակը կոչվում է ջերմաստիճանների փորձառական սանդղակ:

XII Գ Լ Ո Ւ Խ

ԳԱԶԵՐԻ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մ ո լ ե կ ու լ չ ա ռ - կ ի ն ե տ ի կ տ ե ս ու թ յ ու ն ը առ ա վ ե լ հ ա շ ո ղ ու թ յ ու ն ն եր ի է հ ա ս ե լ ն յ ու թ ի ամ ե ն ա պ ա ռ զ՝ գ ա զ ա ն մ ա ն վ ի ճ ա կ ի մ ե կ ն ա բ ա ն մ ա ն մ ե ջ: Ն ու յ ն ի ս կ ի ռ ամ ե ն ա տ ա ռ ռ ա կ ա ն ձ ե ո վ, ե ռ բ կ ա տ ա ռ վ ու մ ե ն մ ի ամ բ ո ղ ջ շ ա ռ ք պ ա ռ զ ե ց ն ո ղ ե ն թ ա ղ ռ ու թ յ ու ն ն եր, կ ի ն ե տ ի կ տ ե ս ու թ յ ու ն ը ա ա լ ի ս է գ ա զ ա ն մ ա ն վ ի ճ ա կ ի հ ի մ ն ա կ ա ն հ ա տ կ ու թ յ ու ն ն եր ի և գ ա զ ե ռ ու մ տ ե ղ ի ու ն ե ց ո ղ ե ռ ե ու յ թ ն եր ի ո չ մ ի ա յ ն ո ռ ա կ ա կ ա ն, ա յ լ և ք ա ն ա կ ա կ ա ն (մ ի ա վ ո ռ ի կ ա ռ գ ի թ վ ա յ ի ն ար տ ա ղ ռ ի չ ի ճ ը շ տ ու թ յ ա մ բ) մ ե կ ն ա բ ա ն ու մ ը:

Առ ա ջ ի ն ի ն ղ ի ռ ը ան ո թ ի պ ա տ ի վ ռ ա գ ա զ ի առ ա ջ ա ց ռ ա ծ ճ ն շ մ ա ն հ ա շ վ ու մ ն է: Ա յ գ ի ն ղ ռ ի լ ու ծ ու մ ը հ ն ա ռ ա վ ո ռ ու թ յ ու ն կ տ ա պ ա ռ զ պ ա տ կ ե ռ ա ց ու մ կ ա զ մ ե լ ու բ ա ց ա ռ ձ ա կ ջ ե ռ մ ա ս տ ի ճ ա ն ի Ֆ ի ղ ի կ ա կ ա ն է ու թ յ ա ն մ ա ս ի ն:

§ 99. Գազերի կինետիկ տեսության հավասարումը ճնշման համար

Գազի ամենապարզ մոլեկուլյար-կինետիկ մոդելը ունի հետևյալ տեսքը: Գազը միատեսակ, քառասային շարժում կատարող, հեռավորության վրա միմյանց վրա չազդող մոլեկուլների ամբողջություն է: Մոլեկուլների չափերը այնքան փոքր են, որ անոթի ծավալի հետ համեմատած նրանց գումարային ծավալը կարելի է արհամարհել: Ժա-

մանակի գերակշռող մասի ընթացքում յուրաքանչյուր մոլեկուլ շարժվում է ազատ, միայն երբեմն առաձգականորեն ընդհարվելով այլ մոլեկուլների կամ անոթի պատերի հետ:

Այսպիսի մոդելը իրենից ներկայացնում է ոչ այլ ինչ, եթե ոչ իդեալական գազ: Իրական գազերի մոլեկուլները օժտված են վերջավոր չափերով և միմյանց վրա ազդում են այնպիսի ուժերով, որոնք արագ նվազում են մոլեկուլների միջև եղած հեռավորությունից մեծացմանը զուգընթաց: Սակայն գազի խտությունից փոքրացմանը զուգընթաց մոլեկուլների սեփական ծավալը գազի զբաղեցրած ծավալի հետ համեմատած գնալով ավելի փոքրանում է, իսկ մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող միջին հեռավորությունները այնքան են մեծանում, որ մոլեկուլների միջև գործող փոխազդեցության ուժերը միանգամայն կարելի է արհամարհել: Հետևաբար, այն պայմանների դեպքում, երբ յուրաքանչյուր գազ մոտենում է իդեալականին, իրավացի կլինեն այն ենթադրությունները, որոնք դրված են վերևում նկարագրված մոդելի հիմքում:

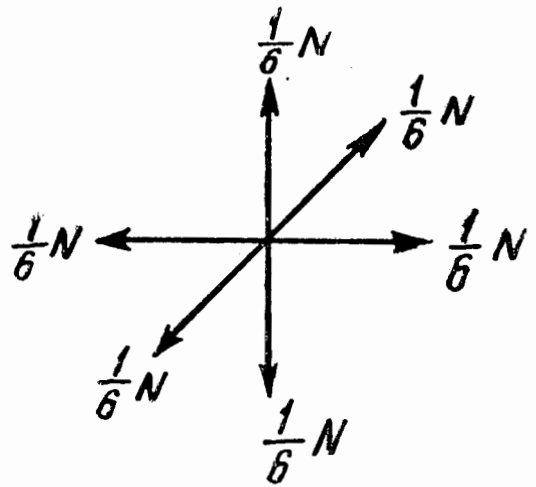
Անոթի պատին հարվածելիս մոլեկուլը նրան հաղորդում է մի իմպուլս, որը թվապես հավասար է մոլեկուլի իմպուլսի փոփոխմանը: Պատի մակերեսի յուրաքանչյուր ΔS տարր մեծ թվով մոլեկուլներից անընդհատ ուժակոծվում է, որի հետևանքով Δt ժամանակում ստանում է ΔS -ի նորմալի ուղղությամբ ուղղված գումարային ΔK իմպուլս: ΔK -ի հարաբերությունը Δt -ին, ինչպես հայտնի է մեխանիկայից, տալիս է ΔS -ի վրա ազդող ուժը, իսկ այդ ուժի հարաբերությունը ΔS -ին տալիս է p ճնշումը:

Մոլեկուլները շարժվում են միանգամայն անկանոն ձևով, քաոսայնորեն, շարժման բոլոր ուղղությունները հավասարապես հնարավոր են, նրանցից և ոչ մեկին մյուսների համեմատ չի կարելի նախապատվություն տալ: Այդպիսի պնդման համար հիմք է ծառայում այն հանգամանքը, որ գազի ճնշումը անոթի պատերի վրա

ամենուրեք միատեսակ է: Եթե մոլեկուլների շարժումը որևէ ուղղությամբ գերակշռեր, ապա գազի ճնշումը այդ ուղղության վրա գտնվող պատի տեղամասի վրա, բնականաբար, ավելի մեծ կլիներ:

Մոլեկուլների արագությունները ըստ մեծության կարող են շատ բազմազան լինել: Դեռ ավելին, մոլեկուլի արագությունը, ընդհանրապես ասած, պետք է փոխվի յուրաքանչյուր բախման դեպքում¹, ընդ որում հավասար հավանականությամբ այն կարող է և՛ աճել, և՛ նվազել: Դա հետևվում է նրանից, որ երկու մոլեկուլների գումարային կինետիկ էներգիան նրանց բախումից առաջ և հետո նույնը պետք է լինի: Հետևաբար, մեկ մոլեկուլի արագության աճը պետք է ուղեկցվի մյուսի արագության փոքրացումով:

Մեր առաջ դրված խնդրի լուծումը հեշտացնելու համար մտցնենք մի շարք պարզեցումներ, որոնք վերաբերվում են մոլեկուլների շարժման բնույթին: Առաջին՝ ենթադրենք թե մոլեկուլները շարժվում են միայն երեք փոխուղղահայաց ուղղություններով: Եթե գազը պարունակում է N քանակով մոլեկուլներ, ապա ժամանակի ցանկացած պահին ուղղություններից յուրաքանչյուրի երկարությամբ կշարժվեն $N/3$ մոլեկուլներ,



Նկ. 219

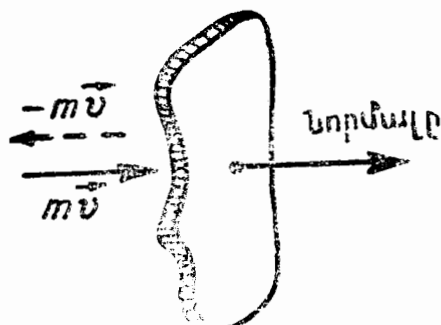
ընդ որում նրանց կեսը (այսինքն՝ $N/6$ -ը) կշարժվի տվյալ ուղղության դեպի մի կողմը, իսկ մյուս կեսը՝ հակառակ կողմը (Նկ. 219): Հիմնվելով այսպիսի ենթադրության վրա, կարող ենք համարել, որ մեզ հետաքրքրող ուղղությամբ (օրինակ, պատի ΔS տարրի նորմալի ուղղությամբ) շարժվում է մոլեկուլների $\frac{1}{6}$ մասը:

Երկրորդ, ենթադրենք թե բոլոր մոլեկուլներն ունեն միևնույն v արագությունը:

¹ Հիշենք, որ հավասար մասսայով երկու գնդերի առաձգական կենտրոնական հարվածի դեպքում գնդերը փոխանակում են իրենց արագությունները:

Ինչպես ցույց կտանք հաջորդ պարագրաֆում, առաջին պարզեցումը չի ազդում ճնշման հաշվման վերջնական արդյունքի վրա. այն ուղղումները, որոնց հանգում ենք երկրորդ պարզեցումից հրաժարվելու դեպքում, պարզված են այս պարագրաֆում:

Հաշվենք այն իմպուլսը, որը հաղորդվում է անոթի պատին նրան հարվածող մոլեկուլից: Նախքան պատին հարվածելը մոլեկուլի իմպուլսն ունի ΔS -ի արտաքին նորմալի ուղղությունը (նկ. 220)



Նկ. 220

և հավասար է $m\vec{v}$ -ի: Հարվածի հետևանքով իմպուլսը փոխում է իր նշանը: Այսպիսով, մոլեկուլի իմպուլսի աճը՝

$$(-m\vec{v}) - (m\vec{v}) = -2m\vec{v} : (99.1)$$

Նյութառնի երրորդ օրենքի համա-

ձայն հարվածի հետևանքով պատը ստանում է $2m\vec{v}$ իմպուլս, որն ունի նորմալի ուղղությունը:

Ճեժամանակամիջոցում մինչև պատի ΔS տարրը հասնում են այդ տարրի ուղղությամբ թռչող այն մոլեկուլները, որոնք գտնվում են ΔS հիմք և $v\Delta t$ բարձրություն ունեցող գլանում (նկ. 221): Այդ մոլեկուլների թիվը՝

$$\Delta N = \frac{1}{6} n v \Delta S \Delta t, \quad (99.2)$$

որտեղ n -ը միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թիվն է:

Ճիշտ է, կարելի է առարկել, որ այս մոլեկուլների մի մասը դեպի պատը շարժվելիս բախվում է այլ մոլեկուլների հետ, որի հետևանքով նրանք փոխում են իրենց շարժման ուղղությունը և չեն հասնում ΔS -ին: Սակայն, բախումները չեն փոխում մոլեկուլների շարժման քառասյին բնույթը, այսինքն՝ դեպի պատը շարժվող խմբից մոլեկուլների մի մասի անցումը այլ ուղղությամբ շարժվող մոլեկուլների խմբին միաժամանակ ուղեկցվում է այլ խմբերից

նույն թվով մոլեկուլների անցումով պատի ուղղությամբ շարժվող խումբը: Ուստի մինչև պատը հասնող մոլեկուլների թիվը հաշվելիս մոլեկուլների միջև տեղի ունեցող բախումը կարելի է անտեսել: (99.2)-ի համաձայն՝ միավոր ժամանակում ΔS մակերեսին հարվածող մոլեկուլների թիվը՝

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{6} nv \Delta S,$$

իսկ միավոր մակերեսին ($\Delta S = 1 \text{ մ}^2$) մեկ վայրկյանում հասնող հարվածների թիվը՝

$$\frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{6} nv: \quad (99.3)$$

Հարվածների (99.2) թիվը բազմապատկելով յուրաքանչյուր հարվածի դեպքում պատին հաղորդվող (99.1) իմպուլսով, կստանանք Δt ժամանակամիջոցում պատի ΔS տարրին հաղորդվող գումարային ΔK իմպուլսը.

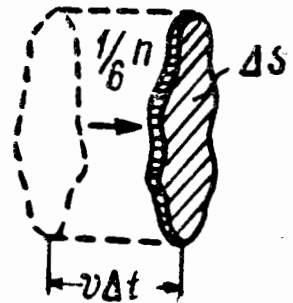
$$\Delta K = 2mnv \frac{1}{6} nv \Delta S \Delta t = \frac{1}{3} nmv^2 \Delta S \Delta t:$$

ΔK իմպուլսը Δt ժամանակամիջոցի վրա բաժանելով, կստանանք ΔS -ի վրա ազդող ուժը: Վերջապես, ստացված ուժը ΔS մակերեսի վրա բաժանելով, կստանանք անոթի պատերի վրա գազի առաջացրած ճնշումը: Հետևաբար՝

$$p = \frac{\Delta K}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{3} nmv^2: \quad (99.4)$$

Նկատի ունենալով, որ $\varepsilon = mv^2/2$ -ը մոլեկուլի համընթաց շարժման կինետիկ էներգիան է, ճնշման արտահայտությունը կարելի է տալ հետևյալ տեսքը՝

$$p = \frac{2}{3} n\varepsilon: \quad (99.5)$$



Նկ. 221

Նախքան ստացված բանաձևերը վերլուծելը, պարզենք թե ինչպես է փոխվում նրանց տեսքը, եթե հրաժարվենք բոլոր մոլեկուլների արագությունների հավասարության մասին արված ենթադրությունից:

Դիցուք մոլեկուլների արագությունները տարբեր են, ընդ որում միավոր ծավալում գտնվող n մոլեկուլներից n_1 մոլեկուլները գործնականորեն ունեն v_1 արագություն, n_2 մոլեկուլներ ունեն v_2 արագություն և, ընդհանրապես, n_i մոլեկուլները՝ v_i արագություն: Ակնհայտ է, որ

$$n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots = \sum n_i = n:$$

Իմանալով մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագության, կարելի է որոշել մոլեկուլների արագության միջին արժեքը: Դրա համար անհրաժեշտ է գումարել բոլոր n մոլեկուլների արագությունները և ստացված արդյունքը բաժանել n -ի, այսինքն՝

$$\bar{v} = \frac{\overbrace{v_1 + v_1 + \dots + v_1}^{n_1} + \overbrace{v_2 + v_2 + \dots + v_2}^{n_2} + \dots + \overbrace{v_i + v_i + \dots + v_i}^{n_i} + \dots}{n};$$

Ընդ որում v_1 գումարելին պետք է վերցնել n_1 անգամ, v_2 գումարելին՝ n_2 անգամ և այլն: Հետևաբար, \bar{v} -ն կարելի է գրել հետևյալ տեսքով.

$$\bar{v} = \frac{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \dots + n_i v_i + \dots}{n} = \frac{1}{n} \sum n_i v_i: \quad (99.6)$$

Կատարելով համանման դատողություններ մոլեկուլի համընթաց շարժման կինետիկ ε էներգիայի համար, այս էներգիայի միջին արժեքի համար կգտնենք

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum n'_i \varepsilon_i, \quad (99.7)$$

որտեղ n'_i -ն գործնականորեն ε_i -ին հավասար էներգիայով օժտված մոլեկուլների թիվն է:

Նշենք, որ (99.7)-ի համաձայն միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների գումարային կինետիկ էներգիան հավասար է $n\varepsilon$ -ի, այսինքն՝ միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թվի և մեկ մոլեկուլի միջին էներգիայի արտադրյալին, ընդ որում այս արդյունքը կախված չէ ըստ արագությունների բաշխման տեսքից:

Ենթադրելով, որ մոլեկուլները որևէ ձևով բաշխված են ըստ արագությունների, որոշենք մոլեկուլների հարվածների թիվը անոթի պատին: v_i արագությամբ օժտված մոլեկուլների մեջ կան այնպիսիները, որոնք շարժվում են բոլորովին տարբեր ուղղություններով: Ուստի, որոշ պարզեցմամբ կարելի է համարել, որ պատի ΔS տարրի ուղղությամբ շարժվում են այդպիսի մոլեկուլների $1/6$ մասը: Հետևաբար, v_i արագություն ունեցող մոլեկուլներից Δt ժամանակում ΔS տարրին հասնում են (նկ. 222).

$$\Delta N_i = \frac{1}{6} n_i v_i \Delta S \Delta t: \quad (99.8)$$

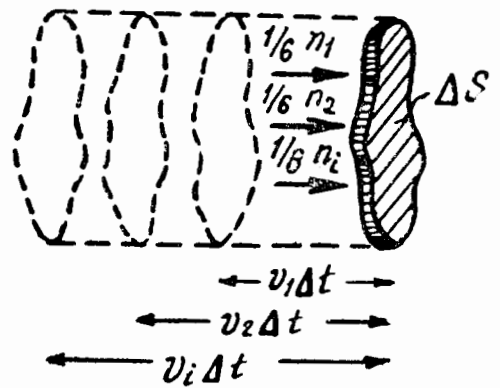
Ցանկացած արագություններով օժտված մոլեկուլների հարվածների լրիվ թիվը՝

$$\Delta N = \sum \Delta N_i = \frac{1}{6} \Delta S \Delta t \sum n_i v_i:$$

Փոխարինելով $\sum n_i v_i$ -ն (99.6)-ի համաձայն $n\bar{v}$ -ով, միավոր ժամանակամիջոցում միավոր մակերեսին հասնող հարվածների թվի համար կստանանք

$$\frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{6} n \bar{v}:$$

(99.9)



Նկ. 222

Այս արտահայտությունը տար-

1 Այս բանաձևը մոտավոր բանաձև է: Ավելի խիստ հաշվարկումը (տե՛ս հաջորդ պարագրաֆը) հանդեցնում է հետևյալ բանաձևին՝

$$\frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{4} n \bar{v}:$$

բերվում է մեր ստացած (99.3)-ից միայն նրանով, որ բոլոր մոլեկուլների համար միատեսակ v արագության փոխարեն նրա մեջ մտնում է մոլեկուլների միջին \bar{v} արագությունը:

ΔN_i մոլեկուլներից յուրաքանչյուրը [տե՛ս (99.8)] պատին հարվածելիս նրան հաղորդում է $2mv_i$ իմպուլս: Δt ժամանակում ΔS -ին տարբեր արագությամբ մոլեկուլներից հաղորդված գումարային իմպուլսը կլինի

$$\Delta K = \sum 2mv_i \Delta N_i = \sum 2mv_i \frac{1}{6} n_i v_i \Delta S \Delta t,$$

ձնշումը ստանալու համար պետք է ΔK -ն բաժանել ΔS -ի և Δt -ի վրա.

$$p = \frac{2}{3} \sum n_i \frac{mv_i^2}{2} = \frac{2}{3} \sum n_i \varepsilon_i,$$

որտեղ $\varepsilon_i = mv_i^2/2$ -ը v_i արագությունն ունեցող մոլեկուլի համընթաց շարժման կինետիկ էներգիան է:

(99.7)-ի համաձայն $\sum n_i \varepsilon_i$ -ն $\bar{n\varepsilon}$ -ով փոխարինելով, կստանանք

$$p = \frac{2}{3} \bar{n\varepsilon} = \frac{2}{3} n \frac{\overline{mv^2}}{2}, \quad (99.10)$$

Այս արտահայտությունը (99.5)-ից տարբերվում է նրանով, որ բոլոր մոլեկուլների համար միատեսակ է էներգիայի փոխարեն նրա մեջ մտնում է միջին $\bar{\varepsilon}$ էներգիան:

(99.10)-ը գազերի կինետիկ տեսության հիմնական հավասարումն է: Այս հավասարման համաձայն ճնշումը

հավասար է միավոր ծավալում պարփակված մոլեկուլների համընթաց շարժման կինետիկ էներգիայի երկու երրորդ մասին:

(99.10)-ից հետևում է, որ հաստատուն n -ի դեպքում (այսինքն՝ գազի տվյալ մասսայի անփոփոխ ծավալի դեպքում) ճնշումը համեմատական է մոլեկուլի համընթաց շարժման $\bar{\varepsilon}$ միջին կինետիկ էներգիային: Դրա հետ մեկտեղ նախորդ պարագրաֆում մենք տեսանք, որ T ջերմաստիճանը, որը չափվում է իդեալական գազի սանդղակով, որոշվում է որպես հաստատուն ծավալի դեպքում իդեալական գազի ճնշմանը համեմատական մեծություն: Այստեղից հետևում է, որ T ջերմաստիճանը համեմատական է $\bar{\varepsilon}$ -ին: T բացարձակ ջերմաստիճանի և $\bar{\varepsilon}$ -ի միջև համեմատականության գործակիցը գտնելու համար համեմատենք (99.10) հավասարումը իդեալական գազի վիճակի (99.13) հավասարման հետ: Դրա համար (99.10) հավասարումը բազմապատկենք կիլոմոլի $V_{կմ}$ ծավալով՝

$$pV_{կմ} = \frac{2}{3} (nV_{կմ}) \bar{\varepsilon}$$

Նկատի ունենալով, որ միավոր ծավալում մոլեկուլների թվի և մեկ կիլոմոլի ծավալի արտադրյալը հավասար է Ավոգադրոյի թվին, վերջին հավասարումը կարելի է գրել՝

$$pV_{կմ} = \frac{2}{3} N_A \bar{\varepsilon}$$

Համեմատելով այս հավասարումը մեկ կիլոմոլի համար իդեալական գազի վիճակի $pV_{կմ} = RT$ հավասարման հետ, եզրակացնում ենք

$$\frac{2}{3} N_A \bar{\varepsilon} = RT,$$

որտեղից

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT, \quad (99.11)$$

որտեղ k -ով նշանակված R/N_A մեծությունը կոչվում է Բոլցմանի հաստատուն և հավասար է

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \cdot 10^3}{6,02 \cdot 10^{26}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ջ}}{\text{աստ}} = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{էրգ}}{\text{աստ}};$$

Այսպիսով, հանգեցինք կարևոր եզրակացության. բացարձակ ջերմաստիճանը մի մեծություն է, որը համեմատական է մեկ մոլեկուլի շարժման միջին էներգիային: Այս եզրակացությունը իրավացի է ոչ միայն գազերի, այլև ցանկացած վիճակում գտնվող նյութի համար:

(99.11) արտահայտությունը նշանակալի է այն նկատառումով, որ ε միջին էներգիան կախում ունի միայն ջերմաստիճանից և կախում չունի մոլեկուլի մասսայից:

Իդեալական գազի վիճակի հավասարման մեջ R -ը $N_A k$ -ով փոխարինելով և հաշվի առնելով, որ N_A/V_0 հավասար է n -ի, կարելի է ստանալ հետևյալ կարևոր բանաձևը՝

$$p = nkT; \quad (99.12)$$

Եթե ունենք մի քանի գազերի խառնուրդ, ապա ըստ մասսայի տարբեր մոլեկուլները կունենան տարբեր միջին արագություններ, բայց մոլեկուլների միջին էներգիան կլինի նույնը: Այս դեպքում ճնշումը կլինի

$$p = nkT = (n_1 + n_2 + \dots)kT, \quad (99.13)$$

որտեղ n_1, n_2 -ը և այլն առաջին, երկրորդ և այլ տեսակի մոլեկուլների քանակն է միավոր ծավալում: (99.13) արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$p = n_1 kT + n_2 kT + \dots$$

Բայց $n_1 kT$ -ն այն p_1 ճնշումն է, որը կլիներ անոթում միայն առաջին տեսակի մոլեկուլների առկայության դեպքում, $n_2 kT$ -ն այն p_2 ճնշումն է, որը կլիներ անոթում միայն

երկրորդ տեսակի մոլեկուլների առկայությունը գեպում և այլն: Այն ճնշումը, որը պայմանավորված է որևէ տեսակի մոլեկուլներիով, այն պայմանով, որ միայն նրանք են գտնվում անոթում, ընդ որում այն քանակով, ինչ քանակով նրանք գտնվում են խառնուրդում, կոչվում է գազի խառնուրդի համապատասխան բաղադրամասի պարցիալ ճնշում: Մտցնելով պարցիալ ճնշումները, (99.13)-ի հիման վրա կարելի է գրել

$$p = p_1 + p_2 + \dots = \sum p_i: \quad (99.14)$$

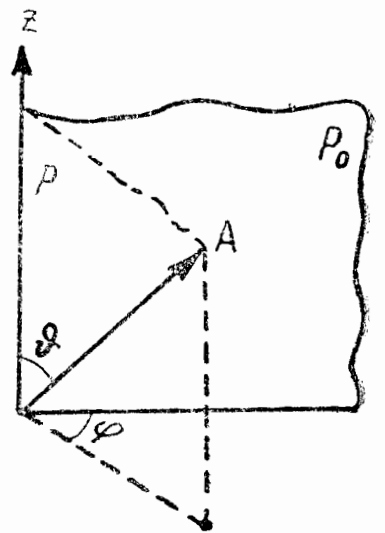
Այսպիսով, հանգեցինք Դալտոնի օրենքին, ըստ որի իդեալական գազերի խառնուրդի մեջումը հավասար է խառնուրդը կազմող գազերի պարցիալ մեջումների գումարին:

§ 100. Մոլեկուլների՝ ըստ ուղղությունների արագությունների բաշխման խիստ հաշվառումը

Այստեղ ճշտորեն կհաշվենք մոլեկուլների՝ պատին կատարած հարվածների թիվը, առանց դիմելու միայն երեք փոխուղղահայաց ուղղություններով շարժվելու մասին պարզեցված պատկերացմանը:

Բացի այդ, մենք ցույց կտանք, որ նշված պարզեցումը չի անդրադառնում նախորդ պարագրաֆում ճնշման համար մեր ստացած (99.4) արտահայտության վրա:

Տարածության մեջ յուրաքանչյուր ուղղությունը կարելի է ներկայացնել որևէ O կետից ուղղված OA հատվածի տեսքով (նկ. 223): O կետով տանենք Z առանցքը և այդ առանցքով անցնող P_0 հարթությունը:



Նկ. 223

ՕՇ առանցքով անցնող P հարթությունը, որի վրա գտնվում է ՕԱ ուղղությունը, որպես հաշվանքի սկիզբ ընտրված P_0 հարթության հետ կկազմի φ անկյուն, ՕԱ ուղղությունը ՕՇ առանցքի հետ կկազմի ϑ անկյունը: Ակնհայտ է, որ ϑ և φ անկյունները լրիվ որոշում են ՕԱ ուղղությունը: Տարբեր ուղղությունների համար φ անկյունը փոխում է իր արժեքը 0 -ից մինչև 2π , իսկ ϑ անկյունը՝ 0 -ից մինչև π :

Այսպիսով, գազի մոլեկուլների շարժման ուղղությունը կարելի է բնութագրել՝ տալով յուրաքանչյուր մոլեկուլի ϑ և φ անկյունների արժեքները, հաշված որևէ ֆիքսված ՕՇ ուղղությունից (որպես այսպիսի ուղղություն կարելի է վերցնել, օրինակ, մակերեսի նորմալ ուղղությունը) և այդ ուղղությամբ անցնող P_0 հարթությունից:

Սակայն կարելի է կիրառել այլ, ավելի ակնհայտ եղանակ: Օ կետը շրջապատենք ցանկացած R շառավղով մի գնդային մակերևույթով (նկ. 224): Այդ գնդային մակերևույթի վրա գտնվող ցանկացած A կետը կորոշի 0 -ից դեպի A կետը ուղղված որևէ ուղղությունը: Հետևաբար, մոլեկուլների շարժման ուղղությունները կարող են որոշվել գնդի վրա տրված կետերով:

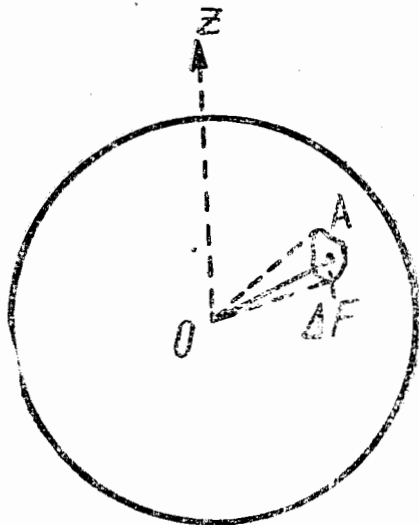
Բոլոր ուղղությունները միևնույն հավանականությամբ օժտված լինելու պատճառով մոլեկուլների շարժման ուղղությունները պատկերող կետերը գնդի վրա դասավորվում են հաստատուն ρ խտությամբ, որը հավասար է քննարկվող մոլեկուլների N թվի և գնդի մակերեսի հարաբերությանը՝

$$\rho = \frac{N}{4\pi R^2}: \quad (100.1)$$

Բախումները փոխում են մոլեկուլների շարժման ուղղությունները, որի հետևանքով N կետերի դիրքերը գնդի վրա անընդհատ փոխվում են: Սակայն քառասյին շարժման հետևանքով կետերի խտությունը միշտ մնում է հաստատուն:

Ինչպես հեշտ է տեսնել, հնարավոր ուղղությունների թիվը տարածության մեջ անսահման մեծ է: Ժամանակի

յուրաքանչյուր պահին էրականացվում են վերջավոր թվով ուղղություններ, որը հավասար է մոլեկուլների N թվին: Այստեղից հետևում է, որ շարժման տվյալ ուղղությունը (գնդի վրա A կետով պատկերվող կամ ϑ և φ անկյունների արժեքներով որոշվող) ունեցող մոլեկուլների թվի մասին հարցի դրվածքը անիմաստ է: Իսկապես, քանի որ հնարավոր ուղղությունների թիվը անսահման մեծ է, իսկ մոլեկուլների թիվը վերջավոր, խիստ որոշակի ուղղությամբ դոնե մեկ մոլեկուլի թռչելու հավանականությունը հավասար է զրոյի:



Նկ. 224

Օրինաչափ կլիներ հարցի այնպիսի դրվածքը, թե ինչ քանակով մոլեկուլներ են շարժվում արված ուղղությանը (ϑ և φ անկյուններով որոշվող) մոտ ուղղություններով: Այսպիսի ուղղություններին համապատասխանում են A կետի մոտակայքում վերցված գնդի մակերևույթի ΔF տարրի բոլոր կետերը (Նկ. 224): Քանի որ մոլեկուլների շարժումը պատկերող ուղղությունները հավասարաչափ են բաշխված գնդի մակերևույթով, ապա ΔF -ի սահմաններում գտնվող կետերի թիվը՝

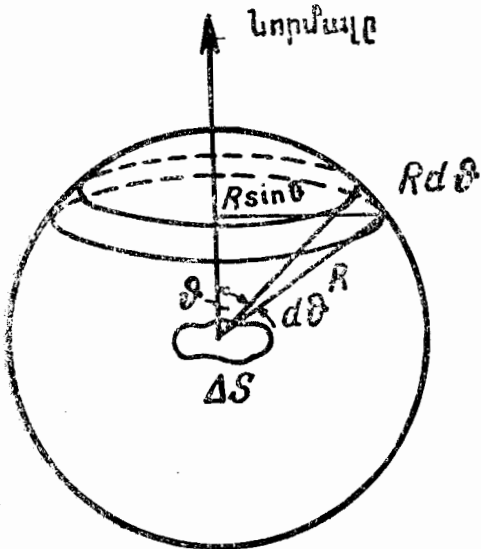
$$\Delta N_{\vartheta, \varphi} = \rho \Delta F = N \frac{\Delta F}{4\pi R^2} ; \quad (100.2)$$

ΔN -ի ϑ, φ ինդեքսները ցույց են տալիս, որ նկատի են առնվում այն մոլեկուլները, որոնց շարժման ուղղությունները մոտ են ϑ և φ անկյուններով որոշվող ուղղություններին: Մտցնելով $\Delta \Omega = \Delta F/R^2$ մարմնային անկյունը, որի սահմաններում գտնվում են ΔF -ով անցնող ուղղությունները, (100.2) բանաձևը կարելի է կլիներ գրել՝

$$\Delta N_{\vartheta, \varphi} = N \frac{\Delta \Omega}{4\pi} ; \quad (100.3)$$

Պատի հետ մոլեկուլների բախման պայմանները (մասնավորապես, հարվածի դեպքում պատին հաղորդվող իմպուլսը) կախված են միայն մոլեկուլների շարժման ուղղության և պատի ΔS տարրի նորմալով կազմված ϑ անկյունից և կախված չեն φ անկյունից: Գտնենք, թե միավոր ծավա-

լում գտնվող n մոլեկուլներից որքան dn_{ϑ} մոլեկուլներ են նորմալի հետ կազմում ϑ -ից մինչև $\vartheta + d\vartheta$ սահմաններում ընկած անկյունների: Այդ նպատակով (100.2)-ի համաձայն պետք է գտնել գնդի մակերևույթի dF տարրը, որը համապատասխանում է ϑ -ի այդպիսի արժեքների: Ինչպես երևում է նկ. 225-ից, այդ տարրը մի գնդային գոտի է, որի հիմքի երկարությունը $2\pi R \sin \vartheta$ է, իսկ լայնությունը՝ $R d\vartheta$: Այդպիսի գոտու մակերեսը՝



նկ. 225

$$dF_{\vartheta} = 2\pi R \sin \vartheta R d\vartheta = 2\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta:$$

Հետևաբար, (100.2)-ի համաձայն կստանանք

$$dn_{\vartheta} = n \frac{2\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi R^2} = \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta: \quad (100.4)$$

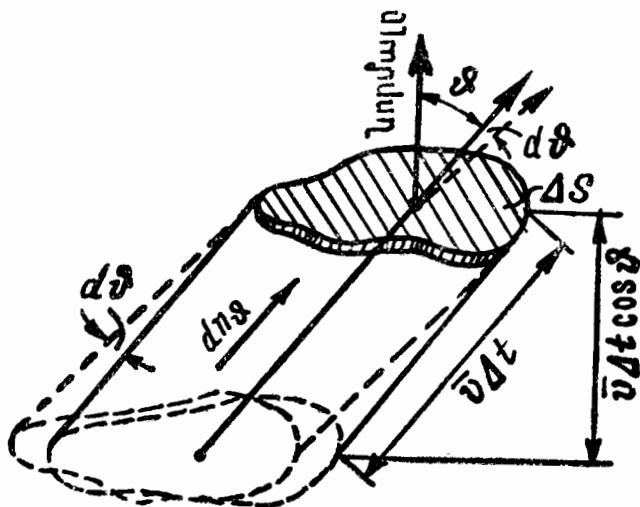
$\frac{1}{2} \sin \vartheta$ արտադրիչը բնութագրում է մոլեկուլների բաշխումը ըստ ϑ անկյան արժեքների: Եթե համեմատենք տարբեր ϑ անկյունների միևնույն $d\vartheta$ միջակայքին պատկանող մոլեկուլների dn_{ϑ} քանակը, ապա կտեսնենք, որ այդպիսի dn_{ϑ} -երը փոխվում են այնպես, ինչպես $\sin \vartheta$ -ն:

Այժմ գտնենք Δt ժամանակամիջոցում ΔS մակերեսին հարվածող մոլեկուլների թիվը: ΔS -ի նորմալի հետ ϑ -ից մինչև $\vartheta + d\vartheta$ սահմաններում անկյուններ կազմող շարժման ուղղություններով մոլեկուլներից Δt ժամանակամիջոցում մինչև ΔS կհասնեն բոլոր այն dN_{ϑ} մոլեկուլները, որոնք գտնվում

են նկ. 226-ում պատկերված թեք գլանի ΔV ծավալում¹:
 ΔV ծավալը՝

$$\Delta V = \Delta S v \Delta t \cos \vartheta,$$

որտեղ v -ն շարժման արագությունն է, որը, ինչպես ենթադրվում է, միատեսակ է բոլոր մոլեկուլների համար:



Նկ. 226

Միավոր ծավալում գտնվող մեկ հետաքրքրող մոլեկուլների թիվը որոշվում է (100.4) բանաձևից: Ուստի

$$dN_{\vartheta} = dn_{\vartheta} \Delta V = \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta \Delta S v \Delta t \cos \vartheta: \quad (100.5)$$

Ինտեգրելով այս արտահայտությունը ըստ ϑ -ի 0-ից մինչև $\pi/2$ սահմաններում², կստանանք $\frac{1}{4} \Delta t$ ժամանակամիջոցում ΔS մակերեսին հասնող հարվածների թիվը.

$$\Delta N = \int dN_{\vartheta} = \frac{1}{2} n v \Delta S \Delta t \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = \frac{1}{4} n v \Delta S \Delta t:$$

Այստեղից, միավոր ժամանակում, միավոր մակերեսին

¹ Տվյալ ϑ -ով բոլոր ուղղությունները մտովի բերում ենք մի հարթության վրա, որը համապատասխանում է φ անկյան կամավոր արժեքին:

² ϑ -ի $\pi/2$ -ից մինչև π արժեքներին համապատասխանում են այն մոլեկուլները, որոնք թռչում են ΔS -ից հեռանալու ուղղությամբ:

հասնող հարվածների թվի համար կստանանք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{4} n v, \quad (100.6)$$

որը նախորդ պարադրաֆում ստացված (99.3) արտահայտությունից տարրերվում է միայն $3/2$ -ի հավասար թվային արտադրիչով:

Հաշվենք պատի վրա դազի առաջացրած ճնշումը: Յուրաքանչյուր մոլեկուլ, որը հարվածում է պատին ϑ անկյան տակ, նրան հաղորդում է նորմալով ուղղված $2mv \cos \vartheta$ իմպուլս (նկ. 227): Δt ժամանակում պատի ΔS տարրին ϑ անկյան տակ հարվածում են (100.5) բանաձևով որոշվող dN_ϑ թվով մոլեկուլներ: Հեռևորքար, այդ մոլեկուլներից ΔS -ին հաղորդված իմպուլսը կլինի

$$dK_\vartheta = 2mv \cos \vartheta dN_\vartheta = nmv^2 \Delta S \Delta t \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta:$$

Բոլոր ուղղություններով շարժվող մոլեկուլներից ΔS -ին հաղորդվող լրիվ ΔK իմպուլսը կստացվի ինտեգրելով՝

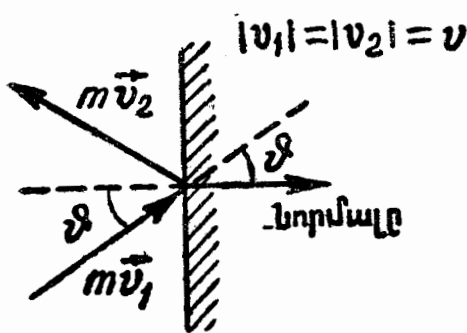
$$\Delta K = \int dK_\vartheta = nmv^2 \Delta S \Delta t \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{3} nmv^2 \Delta S \Delta t:$$

Այստեղից ճնշումը կլինի

$$p = \frac{\Delta K}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{3} nmv^2: \quad (100.7)$$

(100.7) արտահայտությունը համընկնում է ճնշման (99.4)

արտահայտության հետ, որը ըստ ստացվել էր այն ենթադրության հիման վրա, որ մոլեկուլները շարժվում են միայն երեք փոխուղղահայաց ուղղություններով: Այս համընկնելը բացատրվում է նրանով, որ նշված ենթադրությունը մի կողմից նվազեցնում է պատին հասնող մոլեկուլների



Նկ. 227

հարվածների թիվը [համեմատիր (100.6) և (99.3)], իսկ մյուս կողմից՝ յուրաքանչյուր հարվածի դեպքում մեծաց-

նում է պատին հաղորդվող իմպուլսը: (99.4) բանաձևը արտածելիս ընդունեցինք, որ յուրաքանչյուր հարվածի դեպքում պատին հաղորդվում է $2mV$ իմպուլս: Իրականում պատին հաղորդվող իմպուլսի մեծությունը կախում ունի ծանկյունից, որի հետևանքով մեկ հարվածի դեպքում հաղորդված միջին իմպուլսը հավասար է $\frac{4}{3} mV$ -ի: Արդյունքում երկու անճըշտությունները կամպենսացնում են միմյանց, և նույնիսկ պարզեցված քննարկման դեպքում ճնշման համար ստացվում է ճիշտ արտահայտություն:

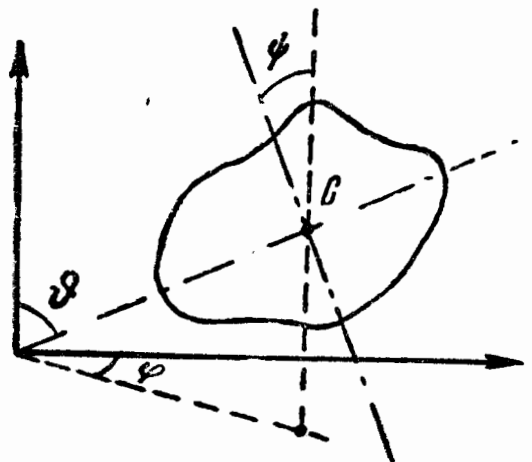
§ 101. Էներգիայի նավասարաչափ բաշխումը ըստ ազատության աստիճանների

§ 99-ում մոլեկուլի միջին էներգիայի համար մեր ստացած

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT \quad (101.1)$$

արտահայտությունը հաշվի է առնում մոլեկուլի միայն համընթաց շարժման էներգիան: Սակայն համընթաց շարժման հետ մեկտեղ հնարավոր են նաև մոլեկուլի պտտվելը և մոլեկուլի կազմի մեջ մտնող ատոմների տատանումը: Շարժման այս երկու տեսակները կապված են էներգիայի որոշակի պաշարի հետ, որը հնարավոր է որոշել վիճակագրական ֆիզիկայում ստացվող այն դրույթի հիման վրա, որ էներգիան բաշխվում է հավասարաչափ՝ ըստ մոլեկուլի ազատության աստիճանների:

Մեխանիկական համակարգի ազատության աստիճանի թիվ կոչվում է անկախ մեծությունների քանակը, որոնց օգնությամբ արվում է համակարգի դիրքը: Այսպես,



Նկ. 228

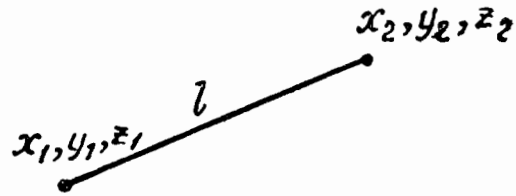
տարածության մեջ նյութական կետի դիրքը լրիվ որոշվում է երեք կոորդինատների (օրինակ, ղեկարտյան x, y, z կոորդինատների կամ սֆերիկ r, ϑ, φ կոորդինատների և այլն) արժեքները տալով: Սրան համապատասխան նյութական կետը ունի երեք ազատության աստիճաններ:

Բացարձակ պինդ մարմնի դիրքը կարելի է որոշել՝ տալով նրա իներցիայի կենտրոնի երեք կոորդինատները (x, y, z) և երկու՝ ϑ ու φ անկյունները, որոնք ցույց են տալիս մարմնի հետ կապված և նրա իներցիայի կենտրոնով անցնող որևէ առանցքի ուղղությունը (նկ. 228) և, վերջապես, նորից մարմնի հետ կապված ու առաջին առանցքին ուղղահայաց երկրորդ առանցքի ուղղությունը որոշող ψ անկյունը: Այսպիսով, բացարձակ պինդ մարմինն ունի վեց ազատության աստիճաններ: Իներցիայի կենտրոնի կոորդինատների փոփոխությունը ϑ, φ և ψ անփոփոխ անկյունների դեպքում տեղի է ունենում պինդ մարմնի համընթաց շարժման ժամանակ: Ուստի համապատասխան ազատության աստիճանները կոչվում են համընթաց: ϑ, φ, ψ անկյուններից յուրաքանչյուրի փոփոխությունը իներցիայի կենտրոնի անփոփոխ դիրքի դեպքում տեղի է ունենում մարմնի պտտման ժամանակ, որի հետևանքով համապատասխան ազատության աստիճանները կոչվում են պտտական: Հետևաբար, բացարձակ պինդ մարմնի վեց ազատության աստիճաններից երեքը համընթաց են, իսկ մյուս երեքը՝ պտտական:

Համակարգը, որը բաղկացած է իրար հետ կոշտ կապեր չունեցող N նյութական կետերից, ունի $3N$ ազատության աստիճաններ (N կետերից յուրաքանչյուրի դիրքը պետք է տրվի երեք կոորդինատներով): Երկու կետերի անփոփոխ փոխադարձ դիրքը պայմանավորող ցանկացած կոշտ կապը ազատության աստիճանների թիվը փոքրացնում է մեկով: Այսպես, եթե համակարգը բաղկացած է երկու նյութական կետերից, որոնց միջև եղած l հեռավորությունը մնում է հաստատուն (նկ. 229), համակարգի ազատության աստիճանի թիվը կլինի 5: Իսկապես, այս դեպքում կետի

կորդինատների միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը՝

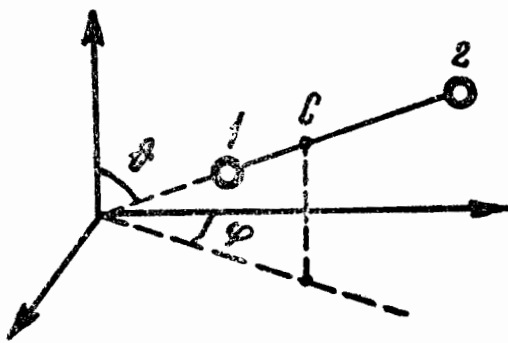
$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = l^2, \quad (101.2)$$



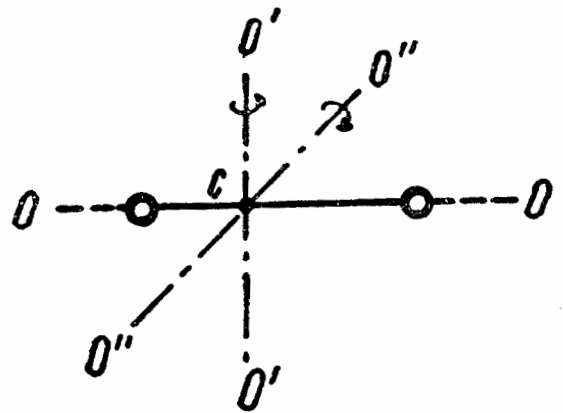
որի հետևանքով կորդինատները անկախ չեն լինի, բավական է

Նկ. 229

տալ հինգ կորդինատները, մեցերորդը կորոշվի (101.2) պայմանից: Այս հինգ ազատության աստիճանները դասակարգելու համար նշենք, որ կոշտ միացած երկու նյութական կետերից բաղկացած համակարգի դիրքը կարելի է որոշել հետևյալ ձևով՝ տալով համակարգի իներցիայի կենտրոնի երեք կորդինատները (Նկ. 230) և



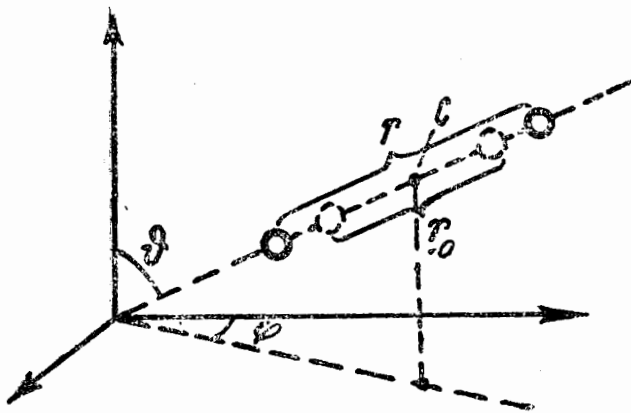
Նկ. 230



Նկ. 231

ժ ու φ երկու անկյունները, որոնց միջոցով որոշվում է համակարգի առանցքի (այսինքն՝ երկու կետերով անցնող ուղղի) ուղղությունը տարածության մեջ: Այստեղից հետևում է, որ երեք ազատության աստիճանները կլինեն համընթաց, իսկ երկուսը՝ պտտական: Պտտական ազատության աստիճանները համապատասխանում են համակարգի OO առանցքին ուղղահայաց երկու փոխուղղահայաց $O'O'$ ու $O''O''$ առանցքների շուրջը տեղի ունեցող պտույտին (Նկ. 231): Նյութական կետերի համար OO առանցքի շուրջը տեղի ունեցող պտույտը անիմաստ է:

Եթե երկու նյութական կետեր կապված են ոչ թե կոշտ, այլ առաձգական կապով (այսինքն՝ այնպես, որ կետերի միջև հաստատված հավասարակշռությունը համապատասխանող Γ_0 հեռավորության ամեն մի փոփոխությունը առաջացնում է այնպիսի ուժեր, որոնք ձգում են հաստատել կետերի միջև գոյություն ունեցող սկզբնական հեռավորությունը), ապա ազատության աստիճանների թիվը հավասար կլինի վեցի: Այդ դեպքում համակարգի դիրքը կարելի է որոշել՝ իներցիայի կենտրոնի երեք կոորդինատները (նկ.



Նկ. 232

232), ψ, φ երկու անկյունները և կետերի միջև գոյություն ունեցող r հեռավորությունը տարվա: Γ -ի փոփոխությունը համապատասխանում է համակարգում տեղի ունեցող տատանումներին, որի հետևանքով այս ազատության աստիճանը կոչվում է տատանողա-

կան: Այսպիսով, քննարկված համակարգն ունի երեք համընթաց, երկու պտտական և մեկ տատանողական ազատության աստիճան:

Քննարկենք միմյանց հետ առաձգական կապերով կապված N նյութական կետերից բաղկացած մի համակարգ: Այդպիսի համակարգն ունի $3N$ ազատության աստիճաններ: Գոյություն ունի համակարգի պոտենցիալ էներգիայի միմյանում արժեքին համապատասխանող կետերի հավասարակշռված փոխդասավորություն: Հավասարակշռված փոխդասավորությունը բնութագրվում է կետերի միջև գոյություն ունեցող միանգամայն որոշակի փոխադարձ հեռավորություններով: Եթե կետերը հանենք հավասարակշռված փոխդասավորությանը համապատասխանող դիրքերից, ապա համակարգում կառաջանան տատանումներ: Համակարգի դիրքը կարելի է որոշել՝ նրա հավասարակշռված փոխդասավորության դիրքը և հավասարակշռության դիրքից կետերի շեղումները բնորոշող մեծու-

թյունները տալով: Վերջին մեծությունները համապատասխանում են տատանողական ազատության աստիճաններին:

Հավասարակշռված փոխդասավորություն, ինչպես և բացարձակ պինդ մարմնի դիրքը որոշվում է վեց մեծություններով, որոնց համապատասխանում են երեք համընթաց և երեք պտտական ազատության աստիճաններ: Այսպիսով, տատանողական ազատության աստիճանների թիվը հավասար է $3N - 6$:¹

Գազերի ջերմունակությունը չափելու փորձերից հետևում է, որ մոլեկուլների ազատության աստիճանների թիվը որոշելիս ատոմները պետք է դիտել որպես նյութական կետեր: Հետևաբար, միատոմ մոլեկուլին պետք է վերագրել երեք համընթաց ազատության աստիճան, երկատոմ մոլեկուլին, նրա ատոմների միջև գոյություն ունեցող կապի բնույթից կախված՝ կամ երեք համընթաց և երկու պտտական ազատության աստիճաններ (կոշտ կապի դեպքում), կամ այս հինգից բացի մեկ տատանողական ազատության աստիճան ևս (առաձգական կապի դեպքում), կոշտ կապով եռատոմ մոլեկուլին՝ երեք համընթաց և երեք պտտական ազատության աստիճաններ և այլն:

Նշենք, որ մոլեկուլը ինչ թվով ազատության աստիճաններ էլ որ ունենա, երեքը համընթաց են: Քանի որ մոլեկուլի համընթաց ազատության աստիճաններից ոչ մեկը մյուսների նկատմամբ առավելություն չունի, նրանցից յուրաքանչյուրին հասնում է միջին հաշվով միատեսակ էներգիա, որը հավասար է (100.1) արժեքի $1/3$ -ին,

¹ Յնթադրվում է, որ կետերի հավասարակշռված վիճակները չեն գտնվում մեկ ուղղի վրա: Հակառակ դեպքում կունենանք միայն երկու պտտական ազատության աստիճաններ և $3N - 5$ տատանողական ազատության աստիճաններ: Այսպիսի դեպքի հետ մենք գործ ունեցանք երկու կետերից բաղկացած համակարգը քննարկելիս:

այսինքն՝ $kT/2$ -ի: Բնական է ենթադրել, որ շարժման տեսակներին ոչ մեկը առավելություն չունի մյուսների նկատմամբ և, հետևաբար, ցանկացած՝ համընթաց, պատական և տատանողական ազատության աստիճանին պետք է հասնի միջին հաշվով միևնույն էներգիան (ավելի ճիշտ, կինետիկ էներգիան), որը հավասար է $kT/2$ -ի: Այս պնդումն ըստ ազատության աստիճանների էներգիայի հավասարաչափ բաշխման դրույթի բովանդակությունն է: Թե որքանով ճիշտ է այս դրույթը, կպարզվի հաջորդ պարագրաֆում:

Հավասարաչափ բաշխման դրույթի համաձայն մեկ մոլեկուլի $\bar{\epsilon}$ էներգիայի միջին արժեքը (միևնույն ջերմաստիճանի դեպքում) այնքան մեծ կլինի, որքան ավելի բարդ է մոլեկուլը և որքան ավելի շատ ազատության աստիճաններ ունի այն: $\bar{\epsilon}$ -ը որոշելիս պետք է նկատի ունենալ, որ տատանողական ազատության աստիճանը պետք է օժտված լինի երկու անգամ ավելի մեծ էներգետիկ ունակությամբ՝ համընթաց կամ պտտողական ազատության աստիճանների համեմատությամբ: Դա բացատրվում է նրանով, որ մոլեկուլի համընթաց և պտտական շարժումները կապված են միայն կինետիկ էներգիայի առկայության հետ, մինչդեռ տատանողական շարժումը կապված է թե՛ կինետիկ և թե՛ պոտենցիալ էներգիայի առկայության հետ, ընդ որում հարմոնիկ օսցիլյատորի համար ստացվում է, որ կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների միջին արժեքները հավասար են: Ուստի յուրաքանչյուր տատանողական ազատության աստիճանին պետք է բաժին ընկնի միջին հաշվով kT -ի երկու կես. մեկ կեսը կինետիկ էներգիայի տեսքով, մյուս կեսը՝ պոտենցիալ էներգիայի տեսքով:

Այսպիսով, մոլեկուլի միջին էներգիան՝

$$\bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT, \quad (101.3)$$

որտեղ i -ն մոլեկուլի համընթաց, պտտական և կրկնապատկ-

ված տատանողական ազատության աստիճանների թվերի գումարն է, այսինքն՝

$$i = n_{\text{տատ.}} + n_{\text{պտ.}} + 2n_{\text{տատ.}} \quad (101.4)$$

Կոշտ կապով կապված ատոմներից կազմված մոլեկուլի համար i -ն համընկնում է մոլեկուլի ազատության աստիճանների թվի հետ:

§ 102. Ներքին էներգիան եվ իդեալական գազի ջերմունակությունը

Քանի որ իդեալական գազի մոլեկուլները հեռավորության վրա չեն փոխազդում, այդպիսի գազի ներքին էներգիան կազմված կլինի առանձին մոլեկուլների էներգիաներից: Հետևաբար, իդեալական գազի մեկ կիլոմոլի ներքին էներգիան հավասար կլինի Ավոգադրոյի թվի և մեկ մոլեկուլի միջին էներգիայի արտադրյալին, այսինքն՝

$$U_{\text{կտ.}} = N_A \bar{\epsilon} = \frac{i}{2} N_A kT = \frac{i}{2} RT: \quad (102.1)$$

Ցանկացած m մասսայով գազի էներգիան հավասար կլինի մեկ մոլի ներքին էներգիայի և m մասսայում պարունակվող գազի կիլոմոլերի թվի արտադրյալին, այսինքն՝

$$U = \frac{m}{\mu} U_{\text{կտ.}} = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT: \quad (102.2)$$

Որևէ մարմնի ջերմունակություն կոչվում է ջերմության այն քանակը, որը պետք է հաղորդել մարմնին նրա ջերմաստիճանը մեկ աստիճանով բարձրացնելու համար: Եթե մարմնին ջերմության $d'Q$ քանակը հաղորդելիս նրա ջերմաստիճանը բարձրանում է dT -ով, ապա ըստ սահմանման ջերմունակությունը հավասար կլինի

$$C_{\text{տրմ.}} = \frac{d'Q}{dT}: \quad (102.3)$$

(102.3) մեծությունն ունի ջ/առա չափաչափություն:

Նյութի կիրմոսի ջերմունակությունը նշանակենք C տառով: C -ի չափաչափությունը հավասար է ջ/առա. կմոլ-ի:

Միավոր մասայով նյութի ջերմունակությունը կոչվում է տեսակարար ջերմունակություն, որը կնշանակենք c տառով: c -ի չափաչափությունը հավասար է ջ/առա. կգ-ի:

Նյութի կիրմոսի ջերմունակության և նույն նյութի տեսակարար ջերմունակության միջև տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$c = \frac{C}{\mu} : \quad (102.4)$$

Ջերմունակության արժեքը կախում ունի այն պայմաններից, որոնց դեպքում տեղի է ունենում մարմնի տաքացումը: Ամենամեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում ջերմունակությունը այն դեպքերում, երբ տաքացումը տեղի է ունենում հաստատուն ծավալի կամ հաստատուն ճնշման դեպքում: Առաջին դեպքում ջերմունակությունը կոչվում է ջերմունակություն հաստատուն ծավալի դեպքում (նշանակվում է C_V -ով), իսկ երկրորդ դեպքում՝ ջերմունակություն հաստատուն ճնշման դեպքում (C_p):

Եթե տաքացումը տեղի է ունենում հաստատուն ծավալի դեպքում, մարմինը աշխատանք չի կատարում արտաքին մարմինների նկատմամբ և, հետևաբար, թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի համաձայն [տես՝ (95.4)-ը] ամբողջ ջերմությունը ծախսվում է մարմնի ներքին էներգիայի աճի վրա՝

$$d'Q_V = dU : \quad (102.5)$$

(102.5)-ից հետևում է, որ ցանկացած մարմնի ջերմունակությունը հաստատուն ծավալի դեպքում կլինի

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad (102.6)$$

Հետևաբար, հաստատուն ծավալի դեպքում իդեալական գազի կիլոմոլի ջերմունակությունը ստանալու համար պետք է գազի ներքին էներգիայի (102.1) արտահայտությունը ածանցել ըստ ջերմաստիճանի:

Ածանցելուց հետո կստանանք

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad (102.7)$$

Ինչպես հետևում է այս արտահայտությունից, իդեալական գազի ջերմունակությունը հաստատուն ծավալի դեպքում հաստատուն մեծություն է, կախված չէ գազի միջնակի պարամետրերից, մասնավորապես՝ ջերմաստիճանից:

Նշենք, որ հաշվի առնելով (102.7)-ը, իդեալական գազի ներքին էներգիայի արտահայտությունը կարելի է գրել

$$U_{\text{գ.}} = C_V T \quad (102.8)$$

Եթե գազը տաքանում է հաստատուն ճնշման դեպքում, ապա գազը՝ արտաքին մարմինների նկատմամբ դրական աշխատանք կատարելով, կընդարձակվի: Հետևաբար, այս դեպքում գազի ջերմաստիճանը մեկ աստիճանով բարձրացնելու համար ավելի շատ ջերմություն կպահանջվի, քան հաստատուն ծավալի դեպքում տաքացնելիս. դա տեղի է ունենում այն պատճառով, որ ջերմության մի մասը ծախսվում է գազի աշխատանք կատարելու դեպքում: Ուստի

¹ Այս արտահայտությունը ավելի ճիշտ դրվում է $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ տեսքով: Այսպիսի գրառումը ընդգծում է այն հանդամանքը, որ U -ի արտահայտությունը ըստ T -ի ածանցելիս ծավալը պետք է համարել հաստատուն: Իդեալական գազի դեպքում U -ն ֆունկցիա է միայն T -ից [տե՛ս (102.1)-ը], այնպես որ (102.6) արտահայտությունը միանգամայն խիստ է:

ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում ավելի մեծ կլինի հաստատուն ծավալի դեպքում ստացված ջերմունակությունից:

Գրենք թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի (96.4) հավասարումը գազի կիլոմոլի համար՝

$$d'Q_p = dU_{4s} + p dV_{4s} \quad (102.9)$$

Այս արտահայտության մեջ $d'Q$ -ի p ինդեքսը ցույց է տալիս, որ ջերմությունը գազին հաղորդվում է հաստատուն p ճնշման պայմաններում: (102.9)-ը dT -ի վրա բաժանելով, կտանանք գազի կիլոմոլի ջերմունակության արտահայտությունը հաստատուն ճնշման դեպքում՝

$$C_p = \frac{dU_{4s}}{dT} + p \left(\frac{dV_{4s}}{dT} \right)_p \quad (102.10)$$

Ինչպես տեսանք, $\frac{dU_{4s}}{dT}$ գումարելին տալիս է կիլոմոլի ջերմունակությունը հաստատուն ծավալի դեպքում: Ուստի (102.10) բանաձևը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$C_p = C_v + p \left(\frac{dV_{4s}}{dT} \right)_p \quad (102.11)$$

$\left(\frac{dV_{4s}}{dT} \right)_p$ մեծությունը իրենից ներկայացնում է կիլոմոլի ծավալի աճը ջերմաստիճանը մեկ աստիճանով բարձրացնելու դեպքում, երբ p -ն մնում է հաստատուն: Վիճակի (98.13) հավասարմանը համապատասխան

$$V_{4s} = \frac{RT}{p};$$

Ածանցելով ըստ T -ի ($p = \text{const}$), ստանում ենք

$$\left(\frac{dV_{4s}}{dT} \right)_p = \frac{R}{p};$$

Վերջապես, տեղադրելով այս արդյունքը (102.11)-ի մեջ, կստանանք

$$C_p = C_v + R: \quad (102.12)$$

Այսպիսով, մեկ կիլոմոլ իդեալական գազի կատարած աշխատանքը հաստատուն ճնշման դեպքում նրա ջերմաստիճանը մեկ աստիճանով բարձրացնելիս հավասար կլինի ունիվերսալ գազային հաստատունին:

Նշենք, որ (102.12) առնչությունը ստացվել է իդեալական գազի վիճակի հավասարումը օգտագործելով և, հետևաբար, իրավացի է միայն իդեալական գազի համար:

Հաշվի առնելով (102.7) բանաձևը, C_p -ի համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R: \quad (102.13)$$

(102.13)-ը (102.7)-ի վրա բաժանելով, կգտնենք յուրաքանչյուր գազի համար բնորոշ C_p -ի և C_v -ի հարաբերությունը՝

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}: \quad (102.14)$$

Ինչպես երևում է (102.14)-ից, γ մեծությունը որոշվում է մոլեկուլի ադատություն աստիճանների թվով և բնույթով:

Աղյուսակ 4-ում բերված են տարբեր մոլեկուլների համար (102.7), (102.13) և (102.14) բանաձևերով ստացված C_v , C_p և γ -ի արժեքները:

Աղյուսակ 5-ում համադրված են տեսության արդյունքները փորձառական տվյալների հետ: Տեսության արդյունքները ստացվել են (բացի աղյուսակի ծանոթագրության մեջ նշված մեկ դեպքից) այն ենթադրությամբ, որ մոլեկուլները կոշտ են, իսկ փորձառական արժեքները ստացվել են սենյակային ջերմաստիճանին մոտ ջերմաստիճանի դեպքում:

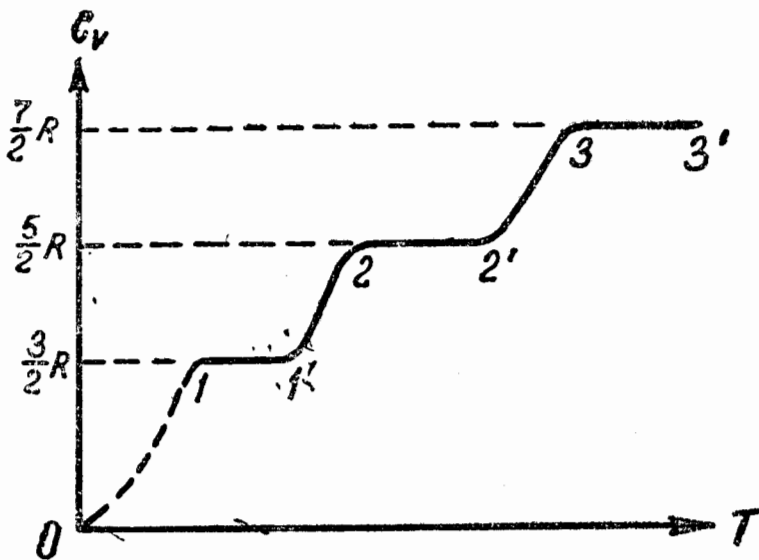
Մոլեկուլը	Ատոմների միջև եղած կապի բնույթը	Ադատության աստիճանների թիվը			i	C _V	C _P	γ
		համ- ընթաց	սլտտ.	տատա- նոց.				
Միատոմ	—	3	—	—	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	1,67
Երկատոմ	կոշտ	3	2	—	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	1,40
»	ասածղակիան	3	2	1	7	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$	1,29
3 և ավելի ատոմների թվով	կոշտ	3	3	—	6	$\frac{6}{2}R$	$\frac{8}{2}R$	1,33

Գազ	Ատոմների թիվը մո- լեկուլում	C _V · 10 ⁻³ ջ		C _P · 10 ⁻³ ջ		γ	
		աստ. կմոլ		աստ. կմոլ			
		տես.	փորձ.	տես.	փորձ.	տես.	փորձ.
Հելիում (He) . .	1	12,5	12,5	20,8	20,9	1,67	1,67
Թթվածին (O ₂) . .	2	20,8	20,9	29,1	28,9	1,40	1,40
Ածխածնի օքսիդ (CO)	2	20,8	21,0	29,1	29,3	1,40	1,40
Ջրի գոլորչիներ (H ₂ O)	3	25,0 33,2*)	27,8	33,2 41,5*)	36,2	1,33 1,25*)	1,31

* i = 8-ի համար, այսինքն՝ այն ենթադրությամբ, որ լրացուցիչ զոյություն ունի մեկ ադատության աստիճան:

Ինչպես երևում է աղյուսակ 5-ից, տեսության և փորձի միջև համաձայնությունը, առաջին հայացքից գոնե միատոմ և երկատոմ մոլեկուլների համար, միանգամայն բավարար է: Իրականում այդպես չէ: Մենարկված տեսության համաձայն գազերի ջերմունակությունը պետք է լինի ամբողջ թիվ, $R/2$ -ին բազմապատիկ, որովհետև ազատության աստիճանների թիվը կարող է միայն ամբողջ լինել: Առաջի C_V -ի և C_p -ի նույնիսկ փոքր շեղումները այն արժեքներից, որոնք $R/2$ -ին բազմապատիկ են, խաղում են սկզբունքային դեր: Ինչպես երևում է աղյուսակից, այսպիսի շեղումներ, որոնք սկզբն-հայտ կերպով գերազանցում են չափումների հնարավոր սխալները, տեղի ունեն:

Առանձնապես ապշեցուցիչ են դառնում տեսության և փորձի միջև գոյություն ունեցող անհամապատասխանությունները, երբ քննարկում ենք ջերմունակության կախումը ջերմաստիճանից: Նկ. 233-ում արված է կիլամոլի C_V ջերմունակության կախումը ջերմաստիճանից պատկերող կորը, որը փորձնական եղանակով ստացվել է ջրածնի համար: Տեսության համաձայն ջերմունակությունը չպետք է կախում ունենա ջերմաստիճանից [տե՛ս (102.7)]: Ինչպես երևում է



Նկ. 233

Նկարից, դա իրավացի է միայն ջերմաստիճանային աստիճան-

ձին միջակայքերի սահմաններում, ընդ որում տարբեր միջակայքերում ջերմունակությունն ունի մոլեկուլի ազատության աստիճանների տարբեր թվերին համապատասխանող արժեքներ: Այսպես, 1 — 1' տեղամասում C_V -ն հավասար է $\frac{3}{2} R$ -ի: Դա նշանակում է, որ մոլեկուլը իրեն պահում է միայն համընթաց ազատության աստիճաններով օժտված համակարգի նման: 2—2' տեղամասում C_V -ն հավասար է $\frac{5}{2} R$ -ի: Հետևաբար, այս տեղամասին համապատասխանող ջերմաստիճաններում մոլեկուլի՝ ավելի ցածրը ջերմաստիճանների դեպքում ունեցած երեք համընթաց ազատության աստիճաններին ավելանում են երկու պտտական ազատության աստիճաններ ևս: Վերջապես, բավականաչափ բարձր ջերմաստիճանների դեպքում C_V -ն հավասարվում է $\frac{7}{2} R$ -ի, որը վկայում է այս ջերմաստիճանների դեպքում մոլեկուլի տատանումների առկայություն մասին: Նշված միջակայքերի միջև ջերմունակությունը մոնոտոն աճում է ջերմաստիճանի հետ միասին, այսինքն՝ համապատասխանում է կարծես թե ազատության աստիճանների ոչ ամբողջ փոփոխական թվի:

Այսպիսով, մոլեկուլի ազատության աստիճանների թիվը, որը դրսևորվում է ջերմունակությունում, կախում ունի ջերմաստիճանից: Ցածր ջերմաստիճանների դեպքում նրկատվում է մոլեկուլների միայն համընթաց շարժում: Ավելի բարձր ջերմաստիճանների դեպքում համընթաց շարժման հետ մեկտեղ նկատվում է նաև մոլեկուլների պտտում: Եվ վերջապես, առավել ևս բարձր ջերմաստիճանների դեպքում շարժման առաջին երկու տեսակներին ավելանում են նաև մոլեկուլների տատանումները: Ընդ որում, ինչպես հետևում է ջերմունակության կորի մոնոտոն ընթացքից, ոչ բոլոր մոլեկուլներն են, որ միաժամանակ են ներգրավվում պտտական և ապա տատանողական շարժման մեջ: Օրինակ՝ սկզբում պտույտը նկատվում է մոլեկուլների ոչ մեծ մասի մոտ: Ջերմաստիճանի բարձ-

բացման հետ միասին այս մասի մոլեկուլների քանակը աճում է և, վերջին հաշվով, որոշակի ջերմաստիճանի դեպքում պատական շարժման մեջ ներգրավվում են գործնականորեն բոլոր մոլեկուլները: Համանման պրոցես տեղի ունի մոլեկուլների տատանողական շարժման համար ևս:

Ջերմունակության այսպիսի վարքի բացատրությունը տրվում է քվանտային մեխանիկայում: Ինչպես ցույց է տրվում քվանտային մեխանիկայում, մոլեկուլների պատական և տատանողական շարժումների էներգիան քվանտացած է: Դա նշանակում է, որ մոլեկուլի պատական և տատանողական էներգիաները չեն կարող ցանկացած արժեքներ ստանալ, այլ ստանում են միայն դիսկրետ (այսինքն՝ առանձին, իրարից վերջավոր մեծություններ տարբերվող) արժեքներ: Հետևաբար, այս տեսակի շարժումների հետ կապված էներգիան կարող է փոփոխվել միայն թուխքներով: Համընթաց շարժման էներգիայի համար այսպիսի սահմանափակում գոյություն չունի:

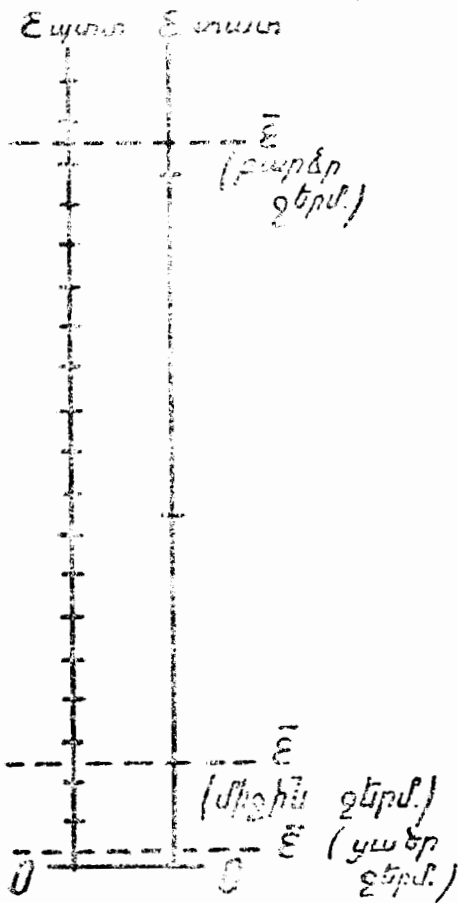
էներգիայի առանձին թույլատրելի արժեքների միջև գոյություն ունեցող միջակայքերը (կամ, ինչպես ընդունված է ասել, էներգիայի մակարդակների միջև գոյություն ունեցող միջակայքերը) տատանումների համար մոտավորապես մեկ կարգով ավելի մեծ են, քան պատման համար: Երկատոմ մոլեկուլի պատական և տատանողական մակարդակների պարզեցված սխեման¹ տրված է նկ. 234-ում:

Ինչպես կտեսնենք § 106-ում, գազի մոլեկուլները ըստ էներգիայի արժեքների բաշխված են այնպես, որ նրանց գերակշռող մասը օժտված է միջին $\bar{\epsilon}$ արժեքին մոտ էներգիաներով, և մոլեկուլների միայն փոքր մասն է, որ ունի $\bar{\epsilon}$ -ը զգալիորեն գերազանցող էներգիաներ: Ուստի, որպեսզի մոլեկուլների զգալի մասը ներգրավվի պատական

¹ Իրականում պատական մակարդակների միջև գոյություն ունեցող հեռավորությունները միատեսակ չեն: Սակայն, դա էական չէ քննարկվող հարցի համար:

կամ տատանողական շարժման մեջ, պետք է, որ նրանց միջին էներգիան բավականաչափ մեծ լինի համապատասխան էներգիայի թույլատրված մակարդակների միջև գոյություն ունեցող հեռավորության հետ համեմատած:

Վերջինսը այնքան ցածր ջերմաստիճան, որ մոլեկուլի $\bar{\epsilon}$ միջին էներգիան զգալիորեն փոքր լինի պտտական շարժման էներգիայի առաջին թույլատրված արժեքից (տե՛ս ներքևի կետադժերով աղիղը նկ. 234-ում): Այս դեպքում բոլոր մոլեկուլներից միայն աննշան մասն է ներգրավվում պտտական շարժման մեջ, այնպես որ գործնականորեն գազի մոլեկուլները կշարժվեն միայն համընթաց: Ջերմաստիճանի փոքր փոփոխությունները կհանգեցնեն միայն համընթաց շարժման էներգիայի փոփոխությունների, որին համապատասխան գազի ջերմունակությունը հավասարվում է $\frac{3}{2} R$ -ի (տե՛ս նկ. 233-ում պատկերված կորի 1—1' տեղամասը):



Նկ. 234

Ջերմաստիճանի բարձրացումը աղեկցվում է $\bar{\epsilon}$ -ի աճով, որի հետևանքով ավելի մեծ չափով մոլեկուլներ են ներգրավվում պտտական շարժման մեջ: Այս պրոցեսին համապատասխանում է կորի 1'—2 տեղամասը նկ. 233-ում:

Բոլոր մոլեկուլները պտտական շարժման մեջ ներգրավվելուց հետո սկսում է 2 — 2' հորիզոնական տեղամասը: Այս տեղամասին համապատասխանող ջերմաստիճանների դեպքում $\bar{\epsilon}$ -ը դեռևս զգալիորեն փոքր է տատանողական էներգիայի թույլատրված մակարդակների միջև գոյություն ունեցող

հետազոտությունից, որի հետևանքով մոլեկուլների տատանումները գործնականորեն բացակայում են: Ջերմաստիճանի հետագա բարձրացման դեպքում ավելի մեծ թվով մոլեկուլներ կսկսեն ներգրավվել տատանողական շարժման մեջ, որին համապատասխանում է անցման $2' - 3$ տեղամասը ջերմունակության կորի վրա: Վերջապես, բավականաչափ բարձր ջերմաստիճանի դեպքում բոլոր մոլեկուլները կներգրավվեն տատանողական շարժման մեջ, որի հետևանքով ջերմունակությունը կհավասարվի $\frac{7}{2}R$ -ի:

Վերադառնալով ջերմունակության՝ մեր դարգացրած դասական տեսությունը, կարելի է տեսլ, որ նրա արդյունքները ճիշտ են տասնձին: Ջերմաստիճանային միջակայքերի համար, ընդ որում յուրաքանչյուր միջակայքին համապատասխանում է մոլեկուլի՝ իրեն յուրահատուկ ազատության աստիճանների թիվ:

§ 103. Իդեալական գազի ադիաբատի հավասարումը

Արտաքին միջավայրի հետ առանց ջերմափոխանակության ընթացող պրոցեսը կոչվում է ադիաբատիկ: Գտնենք այն հավասարումը, որով կապված են իդեալական գազի պարամետրերը ադիաբատիկ պրոցեսի դեպքում:

Թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի (96.4) հավասարման մեջ տեղադրենք իդեալական գազի dU արտահայտությունը՝

$$d'Q = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV:$$

Քանի որ ադիաբատիկ պրոցեսի համար $d'Q = 0$, ապա պետք է տեղի ունենա հետևյալ պայմանը՝

$$\frac{m}{\mu} C_V dT + pdV = 0: \quad (103.1)$$

Այժմ p -ն արտահայտենք V -ով և T -ով, ելնելով իդեալական գազի վիճակի հավասարումից՝

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V},$$

և տեղադրենք այս արտահայտությունը (103.1)-ի մեջ: Կըր-ճատելով ստացվող արտահայտությունը զրոյից տարբեր m/μ արտադրիչով, կստանանք

$$C_V dT + RT \frac{dV}{V} = 0:$$

Ձևափոխենք ստացված արտահայտությունը հետևյալ կերպ՝

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0:$$

Վերջին առնչությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$d(\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V) = 0,$$

որտեղից հետևում է, որ ադիաբատիկ պրոցեսի դեպքում

$$\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V = \text{const}: \quad (103.2)$$

Հաշվի առնելով, որ իդեալական գազի համար $C_p - C_V = R$, R/C_V հարաբերությունը կարելի է փոխարինել $\gamma - 1$ -ով՝ որտեղ $\gamma = C_p/C_V$: Կատարելով այսպիսի փոխարինում (103.2)-ի մեջ և ստացված արտահայտությունը ձևափոխելով, կստանանք

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}: \quad (103.3)$$

Ստացված առնչությունը իդեալական գազի ադիաբատիկ հավասարումն է T և V փոփոխականներով: Այս հավասարումից կարելի է անցնել p և V փոփոխականներով հա-

վասարմանը, փոխարինելով T -ն p -ով և V -ով՝ իդեալական գազի վիճակի հավասարմանը համապատասխան, այսինքն՝

$$T = \frac{\mu}{m} \frac{pV}{R},$$

Տեղադրելով այս արտահայտությունը (103.3)-ի մեջ և նկատի ունենալով, որ m -ը, μ -ն և R -ը հաստատուններ են, կստանանք

$$pV^\gamma = \text{const}^1:$$

(103.4) առնչությունը իդեալական գազի ադիաբատի հավասարումն է՝ p և V փոփոխականներով: Այն կոչվում է նաև Պոուսսոնի հավասարում:

Ադիաբատի (103.4) հավասարումը իզոթերմի (98.3) հավասարման հետ համեմատելուց հետևում է, որ ադիաբատի կորը ավելի թեք է, քան իզոթերմը: Հաշվենք իզոթերմի և ադիաբատի համար $\frac{dp}{dV}$ -ն նույն (p, V) կետում (նկ. 235): (98.3) հավասարումը դիֆերենցելով, կստանանք

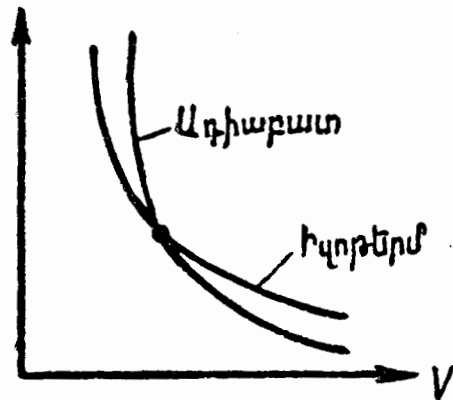
$$p dV + V dp = 0,$$

որտեղից իզոթերմի համար կստանանք

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}; \quad (103.5)$$

Դիֆերենցելով (103.4)-ը, կստանանք

$$p\gamma V^{\gamma-1} dV + V^\gamma dp = 0,$$



Նկ. 235

¹ Ակնհայտ է, որ (103.2)–(103.4) արտահայտությունների մեջ const-ների արժեքները տարբեր են:

$$\Delta p \Big| = - \gamma \frac{p}{V},$$

Այսպիսով, ադիաբատի թեքման անկյան տանգենսը γ անգամ ավելի մեծ է, քան իզոթերմինը:

Բոլոր դատողություններում ենթադրեցինք, որ ժամանակի յուրաքանչյուր պահին գազի վիճակը բնութագրվում է p և T պարամետրերի որոշակի արժեքներով, այսինքն՝ քննարկվող ադիաբատիկ պրոցեսը հավասարակշռված է: Ինչպես գիտենք, հավասարակշռված կարող է լինել միայն դանդաղ ընթացող պրոցեսը: Մինչդեռ քանի որ բնության մեջ գոյություն չունեն շերմությունը բացարձակապես չհաղորդող նյութեր, ապա շերմության այն քանակը, որով համակարգը փոխանակության մեջ է մտնում շրջապատի հետ, այնքան փոքր կլինի, ինչքան ավելի կարճ կտևի պրոցեսը: Այսպիսով, ադիաբատիկ պրոցեսին մոտ կարող են լինել միայն արագ ընթացող պրոցեսները: Այսպիսի պրոցեսի օրինակ են դազի յուրաքանչյուր կետում կատարվող սեղմումը և ընդարձակումը՝ գազում ձայնային ալիք տարածվելիս: Չնայած մեծ ծավալի սահմաններում գազի վիճակը բոլորովին հավասարակշռված չէ (p -ն և T -ն տարբեր կետերում տարբեր են), գազի վարքը յուրաքանչյուր բավականաչափ փոքր ծավալի սահմաններում բավարար կերպով կնկարագրվի ադիաբատի (103.4) հավասարումով:

§ 104. Պոլիտրոպիկ պրոցեսներ

Ավելի վաղ քննարկված պրոցեսները պոլիտրոպիկ պրոցեսի մասնավոր դեպքերն են: Պոլիտրոպիկ կոչվում է այնպիսի պրոցեսը, որի դեպքում իզեալական գազի ճնշումը և ծավալը կապված են հետևյալ առնչությամբ՝

$$pV^n = \text{const}, \quad (104.1)$$

որտեղ n -ը կարող է ընդունել $-\infty$ մինչև $+\infty$ արժեքներ:

Աղյուսակ 6

n	Պրոցես
0	իզոթար
1	իզոթերմիկ
γ	Ադիաբատիկ
$\pm \infty$	իզոխոր

Աղյուսակ 6-ում տրված են n -ի այն արժեքները, որոնց դեպքում պոլիտրոպիկ պրոցեսը նույնական է մեզ արդեն հայտնի պրոցեսներից մեկի հետ: Աղյուսակի առաջին երեք տողերը ակնհայտ են: Չորրորդ տողի իրավացիություն մեջ համոզվելու համար պոլիտրոպի (104.1) հավասարումը գրենք հետևյալ տեսքով՝

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n, \quad (104.2)$$

որտեղ 1 և 2 ինդեքսները վերաբերում են երկու կամավոր կերպով վերցված վիճակներին: (104.2)-ից հանենք n աստիճան արմատ՝

$$p_1^{\frac{1}{n}} V_1 = p_2^{\frac{1}{n}} V_2:$$

Այժմ n -ը ձգտեցնելով $+\infty$ կամ $-\infty$, կհանգենք հետևյալ պայմանին՝

$$V_1 = V_2,$$

որը բնութագրում է իզոխոր պրոցեսը:

Մեկ կիլոմոլ իդեալական գազի համար գրված վիճակի հավասարումից հետևում է

$$p = R \frac{T}{V}, \quad (104.3)$$

Տեղադրելով p -ի այս արժեքը (104.1) հավասարման մեջ և հաշվի առնելով, որ R -ը հաստատուն մեծություն է,

կտանանք պոլիտրոպի հավասարումը T և V փոփոխահաններով՝

$$TV^{n-1} = \text{const}: \quad (104.4)$$

Որոշենք մեկ կիլոմոլ իզեալական գազի ջերմունակությունը պոլիտրոպիկ պրոցեսի դեպքում: (96.4)-ի և (102.8)-ի համաձայն

$$d'Q = C_V dT + p dV:$$

Հետևաբար՝

$$C = \frac{d'Q}{dT} = C_V + p \frac{dV}{dT}: \quad (104.5)$$

$\frac{dV}{dT}$ -ի արժեքը գտնելու համար կօգտվենք պոլիտրոպի (104.4) հավասարումից: Այս հավասարումը դիֆերենցելով կտանանք

$$V^{n-1} dT + T(n-1)V^{n-2}dV = 0,$$

որտեղից

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{V}{T(n-1)} = -\frac{R}{p(n-1)}$$

[օգտվեցինք (104.3) առնչությունից]:

$\frac{dV}{dT}$ -ի գտած արժեքը տեղադրելով (104.5) հավասարման մեջ, պոլիտրոպիկ պրոցեսի դեպքում մեկ կիլոմոլ իզեալական գազի ջերմունակության համար կտանանք

$$C_{\text{պ.}} = C_V - \frac{R}{n-1} = \frac{nC_V - C_p}{n-1}: \quad (104.6)$$

Այս արտահայտությունը չի պարունակում վիճակի p , V և T պարամետրերը: Այսպիսով, (104.6) ջերմունակությունը հաստատուն մեծություն է: Մյուս համապատասխան, պոլիտրոպիկ պրոցեսները կարելի է սահմանել որպես այնպիսի պրո-

ցնաներ, որոնց դեպքում ջերմունակությունը մնում է հաստատուն: Այսպիսի սահմանումը ավելի ընդհանուր է, քան (104.1) սահմանումը. այն կիրառելի է ցանկացած բնույթի մարմինների և մարմինների համակարգի նկատմամբ, այն դեպքում, երբ (104.1) սահմանումը իրավացի է միայն իդեալական գազի համար:

Ելնելով այն ենթադրությունից, որ $C = C_{uy} = \text{const}$, կարելի է ցույց տալ, որ այս պայմանների դեպքում իդեալական գազը հետևում է (104.1) հավասարմանը, որտեղ

$$n = \frac{C_p - C_{uy}}{C_v - C_{uy}}; \quad (104.7)$$

Սորհուրդ ենք տալիս այս արտածումը կատարել որպես վարժություն:

§ 105. Իդեալական գազի կատարած աշխատանքը տարբեր պրոցեսների ժամանակ

Այն աշխատանքը, որը կատարվում է 1 վիճակից 2 վիճակին անցնելիս որևէ մարմնի կողմից արտաքին մարմինների նկատմամբ, ինչպես հայտնի է [տե՛ս (96.3)], հավասար է

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV; \quad (105.1)$$

Ինտեգրելու համար պետք է p -ն արտահայտենք V -ի միջոցով: Այդ նպատակով օգտվենք p -ի և V -ի միջև գոյություն ունեցող կապից՝ տարբեր պրոցեսների դեպքում:

Իդեալական գազի պոլիտրոպի (104.1) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$pV^n = p_1V_1^n = p_2V_2^n,$$

որտեղ p_1, V_1 -ը և p_2, V_2 -ը գազի ճնշման և ծավալի արժեքներն են համապատասխանաբար առաջին (սկզբնական) և երկրորդ (վերջնական) վիճակներում, p -ն և V -ն՝ ճնշումն ու ծավալն են ցանկացած միջանկյալ վիճակում:

Այս առնչություն համապատասխան, գազի ճնշումը արտահայտենք նրա ծավալի և սկզբնական վիճակի պարամետրերի միջոցով¹, այսինքն՝

$$p = \frac{p_1 V_1^n}{V^n} : \quad (105.2)$$

Տեղադրելով (105.2)-ը (105.1)-ի մեջ, կստանանք

$$A_{12} = p_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} : \quad (105.3)$$

Սկզբում քննարկենք $n \neq 1$ դեպքը. այս դեպքում (105.3)-ում ինտեգրալը կլինի

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}} \right) :$$

Տեղադրելով ինտեգրալի այս արժեքը (105.3)-ի մեջ և կատարելով ոչ բարդ ձևափոխումներ, կստանանք

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right] : \quad (105.4)$$

Մտացված արտահայտությունը կարելի է ձևափոխել, օգտորվելով այն հանգամանքից, որ իդեալական գազում տեղի ունեցող յուրաքանչյուր պրոցեսի դեպքում նրա պարամետրերը իրար հետ կապված են վիճակի (98.14) համեմատու-

¹ Նույն հաջողությունը ճնշումը կարելի է արտահայտել վերջնական վիճակի պարամետրերի միջոցով:

մով: Մասնավորապես դա իրավացի է նաև սկզբնական վիճակի համար, այսինքն՝

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad (105.5)$$

Տեղադրելով (105.5)-ը (105.4)-ի մեջ, կստանանք

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right], \quad (105.6)$$

(105.4) և (105.6) արտահայտությունները տալիս են իդեալական գազի կատարած աշխատանքը ցանկացած պոլիտրոպիկ պրոցեսի դեպքում, բացի իզոթերմիկ պրոցեսից (որին համապատասխանում է $n = 1$)¹: Մասնավորապես ադիաբատիկ պրոցեսի դեպքում

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] \quad (105.8)$$

կամ

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right], \quad (105.7)$$

Իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում իդեալական գազի կատարած աշխատանքը հաշվելու համար (105.1) բանաձևի մեջ ճնշումը փոխարինենք վիճակի հավասարման համապատասխան այլ մեծություններով որոշվող արտահայտությամբ: Արդյունքում կստանանք (T-ն կարելի է դուրս բերել ինտեգրալի նշանի տակից, քանի որ այն հաստատուն է)

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

¹ Նշենք, որ $n = 1$ -ի դեպքում (105.4) և (105.6) արտահայտությունները դառնում են անորոշություններ:

Այսպիսով, իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում իդեալական գազի կատարած աշխատանքը՝

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (105.9)$$

Իզոբար պրոցեսի դեպքում ցանկացած մարմնի, այդ թվում նաև իդեալական գազի կատարած աշխատանքը, ինչպես հետևում է (105.1)-ից, կլինի

$$A_{12} = p(V_2 - V_1); \quad (105.10)$$

Նույն արդյունքը կատացվի, եթե (105.4)-ի մեջ տեղադրենք $n = 0$ արժեքը: Վերջում նշենք, որ իզոխոր պրոցեսի դեպքում աշխատանքը հավասար է զրոյի, որը իրավացի է ցանկացած մարմնի համար:

§ 106. Գազի մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների

Գազի մոլեկուլները շարժվում են բոլորովին տարբեր արագություններով, ընդ որում յուրաքանչյուր առանձին վերցված մոլեկուլի արագության ինչպես արժեքը, այնպես էլ ուղղությունը անընդհատ փոփոխվում են բախումների հետևանքով (ինչպես կտեսնենք հետագայում, նորմալ պայմանների դեպքում յուրաքանչյուր մոլեկուլ մեկ վայրկյանում ենթարկվում է մոտավորապես 10^9 բախումների):

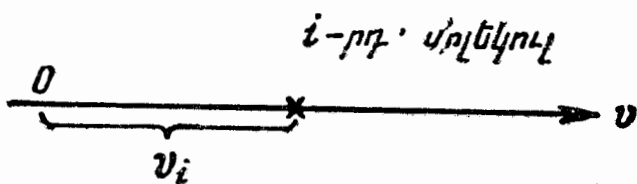
Քանի որ շարժման բոլոր ուղղություններն ունեն հավասար հավանականություններ, ուրեմն մոլեկուլների բաշխումը ըստ ուղղությունների կլինի հավասարաչափ, ցանկացած ձևով կողմնորոշված, բայց հաստատուն արժեք ունեցող $\Delta\Omega$ մարմնային անկյան սահմաններում շարժման

ուղղության յուրաքանչյուր պահին ընկնում են միջին հաշվով միևնույն թվով ΔN_{φ} , φ մոլեկուլներ:

Այլ ձևով են բաշխվում մոլեկուլների արագությունների v թվային արժեքները: Օ-ից մինչև անսահմանության սահմաններում պարփակված v -ի հնարավոր արժեքները ամենեին հավասար հավանականություններ չունեն: Դա բխում է հետևյալ դատողություններից: Բախումների դեպքում մոլեկուլների արագությունների փոփոխությունը տեղի է ունենում պատահական ձևով: Կարող է պատահել այնպես, որ որևէ մոլեկուլ ամբողջությամբ վերցրած մի շարք հաջորդական բախումների ընթացքում իր հետ բախվող մոլեկուլներից ստանա այնքան էներգիա, որ նրա էներգիան զգալիորեն գերազանցի ε միջին արժեքին: Սակայն, եթե նույնիսկ պատկերացնենք բոլորովին երևակայական այնպիսի մի դեպք, որի ժամանակ գազի բոլոր մոլեկուլները կանգ են առնում միայն միակ մոլեկուլին իրենց էներգիան հաղորդելուց հետո, ապա այդ մոլեկուլի էներգիան, հետևաբար և նրա արագությունը կլինեն վերջավոր: Այսպիսով, գազի մոլեկուլների արագությունը ընդհանրապես չի կարող ունենալ որևէ v_{\max} արժեքից սկսած մինչև ∞ ընկած արժեքները: Հաշվի առնելով այն հանգամանքը, որ մեկ մոլեկուլի վրա մյուս բոլոր մոլեկուլների գումարային էներգիայի զգալի մասի կենտրոնացմանը հանգեցնող պրոցեսները քիչ են հավանական, կարելի է պնդել, որ արագության միջին արժեքի հետ համեմատած չափազանց մեծ արագությունները ծայրահեղ հազվագեպ են հանդիպում: Ծիշտ նույնպես գործնականորեն բացառված է, որ բախման հետևանքով մոլեկուլի արագությունը կհավասարվի զրոյի: Հետևաբար, արագության միջին արժեքի հետ համեմատած շատ փոքր և շատ մեծ արագությունները քիչ են հավանական, ընդ որում v -ի տվյալ արժեքի հավանականությունը ձգտում է զրոյի ինչպես $v \rightarrow 0$ -ի, այնպես էլ $v \rightarrow \infty$ -ն դեպքում:

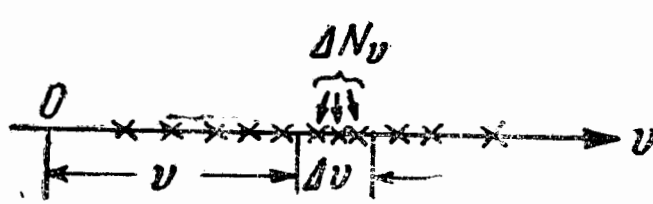
Ասվածից հետևում է, որ մոլեկուլների արագությունները խմբավորվում են հիմնականում որևէ ամենահավանական

արժեքի շարժը: Ըստ v -ի արժեքների մոլեկուլների բաշխումը քանակապես նկարագրելու համար օգտվենք հետևյալ ակնառու եղանակից: Արագությունների արժեքները նշանակենք կետերով v առանցքի վրա: Այդ դեպքում յուրաքանչյուր մոլեկուլին այս առանցքի վրա կհամապատասխանի մի կետ, որի հեռավորությունը որպես հաշվանքի սկզբնական ընդունված O կետից թվապես հավասար կլինի տվյալ մոլեկուլի արագության արժեքին (նկ. 236):



Նկ. 236

Ենթադրենք, թե մեր տրամադրությունն տակ կա այնպիսի մի եղանակ, որը հնարավորություն է տալիս միաժամանակ որոշել որևէ քանակությունը գազի բոլոր N մոլեկուլների արագությունները: Ըստ օրինակի արդյունքները v առանցքի վրա կետերով պատկերելով, կստանանք



Նկ. 237

մոլեկուլների արագությունների «վաչրկենական լուսանկարը» ժամանակի որևէ t պահի համար (նկ. 237): Եթե v -ի բոլոր արժեքները օժտված լինեն միատեսակ հավանականություններով, ապա v առանցքի վրա կետերը կբաշխվեն հավասարաչափ: Սակայն, ինչպես տեսանք վերևում, արագությունները հիմնականում խմբավորվում են որևէ ամենահավանական արժեքի մոտակայքում: Ջրոլին մոտ և շատ մեծ արագության արժեքները համեմատաբար հազվադեպ են հանդիպում: Ուստի կետերի բաշխումը v առանցքի վրա

¹ Նշենք, որ յուրաքանչյուր կետը նշանակելու համար միայն մեկ վայրկյան ծախսելու դեպքում $2,7 \cdot 10^{19}$ կետերը նշանակելու համար անհրաժեշտ կլինեն 10^{12} տարի:

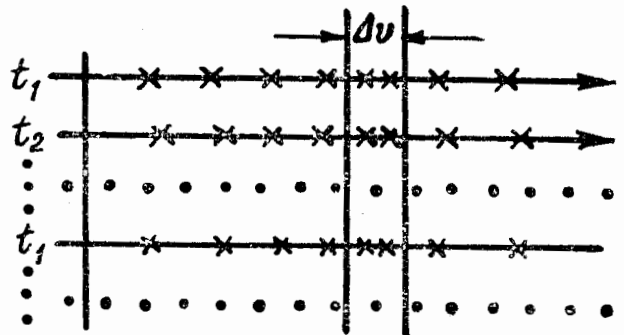
կլինի անհավասարաչափ, առանցքի տարբեր տեղամասերում ունենալով տարբեր խտություններ:

Որոշելով կետերի խտությունը որպես ΔV միջակայքի սահմաններում ընկած կետերի ΔN_V թվի հարաբերությունը (նկ. 237) այս միջակայքի մեծություն վրա, կստանանք

$$\rho = \frac{\Delta N_V}{\Delta V}$$

Կարելի է ասել, որ այս մեծությունը ֆունկցիա է V -ից [$\rho = \rho(V)$]: Իսկապես, նրա արժեքը կախում ունի նրանից, թե V առանցքի ո՞ր տեղում է վերցված ΔV ինտերվալը, այսինքն՝ V -ից:

Երկու մոլեկուլների միջև տեղի ունեցող բախման յուրաքանչյուր գործողություն պատահական ձևով է փոխում համապատասխան կետերի դիրքը V առանցքի վրա: Ուստի, եթե համադրենք ժամանակի տարբեր՝ t_1 , t_2 և այլ պահերին համապատասխանող «լուսանկարների» շարքը (նկ. 238), ապա այս «լուսանկարների» վրա, ընդհանրապես ասած, համընկնող կետեր չեն լինի: Սակայն, եթե գազը գրտնըվում է հավասարակշռված վիճակում (այսինքն՝ անփոփոխ պարամետրերով վիճակում), ապա պարզվում է, որ



Նկ. 238

մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների անփոփոխ է: Ուստի խտությունը, որով կետերը բաշխված են V առանցքի տարբեր տեղամասերում, ժամանակի բոլոր պահերի համար նույնը կլինի:

Եթե վերցնենք նույն պայմաններում գտնվող (միատեսակ p -ի և T -ի դեպքում) գազի մի քանի բաժիններ, ապա մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների նույնպես նույնը կլինի: Սակայն, ակնհայտ է, որ V առանցքի

վրա կետերի խտությունը՝ այդ առանցքով նրանց միատեսակ բնույթով բաշխվելու դեպքում, ուղիղ համեմատական է մոլեկուլների քննարկված N թվին և, հետևաբար, գազի տարբեր բաժինների համար կլինի տարբեր: Տարբեր բաժինների համար միատեսակ կլինի հետևյալ հարաբերությունը՝

$$f(v) = \frac{\rho(v)}{N} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N_v}{\Delta v}, \quad (106.1)$$

Այս ձևով որոշված $f(v)$ ֆունկցիան բնութագրում է գազի մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների և կոչվում է բաշխման ֆունկցիա: Իմանալով $f(v)$ -ի տեսքը, կարելի է որոշել տվյալ N մոլեկուլների թվից այն մոլեկուլների ΔN_v թիվը, որոնց արագություններն ընկած են Δv միջակայքի ներսում, այսինքն՝ ունեն v -ից մինչև $v + \Delta v$ սահմաններում գտնվող արժեքներ՝

$$\Delta N_v = N f(v) \Delta v: \quad (106.2)$$

$$\frac{\Delta N_v}{N} = f(v) \Delta v \quad (106.3)$$

հարաբերությունը տալիս է այն հավանականությունը, որով մոլեկուլի արագությունը կունենա արագությունների տվյալ Δv միջակայքի (v -ի և $v + \Delta v$ միջև) սահմաններում գտնվող արժեքը (ΔN -ի v ինդեքսը օգտագործվում է Δv միջակայքը նշանակելու համար)¹:

Ակնհայտ է, որ

$$\sum \Delta N_v = \sum N f(v_i) \Delta v_i = \sum \rho_i \Delta v_i$$

¹ Որևէ մոլեկուլի արագության՝ կամայականորեն վերցված որոշակի v արժեք ունենալու հավանականությունը հավասար է զրոյի: Դա բացատրվում է նրանով, որ v հնարավոր արժեքների թիվը անսահման է, իսկ մոլեկուլների N թիվը, չնայած նրան, որ մեծ է, վերջավոր է [համեմատիր § 100-ի հետ, (100.1)-ից մինչև (100.2)-ը ընկած տեքստը]:

գումարը՝ վերցված ըստ բոլոր այն Δv_i միջակայքերի, որոնց կարելի է բաժանել v առանցքը, պետք է հավասար լինի մոլեկուլների ըրիվ N թվին: Այսպեղից հետևում է բաշխման ֆունկցիայի հետևյալ հատկությունը՝

$$\sum f(v_i)\Delta v_i = 1: \quad (106.4)$$

Վերջին արդյունքը կարելի է բացատրել նաև հետևյալ ձևով:

$$\sum \frac{\Delta N_v}{N} = \sum f(v_i)\Delta v_i$$

արտահայտությունը այն հավանականությունն է, որ մոլեկուլի արագությունը ստանում է 0-ից մինչև ∞ սահմաններում ընկած արժեքներից մեկը: Քանի որ մոլեկուլի արագությունը անպայման ունի որոշ արժեք, ապա վերոհիշյալ հավանականությունը հավասար պատահարի հավանականություն է, հետևաբար, հավասար է մեկի:

Խիստ ասած (106.4) պայմանը պետք է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1: \quad (106.5)$$

(106.2)—(106.5) առնչությունները բխում են բաշխման ֆունկցիայի ընդհանուր սահմանումից և կախված չեն նրա կոնկրետ տեսքից:

Բաշխման ֆունկցիան տեսականորեն ստացել է Մաքսվելը, և կոչվում է նրա անունով: Այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f(v) = Ae^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2, \quad (106.6)$$

որտեղ A -ն v -ից կախում չունեցող բազմապատկիչ է, m -ը մոլեկուլի մասսան է, k -ն՝ Բոլցմանի հաստատունը:

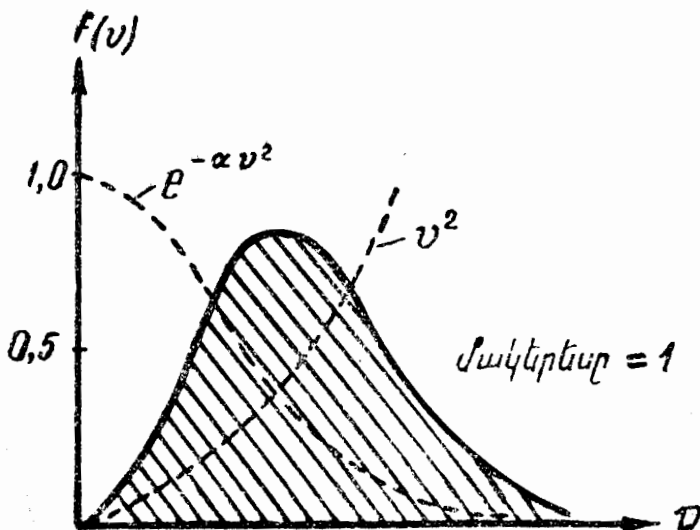
Մաքսվելի բաշխման ֆունկցիայի համար բնորոշ է այն հանգամանքը, որ e -ի աստիճանացույցը քննարկվող v արագությանը համապատասխանող $mv^2/2$ կինետիկ էներգիայի և մոլեկուլի միջին էներգիան բնորոշող kT մեծության հարաբերությունն է «—» նշանով:

Քանի որ $e^{-\alpha v^2}$ -ի տեսքի բազմապատկիչը ավելի արագ է նվազում, քան աճում է v^2 բազմապատկիչը v -ի մեծանալու դեպքում, ֆունկցիան, սկսելով զրոյից (v^2 բազմապատկիչի պատճառով), հասնում է իր մաքսիմումին և ապա ասիմպտոտիկորեն ձգտում է զրոյի (նկ. 239): $f(v)$ կորով պարփակված մակերեսը (106.5)-ի համաձայն հավասար է մեկի:

(106.5) պայմանը հնարավորություն է տալիս հաշվելու (106.6) բանաձևի A բազմապատկիչը՝

$$A \int_0^{\infty} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv = 1:$$

Այս պայմանը կոչվում է ֆունկցիայի նորմավորման պայման, իսկ A -ն՝ նորմավորող բազմապատկիչ:



Նկ. 239

Հաշվումներից ստացվում է, որ A -ն հավասար է

$$4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2},$$

Այսպիսով, Մաքսվելի բաշխման ֆունկցիան կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2: \quad (106.7)$$

Ինչպես կարելի էր սպասել, ֆունկցիայի կոնկրետ տեսքը կախված է գազի տեսակից (մոլեկուլի մասսայից) և վիճակի պարամետրից (T ջերմաստիճանից): Նշենք, որ գազի ճնշումը և ծավալը չեն ազդում մոլեկուլների՝ ըստ արագությունների բաշխման վրա:

Կարող է թվալ, որ (106.7) ֆունկցիան սխալ է նկարագրում բաշխումը այն պատճառով, որ այն գրոյի է հավասարվում միայն անսահմանության մեջ, այն դեպքում, երբ արագության իրականացվող արժեքները սահմանափակված են վերջավոր սահմանով: Սակայն բավականաչափ մեծ v -ի դեպքում (106.7) ֆունկցիան այնքան քիչ է տարբերվում գրոյից, որ նշված անհամապատասխանությունը գործնականորեն ոչ մի նշանակություն չունի:

Ակնհայտ է, որ բաշխման ֆունկցիայի մաքսիմալ արժեքին համապատասխանող արագությունը կլինի ամենահավանականը: Իսկապես, եթե համեմատենք մոլեկուլների ΔN_v թվերը, որոնց արագությունները գտնվում են տարբեր ձևով ընտրված, սակայն ըստ մեծության իրար հավասար Δv միջակայքերի սահմաններում, ապա ամենամեծը կլինի մաքսիմումի շրջակայքում տեղավորված միջակայքին համապատասխանող ΔN_v -ն: Այսպիսով, լուծելով $f(v)$ մաքսիմումը գտնելու խնդիրը, կգտնենք $v_{հավ}$ ամենահավանական արագությունը: Ածանցելով (106.6)-ը ըստ v -ի և հավասարեցնելով ստացված արտահայտությունը գրոյի, կըստանանք

$$\frac{df(v)}{dv} = A e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v \left(2 - \frac{mv^2}{kT} \right) = 0:$$

Այս հավասարմանը բավարարող $v = 0$ և $v = \infty$ արժեքները համապատասխանում են $f(v)$ -ի միներմումին: Փակագծերում գտնվող արտահայտությունը զրոյի վերածող v -ի արժեքը որոնելի $v_{\text{հալ}}\text{-ն է}^{\wedge}$

$$v_{\text{հալ}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}; \quad (106.8)$$

(106.7)-ի մեջ ամենահավանական արագությունը տեղադրելով, կգտնենք $f(v)$ -ի մաքսիմալ արժեքը՝

$$f(v_{\text{հալ}}) = \frac{4}{e} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \sim \sqrt{\frac{m}{T}}; \quad (106.9)$$

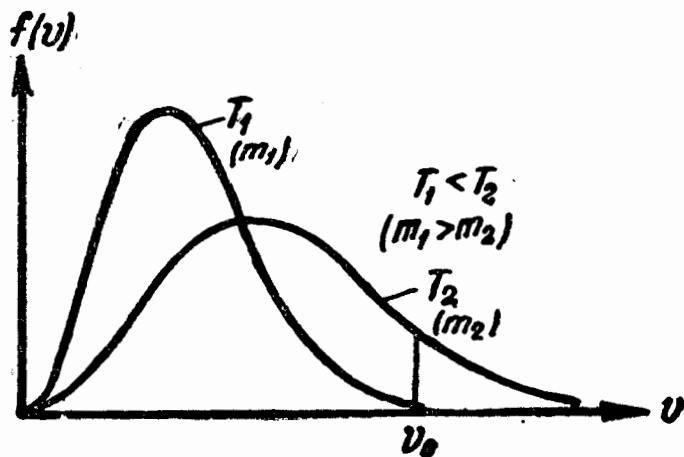
Հետազոտենք, թե ինչպես է փոփոխվում բաշխման կորը՝ գազի ջերմաստիճանից և մոլեկուլի մասսայից կախված: (106.8)-ից և (106.9)-ից հետևում է, որ ջերմաստիճանը բարձրացնելու (կամ մոլեկուլի մասսան փոքրացնելու) դեպքում կորի մաքսիմումը տեղափոխվում է դեպի աջ և ավելի է ցածրանում, ընդ որում, ինչպես մենք գիտենք, կորով պարփակված մակերեսը մնում է անփոփոխ: Նկ. 240-ում համադրված են բաշխման երկու կորեր, որոնք վերաբերվում են կամ տարբեր T_1 և T_2 ջերմաստիճաններին (միատեսակ m -ի դեպքում), կամ մոլեկուլների տարբեր m_1 և m_2 մասսաներին (միատեսակ T -ի դեպքում):

Այն մոլեկուլների հարաբերական քանակը, որոնց արագությունները գերազանցում են որևէ v_0 արժեքից, որոշվում է հետևյալ արտահայտությունից՝

$$\int_{v_0}^{\infty} f(v) dv:$$

Գրաֆիկի վրա այս միջակայքին համապատասխանում է v_0 -ից դեպի աջ ընկած և կորով սահմանափակված մակերեսի մասը: Ինչպես երևում է նկ. 240-ից, v_0 -ին գերա-

գանցող արագություններ ունեցող մոլեկուլների հարաբերական քանակը խիստ աճում է շերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին:



Նկ. 240

Աղյուսակ 7

$\frac{v}{v_{հավ}}$	$\frac{\Delta N}{N}, \%$	$\frac{v}{v_{հավ}}$	$\frac{\Delta N}{N}, \%$
0—0,5	8,1	2—3	4,6
0,5—1,5	70,7	>3	0,04
1,5—2	16,6	>5	$8 \cdot 10^{-9}$

Աղյուսակ 7-ում բերված են (106.7) ֆունկցիային համապատասխանող մոլեկուլների հարաբերական $\Delta N/N$ քանակները արագությունների տարբեր միջակայքերի համար: Ինչպես երևում է աղյուսակից, բոլոր մոլեկուլների 70%-ից ավելի մասի արագությունները ամենահավանական արագությունից տարբերվում են 50%-ից ոչ ավելի: $v_{հավ}$ -ը 3 անգամ գերազանցող արագությամբ օժտված են միայն միջին հաշվով 0,4% մոլեկուլներ: $5v_{հավ}$ -ը գերազանցող արագություններ դիտվում են միջին հաշվով 12 միլիարդ մոլեկուլներից միայն մեկի մոտ:

Իմանալով մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագություն-

ների, կարելի է գտնել արագության և նրա ֆունկցիա հանդիսացող ցանկացած մեծության, օրինակ, v^2 -ու միջին արժեքը:

Բաժանենք արագությունների առանցքը փոքր Δv_i միջակայքերի: (106.2)-ի համաձայն յուրաքանչյուր միջակայքին համապատասխանում է մոլեկուլների հետևյալ քանակը՝

$$\Delta N_{v_i} = N f(v_i) \Delta v_i \quad (106.10)$$

Քանի որ Δv_i միջակայքը փոքր է, կարելի է համարել, որ ΔN_{v_i} մոլեկուլներից յուրաքանչյուրի արագությունը մոտավորապես հավասար է v_i -ի, այսինքն՝ Δv_i ինտերվալին պատկանող արագության արժեքներից մեկին: Այդ դեպքում բոլոր N մոլեկուլների արագության արժեքների գումարը կարելի է ներկայացնել $\sum v_i \Delta N_{v_i}$ տեսքով: Բաժանելով այս գումարը մոլեկուլների N թվի վրա, կստանանք [հաշվի առնելով (106.10)-ը] \bar{v} միջին արագության արտահայտությունը՝

$$\bar{v} = \sum v_i f(v_i) \Delta v_i$$

Գումարից անցնելով ինտեգրալին, կգտնենք

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv \quad (106.11)$$

Եթե (106.11)-ի մեջ տեղադրենք $f(v)$ -ի (106.7) արտահայտությունը և կատարենք հաշվումներ, կստանանք

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (106.12)$$

Համանման ձևով արագության քառակուսու՝ \bar{v}^2 միջին արժեքի համար ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\bar{v}^2 = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv,$$

որի մեջ $f(v)$ -ն տեղադրելուց և հաշվումներ կատարելուց հետո կստանանք $\bar{v}^2 = 3kT/m$: \bar{v}^2 -ու քառակուսի արմատը կոչվում է միջին քառակուսային արագություն: Այսպիսով՝

$$v_{\text{միջ. քառ.}} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, \quad (106.13)$$

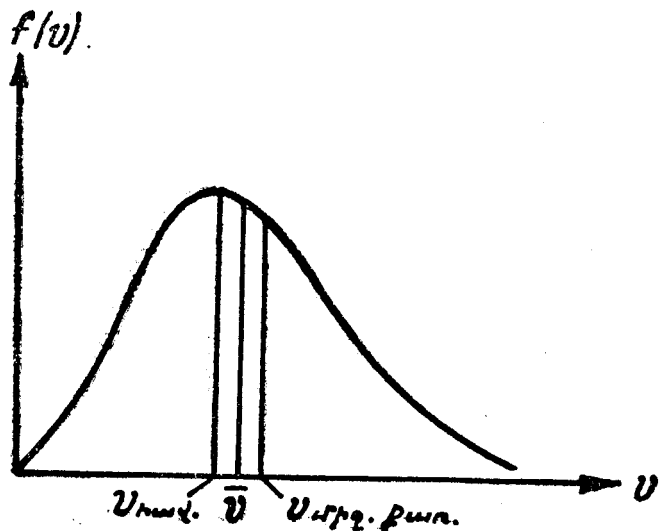
Այս արդյունքը համաձայնեցվում է $\bar{\varepsilon}$ -ի համար նախկինում ստացված (99.11) արտահայտություն հետ: Սրանում համոզվելու համար անհրաժեշտ է (99.11)-ի մեջ $\bar{\varepsilon}$ -ը փոխարինել $m\bar{v}^2/2$ -ով:

Պետք է ուշադրություն դարձնել այն բանի վրա, որ $\bar{v} \neq v_{\text{միջ. քառ.}}$ և $\bar{v}^2 \neq \bar{v}^2$:

Համադրելով (106.8), (106.12) և (106.13) արտահայտությունները, կարելի է նկատել, որ $v_{\text{հավ.}}$ -ը, \bar{v} -ն և $v_{\text{միջ. քառ.}}$ -ին նույն ձևով են կախված ջերմաստիճանից և մոլեկուլի մասսայից, տարբերվելով միայն թվային բազմապատկիչով: Եթե ընդունենք, որ $v_{\text{հավ.}} = 1$, ապա $\bar{v} = 1,13$, $v_{\text{միջ. քառ.}} = 1,22$ (նկ. 241):

Անհրաժեշտ է մի անգամ ևս ընդգծել, որ Մաքսվելի սահմանած մոլեկուլների՝ ըստ արագությունների բաշխման օրենքը և նրանից բխող հետևանքները իրավացի են միայն հավասարակշռված վիճակում գտնվող գազի համար:

Այս օրենքը իրավացի է ցանկացած N թվի համար, եթե այդ թիվը բավականին մեծ է: Մաքսվելի օրենքը վիճակագրական է, իսկ վիճակագրական օրենքները այնքան ճիշտ են տեղի ունենում,



Նկ. 241

որքան ավելի մեծ թվով միատեսակ օբյեկտների՝ վրաս է այդ օրենքը կիրառվում: Փոքր թվով օբյեկտների դեպքում կարող են դիտվել զգալի շեղումներ վիճակագրական նախագուշակումներից:

Եթե ունենք հավասարակշռված վիճակում գտնվող գազերի խառնուրդ, ապա յուրաքանչյուր տեսակի մոլեկուլների համար տեղի ունի (106.7) բաշխումը m -ի իր արժեքով: Ավելի ծանր մոլեկուլները կշարժվեն միջին հաշվով ավելի փոքր արագությամբ, քան թեթևները:

Ելնելով մոլեկուլների՝ ըստ արագությունների բաշխումից՝

$$dN_v = N4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv, \quad (106.14)$$

կարելի է գտնել մոլեկուլների բաշխումը ըստ համընթաց շարժման կինետիկ էներգիայի արժեքների: Սրա համար պետք է v փոփոխականից անցնել ε փոփոխականին, որը հավասար է $mv^2/2$ -ի: Տեղադրելով (106.14)-ի մեջ $v =$

$$= \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \quad k \quad dv = \frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon}} d\varepsilon, \quad \text{կստանանք}$$

$$dN_\varepsilon = N \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon, \quad (106.15)$$

որտեղ dN_ε -ը այն մոլեկուլների թիվն է, որոնց էներգիաների արժեքները գտնվում են ε -ից մինչև $\varepsilon + d\varepsilon$ սահմաններում:

Այսպիսով, մոլեկուլների բաշխումը ըստ ε -ի արժեքների բնութագրվում է հետևյալ ֆունկցիայով՝

$$f(\varepsilon) = A' e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon}, \quad (106.16)$$

որտեղ A' -ը նորմավորող բաղադրատարրն է k հավասար է

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}};$$

Վերջում գնահատենք թթվածնի մոլեկուլների միջին արագությունը: Հաշվումները հարմար է կատարել՝ (106.12)-ի մեջ k/m հարաբերությունը իրեն հավասար R/μ հարաբերությամբ փոխարինելով: Այդ դեպքում միջին արագության արտահայտությունը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (106.17)$$

Թթվածնի մոլեկուլային կշիռը 32 է: Հետևաբար, կիլոմոլի մասսան՝ $\mu = 32$ կգ/մոլ: Սենյակի ջերմաստիճանը մոտավորապես հավասար է 300°K : Տեղադրելով (106.17)-ի մեջ մտնող մեծությունների թվային արժեքները, կստանանք

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 300}{3,14 \cdot 32}} \approx 500 \text{ մ/վրկ:}$$

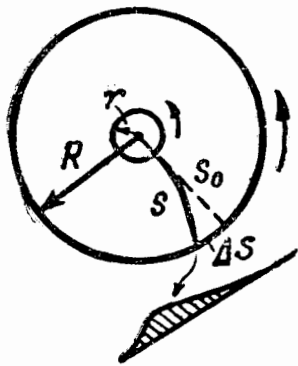
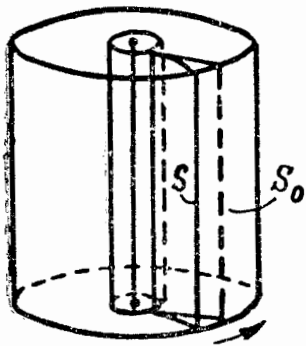
Այսպիսով, թթվածնի յուրաքանչյուր մոլեկուլ մեկ վայրկյանում միջին հաշվով անցնում է 0,5 կմ ճանապարհ: Քանի որ մոլեկուլը շատ հաճախ բախվում է այլ մոլեկուլների հետ, այս ճանապարհը բաղկացած է մեծ թվով կարճ ուղղաճիճ հատվածներից, որոնք կազմում են բեկյալ գիծ:

Ջրածնի մոլեկուլների մասսան 16 անգամ փոքր է թթվածնի մոլեկուլի մասսայից, որի հետևանքով նրանց արագությունը նույն ջերմաստիճանում 4 անգամ մեծ է և սենյակի ջերմաստիճանում համարյա թե միջին հաշվով հավասար է 2 կմ/վրկ-ի:

§ 107. Մաքսվելի բաշխման օրենքի ստուգումը փորձառական եղանակով

Մոլեկուլների արագությունները առաջին անգամ փորձառական եղանակով ուրոշել է Շտերնը 1920 թ.: Այդ նպատակով օգտագործված սարքը բաղկացած է երկու համառոտացք գլաններից (նկ. 242): Սարքի առանցքով անցկացված է արծաթով պատված պլատինե լար: Լարը էլեկտրական հո-

սանքի միջոցով տաքացնելիս նրա մակերեսից գոլորշիանում են արծաթի ատոմները: Գոլորշիացվող ատոմները



Նկ. 242

արագությունները համապատասխանում են լարի շերմաստիճանին: Լարից հեռացող ատոմները շարժվում են շառավղային ուղղություններով: Ներքին գլանը ունի նեղ երկայնական ճեղք, որի միջով դուրս է գալիս ատոմների նեղ փունջը (մոլեկուլային փունջ): Որպեսզի արծաթի ատոմները մոլեկուլների հետ բախվելու պատճառով չճեղվեն, ամբողջ սարքը օդահանում են: Արծաթի ատոմները, հասնելով արտաքին գլանի մակերեսին, նստում են նրա վրա, առաջացնելով նեղ ուղղահայաց գծի տեսքով մի շերտ:

Եթե ամբողջ սարքը դնենք պտտման մեջ, ապա մոլեկուլային փնջի թողած հետքը արտաքին գլանի մակերեսով կտեղաշարժվի որևէ ΔS մեծությունամբ (Նկ. 242): Դա տեղի է ունենում, քանի որ այն ժամանակում, երբ արծաթի ատոմներն անցնում են գլանների միջև եղած տարածությունը, սարքը հասցնում է շրջվել որևէ $\Delta\varphi$ անկյունով, որի հետևանքով փնջի դիմաց կանգնում է արտաքին գլանի մի այլ տեղամաս, որը սկզբնական S_0 հետքի նկատմամբ շեղված է $R\Delta\varphi$ -ին հավասար (R -ը արտաքին գլանի շառավիղն է) ΔS մեծությամբ: Իրտարկելով արծաթի ատոմների շարժումը գլանի հետ կապված պտտվող հաշվանքի համակարգում, հետքի տեղաշարժը կարելի է բացատրել ատոմների վրա $2m\vec{v} \times \vec{\omega}$ -ի հավասար կորիոլիսյան ուժի ազդեցությամբ:

Արծաթի շերտիկների սկզբնական և տեղաշարժված դիրքերի միջև եղած ΔS հեռավորությունը կարելի է կապել գլանների պտտման ω անկյունային արագության, սարքի երկրաչափական չափերի և ատոմների v արագության հետ

Նշանակելով θ թիչքի ժամանակը Δt -ով, կարելի է գրել

$$\Delta s = \omega R \Delta t: \quad (107. 1)$$

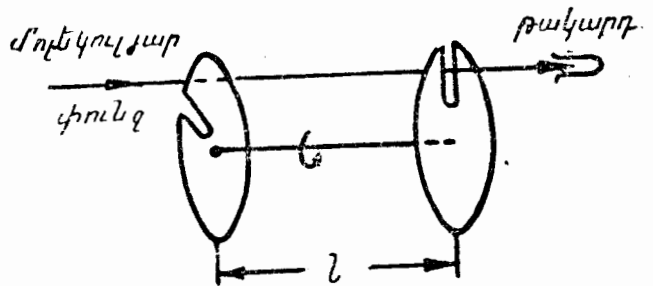
Քանի որ ներքին գլանի շառավիղը փոքր է արտաքին գլանի R շառավիղից, կարելի է գրել, որ θ թիչքի Δt ժամանակը՝

$$\Delta t = \frac{R}{v},$$

Տեղադրելով այս արտահայտությունը (107. 1)-ի մեջ և լուծելով ստացված հավասարումը v -ի նկատմամբ, կստանանք

$$v = \frac{\omega R^2}{\Delta s}:$$

Չափելով հետքի Δs տեղաշարժը և սարքի պտտման արագությունը, կարելի է որոշել ատոմների v արագությունը: Ճիշտ է, դրությունը բարդանում է նրանով, որ ըստ արագությունների բաշխման հետևանքով ատոմները ունենում են տարբեր արագություններ, որի պատճառով տեղաշարժված շերտը կլինի ողողված¹: Ուսումնասիրելով հետքի պրոֆիլը (նկ. 242), մոտավորապես կարելի է գաղափար կազմել արժաթի ատոմների՝ ըստ արագությունների բաշխման մասին:



նկ. 243

Շտերնի փորձի արդյունքները հաս-

տատում են Մաքսվելի բաշխումից բխող ատոմների միջին արագության գնահատման ճշտությունը: Իսկ բաշխման բրնույթի մասին այս փորձը կարող էր տալ միայն մոտավոր տեղեկություններ:

¹ Անշարժ սարքի դեպքում ստացված շերտի լայնությունը որոշվում է միայն սարքի երկրաչափությամբ, մասնավորապես ճեղքի լայնությամբ, որի միջով դուրս է գալիս մոլեկուլային փունջը:

Բաշխման օրենքը ավելի ճշգրիտ ստուգվեց Լամերտի փորձով (1929 թ.), որում մոլեկուլների փունջը անցկացվում է երկու պատվող սկավառակների վրա եղած շառավիղային ճեղքերի միջով, որոնք իրար նկատմամբ տեղաշարժված են որոշ φ անկյունով (նկ. 243): Առաջին սկավառակի ճեղքի միջով անցած մոլեկուլների թվից երկրորդ սկավառակի միջով կանցնեն միայն նրանք, որոնք կհասնեն նրան այն պահին, երբ փնջի ճանապարհին կանգնի երկրորդ սկավառակի վրա արված ճեղքը: Ավելի արագաշարժ մոլեկուլները կհասնեն երկրորդ սկավառակին ավելի շուտ, իսկ դանդաղաշարժ մոլեկուլները՝ ավելի ուշ, քան պետք է ճեղքի միջով անցնելու համար: Այսպիսով, այս սարքը թույլ է տալիս փնջից առանձնացնել այն մոլեկուլներին, որոնք օժտված են արագության որոշակի մեծությամբ (ճեղքերի ունեցած վերջավոր լայնության պատճառով սարքը առանձնացնում է այնպիսի մոլեկուլներին, որոնց արագություններն ընկած են որոշ Δv միջակայքի սահմաններում): Սարքի անշատած մոլեկուլների միջին արագությունը կարելի է գտնել հետևյալ պայմանից. t_1 ժամանակը, որի ընթացքում մոլեկուլները պետք է անցնեն սկավառակների միջև եղած l հեռավորությունը ($t_1 = l/v$), պետք է համընկնի t_2 ժամանակի հետ, որի ընթացքում սկավառակները կշրջվեն φ անկյունով ($t_2 = \varphi/\omega$): Հավասարեցնելով երկու ժամանակները, կստանանք

$$v = \frac{\omega t}{\varphi};$$

Փոխելով սարքի պտտման ω անկյունային արագությունը (կամ սկավառակների միջև ընկած φ անկյունը), փնջից կարելի է առանձնացնել արագության տարբեր արժեքներով օժտված մոլեկուլներ: Այնուհետև որսալով այս մոլեկուլները՝ որոշակի ժամանակում կարելի է որոշել նրանց հարաբերական քանակը փնջում:

Լամերտի փորձի և այս նպատակով կատարված այլ փորձերի արդյունքները լիովին համաձայնության մեջ են

գտնվում Մաքսվելի տեսականորեն սահմանած բաշխման օրենքի հետ:

Պետք է նշել, որ անոթում եղած անցքից դուրս եկող փնջում մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների տարբերվում է փակ անոթում գոյություն ունեցող բաշխումից: Քանի որ անցքի միջով կանցնեն համեմատաբար ավելի մեծ թվով արագաշարժ մոլեկուլներ, քան դանդաղ մոլեկուլներ, փունջը հարուստ կլինի ավելի արագաշարժ մոլեկուլներով: Քանի որ միավոր ժամանակում անցքից անցած մոլեկուլների քանակը համեմատական է v -ին, փնջում բաշխումը կբնութագրվի ոչ թե (106.6), այլ հետևյալ ֆունկցիայով՝

$$f_1(v) = A_1 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3,$$

որտեղ A_1 -ը նորմավորող բազմապատկիչն է:

Այս դեպքում առավել հավանական արագությունը՝ $v'_{ավ.}$ = $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$, իսկ միջին արագությունը՝

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{9\pi kT}{8m}},$$

§ 108. Բարոմետրական բանաձև

Մթնոլորտային ճնշումը որոշ h բարձրության վրա պայմանավորված է այս բարձրությունից ավելի վերև գտնվող գազի շերտերի կշռով: Ընդ նշանակենք ճնշումը h բարձրության վրա: Այդ դեպքում ճնշումը $h + dh$ բարձրության վրա հավասար կլինի $p + dp$, ընդ որում եթե dh -ը մեծ է զրոյից, dp -ն փոքր կլինի զրոյից, քանի որ մթնոլորտի վերին շերտերի կշիռը, հետևաբար և ճնշումը բարձրության աճի հետ միաժամանակ նվազում են: p և $p + dp$ ճնշումների տարբերությունը հավասար է միավոր մակերեսի հավասար հիմք ունեցող և dh բարձրությամբ գլանի

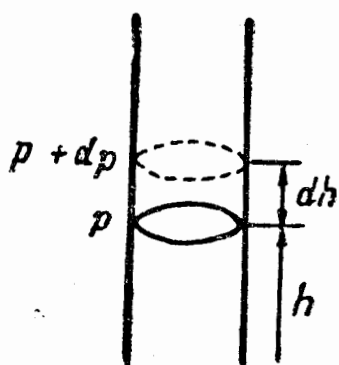
մեջ պարփակված գազի կշռին (նկ. 244), այսինքն՝

$$p - (p + dp) = \rho g dh,$$

որտեղ ρ -ն գազի խտությունն է h բարձրության վրա:

Այստեղից

$$dp = -\rho g dh: \quad (108.1)$$



նկ. 244

Օգտվելով վիճակի հավասարումից, գազի խտությունը կարելի է արտահայտել ճնշման և ջերմաստիճանի միջոցով: Ինչպես արդեն նշվել է, նորմալին մոտիկ պայմանների դեպքում մթնոլորտի կազմի մեջ գտնու-

վող գազերը իրենց վարքով քիչ են տարբերվում իդեալական գազերից: Ուստի կարելի է ելնել (98.14) հավասարումից: Լուծելով այս հավասարումը m/V -ի նկատմամբ, կգրտենք ρ խտությունը

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}: \quad (108.2)$$

Տեղադրելով ρ -ի արտահայտությունը (108.1)-ի մեջ, կստանանք

$$dp = -\frac{p\mu g}{RT} dh,$$

որտեղից

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh: \quad (108.3)$$

Ե ջերմաստիճանը ֆունկցիա է h -ից: Եթե հայտնի է այս ֆունկցիայի տեսքը, ապա (108.3) հավասարումը կարելի է ինտեգրել և ստանալ p -ն որպես h -ի ֆունկցիա:

Հաստատուն ջերմաստիճանի դեպքում (108.3)-ի ինտեգրումը տալիս է

$$\ln p = -\frac{\mu gh}{RT} + \ln C,$$

որտեղ C -ն հաստատուն է (այստեղ հարմար է ինտեգրման հաստատունը նշանակել $\ln C$ -ով):

Պոտենցիալով ստացված արտահայտությունը, կգտնենք.

$$p = Ce^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

Տեղադրելով այստեղ $h = 0$, կստանանք.

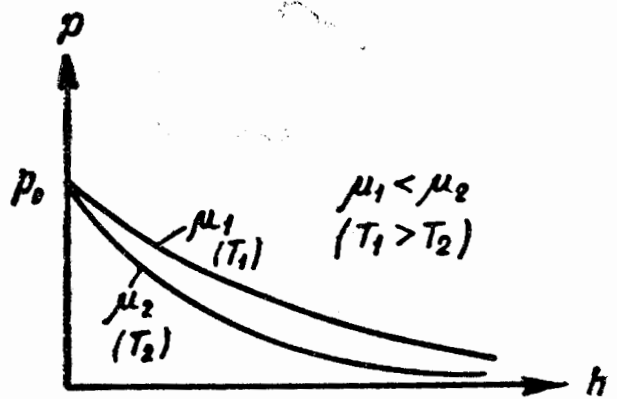
$$p_0 = C,$$

որտեղ p_0 -ն ճնշումն է $h = 0$ բարձրություն վրա:

Այսպիսով, մեր կատարած այն ենթադրությունները, որ ջերմաստիճանը հաստատուն է, ճնշման կախումը բարձրությունից կարտահայտվի հետևյալ բանաձևով՝

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}, \quad (108.4)$$

Այս բանաձևը կոչվում է բարոմետրական: Բանաձևից հետևում է, որ ճնշումը բարձրության հետ նվազում է այնքան ավելի արագ, որքան ավելի ծանր է գազը (որքան ավելի մեծ է μ -ն) և որքան ավելի ցածր է ջերմաստիճանը:



Նկ. 245

Նկ. 245-ում պատկերված են (108. 4) տեսքի երկու կորեր, որոնք կարելի է մեկնաբանել կամ որպես տարբեր μ -երին համապատասխանող (միատեսակ T -ի դեպքում), կամ տարբեր T -երին համապատասխանող (միատեսակ μ -ի դեպքում) կորեր:

§ 109. Բուլցմանի բաշխումը

Փոխարինելով (108. 4)-ի մեջ p ճնշումը nkT -ով [տե՛ս (99. 12)], կստանանք միավոր ծավալում մոլեկուլների թվի փոփոխման օրենքը կախված բարձրությունից, այսինքն՝

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}},$$

Այստեղ n_0 -ն միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թիվն է գրոյին հավասար բարձրության վրա, n -ը նույն թիվն է h բարձրության վրա:

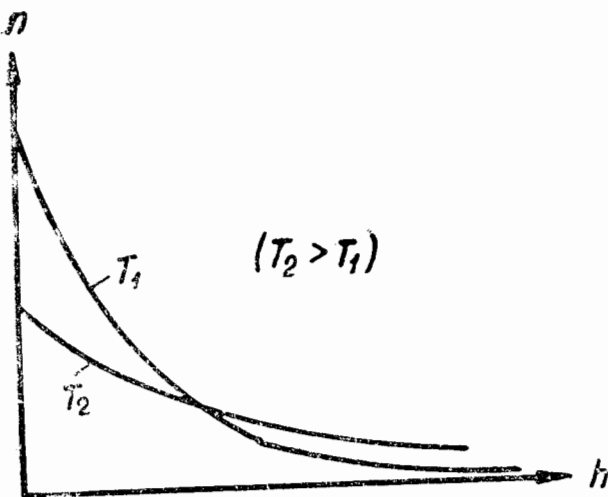
Ստացված արտահայտությունը կարելի է ձևափոխել, μ/R հարաբերությունը իրեն հավասար m/k հարաբերությամբ փոխարինելով, որտեղ m -ը մեկ մոլեկուլի մասսան է, k -ն Բուլցմանի հաստատունն է՝

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \quad (109. 1)$$

(109. 1)-ից հետևում է, որ շերմաստիճանի իջեցմանը զուգընթաց մասնիկների թիվը գրոյից տարբեր բարձրությունների վրա նվազում է և $T = 0$ դեպքում հավասարվում է գրոյի (նկ. 246): Բացարձակ գրոյի դեպքում բոլոր մոլեկուլները կտեղավորվեին երկրագնդի մակերևույթի վրա: Բարձր շերմաստիճաններում, ընդհակառակը, n -ը դանդաղ

է նվազում՝ բարձրությունից կախված, այնպես որ մոլեկուլները համարյա թե հավասարաչափ են բաշխվում ըստ բարձրության:

Այս փաստն ունի պարզ ֆիզիկական բացատրություն: Մոլեկուլների յուրաքանչյուր կոնկրետ բաշխումը ըստ բարձրության հաստատ-



Նկ. 246

վում է երկու տենդենցների ազդեցություն հետևանքով. 1) մոլեկուլների ձգողությունը դեպի երկրագունդը (որը բնութագրվում է mg ուժով) ձգտում է նրանց տեղավորել երկրագնդի մակերևույթի վրա. 2) ջերմային շարժումը (որը բնութագրվում է kT -ով) ձգտում է մոլեկուլներին հավասարաչափորեն ցրել բոլոր բարձրությունների վրա: Ուրքան մեծ է m -ը և փոքր է T -ն, այնքան ավելի ուժեղ է գերակշռում առաջին տենդենցը և մոլեկուլները կուտակվում են երկրագնդի մակերևույթի մոտ: $T = 0$ սահմանային դեպքում ջերմային շարժումը բոլորովին դադարում է և ձգողության ազդեցության տակ մոլեկուլները տեղավորվում են երկրագնդի մակերևույթի վրա: Բարձր ջերմաստիճանում գերակշռում է ջերմային շարժումը և մոլեկուլների խտությունը բարձրության հետ միասին դանդաղ է նվազում:

Տարբեր բարձրությունների վրա մոլեկուլներն օժտված են պոտենցիալ էներգիայի տարբեր պաշարներով՝

$$\epsilon_p = mgh: \quad (109.2)$$

Հետևաբար, մոլեկուլների (109.1) բաշխումը ըստ բարձրության միաժամանակ նաև մոլեկուլների բաշխումն է ըստ պոտենցիալ էներգիայի արժեքների: Հաշվի առնելով (109.2)-ը, (109.1) բանաձևը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$n = n_0 e^{-\frac{\epsilon_p}{kT}}, \quad (109.3)$$

որտեղ n_0 -ն միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թիվն է այնտեղ, որտեղ մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան հավասար է զրոյի, n -ը մոլեկուլների թիվն է տարածության այն կետերին համապատասխանող միավոր ծավալում, որտեղ մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան հավասար է ϵ_p -ի:

(109.3)-ից հետևում է, որ մոլեկուլները մեծ խտությամբ տեղավորվում են այնտեղ, որտեղ ավելի փոքր է նրանց պոտենցիալ էներգիան և, հակառակը՝ ավելի փոքր խտությամբ այնտեղ, որտեղ նրանց պոտենցիալ էներգիան ավելի մեծ է:

(109.3)-ի համապատասխան n_1 -ի և n_2 -ի հարաբերությունը այն կետերում, որտեղ մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան ունի ε_{p1} և ε_{p2} արժեքներ, կլինի

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}}{kT}}, \quad (109.4)$$

Բոլցմանը ապացուցել է, որ (109.3) բաշխումը, ինչպես նաև նրանից բխող (109.4) բանաձևը իրավացի են ոչ միայն երկրագնդի ձգողական ուժերի պոտենցիալային դաշտի դեպքում, այլև ուժերի ցանկացած պոտենցիալային դաշտում քառասյին շերմային շարժման վիճակում գտնվող ցանկացած միատեսակ մասնիկների համախմբի համար: Սրան համապատասխան (109.3) բաշխումը կոչվում է Բ ու լ ջ մ ա ն ի բ ա շ խ ու մ:

Այն դեպքում, երբ Մաքսվելի օրենքը տալիս է մասնիկների բաշխումը ըստ կինետիկ էներգիայի արժեքների, Բոլցմանի օրենքը տալիս է մասնիկների բաշխումը ըստ պոտենցիալ էներգիայի արժեքների: Երկու բաշխումների համար էլ բնորոշ է էքսպոնենցիալ արտադրիչի առկայությունը, որի ցուցիչում գտնվում է մեկ մոլեկուլի կինետիկ կամ, համապատասխանաբար, պոտենցիալ էներգիայի և մոլեկուլի շերմային շարժման միջին էներգիան որոշող մեծությունը հարաբերությունը:

(106. 14) և (109. 3) բաշխումները կարելի է միացնել մեկ՝ Մաքսվել-Բոլցմանի օրենքի մեջ, որի համաձայն միավոր ծավալում գտնվող այն մոլեկուլների թիվը, որոնց արագությունները գտնվում են v -ի և $v+dv$ -ի միջև, հավասար է

$$dn_{\varepsilon_p v} = n_0 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon_p + mv^2/2}{kT}} v^2 dv \sim e^{-\frac{E}{kT}} v^2 dv, \quad (109.5)$$

որտեղ n_0 -ն մոլեկուլների թիվն է այն կետում գտնվող միավոր ծավալում, որտեղ $\varepsilon_p = 0$, իսկ E -ն մոլեկուլի լրիվ

էներգիան է, որը հավասար է նրա կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների գումարին:

(106.5) պայմանի համապատասխան (109.5)-ի ինտեգրումը ըստ v -ի ժ-ից մինչև ∞ սահմաններում հանգեցնում է հետևյալ արտահայտությանը՝

$$n = n_0 e^{-\frac{\epsilon_p}{kT}},$$

որը համընկնում է (109. 3) բաշխման հետ:

(109.5) բաշխման մեջ ϵ_p պոտենցիալ էներգիան և $mV^2/2$ կինետիկ էներգիան, հետևաբար նաև E լրիվ էներգիան կարող են ընդունել արժեքների անընդհատ շարք: Եթե մասնիկի լրիվ էներգիան կարող է ընդունել միայն արժեքների դիսկրետ շարք, այսինքն՝ E_1, E_2, \dots , որը տեղի ունի, օրինակ, ատոմի ներքին էներգիայի համար, ապա Բոլցմանի բաշխումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$N_i = A e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (109.6)$$

որտեղ N_i -ն E_i էներգիայով օժտված վիճակում գտնվող մասնիկների թիվն է, A -ն՝ համեմատականության գործակիցը, որը պետք է բավարարի հետևյալ պայմանին՝

$$\sum N_i = A \sum e^{-\frac{E_i}{kT}} = N$$

(N -ը քննարկվող համակարգում գտնվող մասնիկների լրիվ թիվն է):

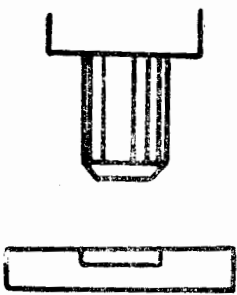
Տեղադրելով վերջին առնչությունից որոշված A -ի արժեքը (109.6) բանաձևի մեջ, կստանանք Բոլցմանի բաշխման վերջնական արտահայտությունը էներգիայի դիսկրետ արժեքների դեպքի համար.

$$N_i = \frac{N e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum e^{-\frac{E_i}{kT}}}, \quad (109.7)$$

§ 110. Ավոգադրոյի թվի որոշումը ըստ Պերրենի

Ավոգադրոյի թվի որոշման համար Պերրենի կատարած փորձերի (1909 թ.) հիմքը (109.4) բաշխումն է: Հեղուկում կախված շատ փոքր մասնիկները գտնվում են անընդհատ անկանոն շարժման մեջ, որը կոչվում է բրոունյան շարժում (տե՛ս § 91): Մրա պատճառն այն է, որ մասնիկների բավական փոքր չափերի դեպքում մասնիկին տարբեր կողմերից հարվածող մոլեկուլներից նրան հաղորդվող իմպուլսները իրար չեն չեղոքացնում: Զգալի չափեր ունեցող մասնիկին միաժամանակ հարվածում են մեծ թվով մոլեկուլներ, այնպես որ մոլեկուլների հարվածների գումարային արդյունքը բավականաչափ լավ է միջինացվում: Մասնիկի փոքր չափերի դեպքում սկսում են դրսևորվել առանձին մոլեկուլների արագությունների և հարվածող մոլեկուլների թվի շեղումները միջին արժեքներից: Եթե մասնիկին մի կողմից հարվածող մոլեկուլները արագությունը կամ թիվը տարբեր լինի մյուս կողմից հարվածող մոլեկուլների արագությունից կամ թվից, ապա մասնիկին հաղորդվող արդյունարար իմպուլսը տարբեր կլինի գրոյից, և մասնիկը կսկսի շարժվել համապատասխան ուղղությամբ: Հաջորդ պահին արդյունարար իմպուլսը կունենա այլ ուղղություն: Հետևաբար, մասնիկը անընդհատ կտեղաշարժվի անկանոն ձևով:

Բրոունյան շարժումը ցույց է տալիս, որ բավականաչափ փոքր մասնիկները ընդգրկվում են մոլեկուլներում կատարվող ջերմային շարժման մեջ: Մասնակցելով ջերմային շարժմանը, այդպիսի մասնիկները պետք է իրենց պահեն հրակա մոլեկուլների նման և նրանց վրա պետք է տարածվեն կինետիկ տեսության օրինաչափությունները, մասնավորապես՝ (109.4) օրենքը:



Նկ. 247

Պերրենի փորձերի հիմնական դժվարությունը միատեսակ մասնիկների պատրաստումը և նրանց մասսաների որոշումն էր: Բազմաթիվ անգամ կիրառելով ցենտ-

դիֆուզման մեթոդը, Պերրենին հաշտովեց պատրաստել գում-
 միգուտի¹ գործնականորեն միատեսակ գնդիկներից (միկրո-
 նի մի քանի տասնորդական մասի կարգի շառավիղներով)
 բաղկացած խիստ համասեռ էմուլսիա: էմուլսիան տեղա-
 վորվում էր 0,1 մմ խորությամբ ապակյա տափակ անոթի
 մեջ և դիտվում էր միկրոսկոպով (նկ. 247): Միկրոսկոպն
 ուներ այնքան փոքր խորությամբ տեսողական դաշտ, որ
 նրանում երևում էին միայն մոտավորապես 1 մկ հաստու-
 թյամբ հորիզոնական շերտում գտնվող մասնիկները: Միկ-
 րոսկոպին ուղղաձիգ դիրք տալով կարելի էր ուսումնասի-
 րել բրոունյան մասնիկների բաշխումը ըստ բարձրության:
 Միկրոսկոպում դիտվող շերտի բարձրությունը անոթի
 հատակից նշանակենք h -ով: Միկրոսկոպի տեսողական դաշ-
 տի մեջ ընկնող մասնիկների թիվը որոշվում է հետևյալ
 բանաձևով՝

$$\Delta N = n(h)S\Delta h,$$

որտեղ $n(h)$ -ը բրոունյան մասնիկների թիվն է h բարձրու-
 թյան վրա գտնվող միավոր ծավալում, S -ը միկրոսկոպի
 տեսողական դաշտի մակերեսն է, իսկ Δh -ը՝ խորությունը:

Բրոունյան մասնիկների նկատմամբ կիրառելով (109.3)
 բանաձևը, կարելի է գրել

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{\rho' h}{kT}},$$

որտեղ n_0 -ն մասնիկների թիվն է միավոր ծավալում $h = 0$ -ի
 դեպքում, ρ' -ը բրոունյան մասնիկի կշիռն է էմուլսիա-
 յում, այսինքն՝ այն կշիռը, որը ստացվում է Արքիմեդի
 օրենքից հետևող ուղղումը կատարելուց հետո:

Գրելով մասնիկների ΔN թվի արտահայտությունը երկու

¹ Գումմիգուտը խտացած կաթնահյուս է, որը ստացվում է չնդ-
 կաստանում և Յեյլոնում աճող մի քանի տեսակի ծառերի կեղևի
 վարվածքից:

տարբեր՝ h_1 և h_2 բարձրությունների համար, կստանանք

$$\Delta N_1 = n_0 e^{-\frac{p'h_1}{kT}} S \Delta h,$$

$$\Delta N_2 = n_0 e^{-\frac{p'h_2}{kT}} S \Delta h ;$$

Վերջապես, լողարիթմելով $\Delta N_1/\Delta N_2$ հարաբերությունը, ստանում ենք

$$\ln \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{p'(h_2 - h_1)}{kT},$$

Այս բանաձևով ըստ չափված p' , T , $(h_2 - h_1)$, ΔN_1 և ΔN_2 արժեքների որոշում ենք Բուլցմանի k հաստատունը: Այնուհետև, բաժանելով R գազային ունիվերսալ հաստատունը k -ի վրա, գտնում ենք Ավոգադրոյի թիվը:

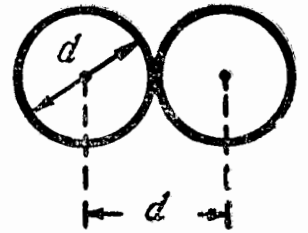
Տարբեր էմուլսիաների համար Պերրենի ստացած N_A -ի արժեքը գտնվում էր $6,5 \cdot 10^{26}$ -ից մինչև $7,2 \cdot 10^{26}$ կմոլ $^{-1}$ սահմաններում: Ավելի ճշգրիտ մեթոդներով որոշված N_A -ի արժեքը հավասար է $6,02 \cdot 10^{26}$ կմոլ $^{-1}$: Այսպիսով, Պերրենի ստացած արժեքը լավ է համաձայնեցվում այլ մեթոդներով ստացված արժեքների հետ, որը ապացուցում է բրոունյան մասնիկների նկատմամբ (109.4) բաշխման կիրառելիությունը:

§ 111. Ազատ վազքի միջին երկարությունը

Փազի մոլեկուլները, գտնվելով ջերմային շարժման մեջ, անընդհատ բախվում են միմյանց հետ: Բախման ժամանակ երկու մոլեկուլների կենտրոնների միջև եղած նվազագույն հեռավորությունը կոչվում է մոլեկուլի d էֆեկտիվ տրամագիծ (նկ. 248): Ինչպես կտեսնենք հետագայում (§ 117), էֆեկտիվ տրամագիծը որոշ չափով փոքրանում է մոլեկուլների արագությունը մեծացնելու դեպքում, այսինքն՝ ջերմ-

աստիճանը բարձրացնելիս: $\sigma = \pi d^2$ մեծությունը կոչվում է մոլեկուլի և Φ եկտիվ կտրվածք:

Երկու իրար հաջորդող հարվածների միջև ընկած ժամանակի ընթացքում գազի մոլեկուլը անցնում է որոշ l ճանապարհ, որը կոչվում է ազատ վազքի երկարություն: Ազատ վազքի երկարությունը պատահական մեծություն է: Երբեմն մոլեկուլին հաջողվում է հարվածների արանքում թռչել բավականին մեծ ճանապարհ, մյուս անգամ այդ ճանապարհը կարող է չափազանց փոքր լինել: Ինչպես կարելի է ցույց տալ, մոլեկուլի՝ l ճանապարհը առանց բախման անցնելու $W(l)$ հավանականությունը՝



Նկ. 248

$$W(l) = e^{-\frac{l}{\lambda}}, \quad (111.1)$$

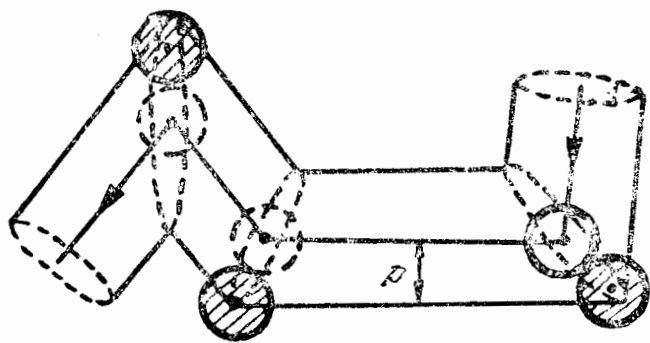
որտեղ λ -ն այն միջին l ճանապարհն է, որ անցնում է մոլեկուլը երկու իրար հաջորդող հարվածների արանքում և կոչվում է ազատ վազքի միջին երկարություն: (111.1)-ի համաձայն մոլեկուլի՝ որոշ l ճանապարհը առանց բախման անցնելու հավանականությունը էքսպոնենցիալ նվազում է l -ը մեծացնելիս: Մեկ վայրկյանում մոլեկուլը միջին հաշվով անցնում է մի ճանապարհ, որը հավասար է միջին \bar{v} արագությանը: Եթե մեկ վայրկյանում այն ենթարկվում է միջին հաշվով ν բախումների, ապա ազատ վազքի միջին երկարությունը կլինի

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\nu}: \quad (111.2)$$

Բախումների միջին ν թիվը հաշվելու համար սկզբում ենթադրենք, որ բոլոր մոլեկուլները, բացի տվյալ մոլեկուլից, անշարժ կանգնած են իրենց տեղում: Հետևենք մեր առանձնացրած մոլեկուլի շարժման ընթացքին: Հարվածելով անշարժ մոլեկուլներից մեկին, այն ուղղագիծ կշարժվի

այնքան ժամանակ, քանի դեռ չի բախվել մի այլ անշարժ մոլեկուլի հետ (նկ. 249): Այս բախումը տեղի կունենա այն դեպքում, եթե անշարժ մոլեկուլի կենտրոնը գտնվի նրա էֆեկտիվ \bar{d} տրամագծից ավելի փոքր հեռավորություն վրա այն ուղղից, որի երկարությունը թռչում է մոլեկուլը: Բախման հետևանքով մոլեկուլը կփոխի իր շարժման ուղղությունը, որից հետո որոշ ժամանակ նորից կշարժվի ուղղագիծ, քանի դեռ նրան չի հանդիպի այնպիսի մի մոլեկուլ, որի կենտրոնը կգտնվի նկ. 249-ում ցույց տրված գլանի \bar{d} շառավղի սահմաններում:

Մեկ վայրկյանում մոլեկուլը կանցնի \bar{v} -ին հավասար ճանապարհ: Ակնհայտ է,



նկ. 249

որ այդ ժամանակամիջոցում անշարժ մոլեկուլների հետ տեղի ունեցող բախումների թիվը հավասար է այն մոլեկուլների թվին, որոնց կենտրոնները գտնվում են \bar{v} երկարություն, \bar{d} շառավղի

և $\pi \bar{d}^2 \bar{v}$ -ին հավասար ծավալ ունեցող ծնկաձև գլանի ներսում: Բազմապատկելով այս ծավալը միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների N թվով, կստանանք անշարժ մոլեկուլների հետ շարժվող մոլեկուլի բախումների միջին թիվը մեկ վայրկյանում.

$$\nu' = \pi \bar{d}^2 \bar{v} n:$$

Իրականում բոլոր մոլեկուլները շարժվում են, որի հետևանքով բախումների թիվը որոշվում է իրար նկատմամբ մոլեկուլների շարժման միջին արագությունը: Ինչպես ցույց է տալիս համապատասխան հաշվարկը, մոլեկուլների հարաբերական շարժման միջին արագությունը $\sqrt{2}$ անգամ ավելի մեծ է մոլեկուլների \bar{v} արագությունից անոթի պա-

տեբի նկատմամբ: Ուստի մեկ վայրկյանում բախումների միջին թիվը կլինի՝

$$v = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n: \quad (111.3)$$

Տեղադրելով այս թիվը (111.2)-ի մեջ, ազատ վազքի միջին երկարության համար կստանանք

$$\lambda = \frac{1}{v \frac{1}{2} \pi d^2 n}: \quad (111.4)$$

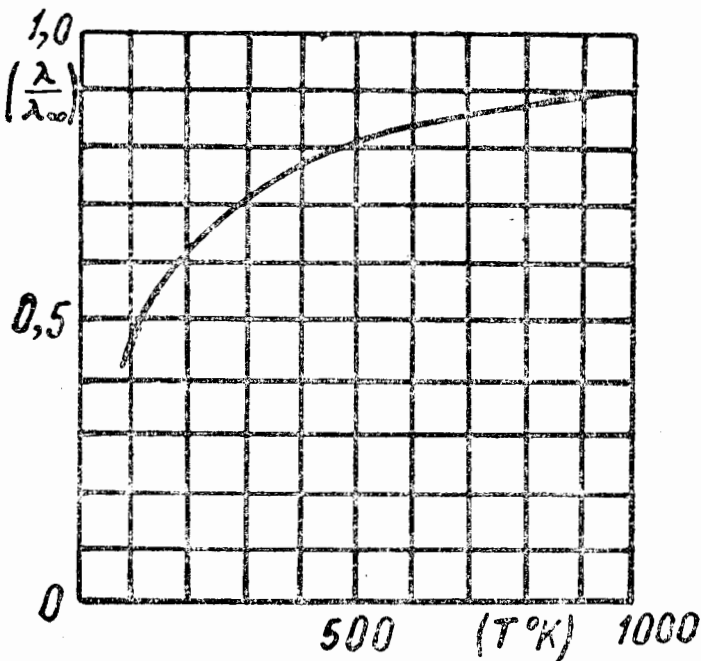
Փոխարինելով d էֆեկտիվ տրամագիծը մոլեկուլի σ էֆեկտիվ կտրվածքով, կստանանք հետևյալ բանաձևը՝

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}: \quad (111.5)$$

Քանի որ հաստատուն ջերմաստիճանի դեպքում n -ը փոփոխվում է p ճնշմանը համեմատական, ապա ազատ վազքի միջին երկարությունը հակադարձ համեմատական կլինի ճնշմանը՝

$$\lambda \sim \frac{1}{p}: \quad (111.6)$$

Ինչպես արդեն նշվել է, մոլեկուլների էֆեկտիվ տրամագիծը փոքրանում է ջերմաստիճանի աճման հետ միաժա-



Նկ. 250

մանակ: Այդ պատճառով ազատ վազքի միջին երկարությունը մեծանում է ջերմաստիճանի աճման հետ: λ -ի կախումը T -ից արտահայտվում է Սյոզերլենդի բանաձևով՝

$$\lambda = \lambda_{\infty} \frac{T}{T+C}, \quad (111.7)$$

որտեղ C -ն յուրաքանչյուր գազի համար բնորոշ հաստատուն մեծություն է, ունի ջերմաստիճանի չափայնություն և կոչվում է Սյոզերլենդի հաստատուն, λ_{∞} -ը ազատ վազքի միջին երկարությունն է $T = \infty$ դեպքում:

(111.7)-ից հետևում է, որ $T = C$ դեպքում λ -ի արժեքը հավասար է $0,5\lambda_{\infty}$:

Նկ. 250-ում ցույց է տրված λ -ի կախումը ջերմաստիճանից թթվածնի համար ($C = 125^{\circ}$):

Գնահատենք ազատ վազքի միջին երկարությունը և մեկ վայրկյանում տեղի ունեցող բախումների միջին թվի արժեքների կարգերը: § 92-ում որոշեցինք, որ մոլեկուլներն ունեն մի քանի անգստրեմի կարգի չափեր: Մոլեկուլի էֆեկտիվ տրամագիծը ընդունենք 1 \AA , այսինքն՝ 10^{-10} մ: Նորմալ պայմանների դեպքում n -ը հավասար է 10^{25} մ⁻³: Տեղադրելով այս տվյալները (111.4) բանաձևի մեջ, կտանանք

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-20} \cdot 2,68 \cdot 10^{25}}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ մ} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ սմ:}$$

10^{-3} մմ սնդ. սյան ճնշման դեպքում (որը համապատասխանում է մոտավորապես 10^{-6} մթն ճնշման) λ -ն կլինի 10 սմ կարգի մեծություն: Հետևաբար, եթե անոթն ունի մի քանի սանտիմետր կարգի գծային չափեր, ապա այդպիսի ճնշման դեպքում մոլեկուլները կշարժվեն մեկ պատից մյուսը՝ գործնականորեն առանց իրար հարվածելու: 10^{-6} մմ սնդ. սյան ճնշման դեպքում λ -ն հասնում է մի քանի տասնյակ մետր կարգի մեծության:

Աղյուսակ 8-ում բերված են λ -ի արժեքները (մետրերով) նորմալ պայմանների դեպքում և մոլեկուլների էֆեկտիվ տրամագծերը (անգստրեմներով) մի քանի գազերի համար:

Քաղ	λ , մ 0°C և 760 մմ սնդ. սյան դեպքում	d, Å	Քաղ	λ , մ 0°C և 760 մմ սնդ. սյան դեպքում	d, Å
H ₂	$1,10 \cdot 10^{-7}$	2,75	N ₂	$0,59 \cdot 10^{-7}$	3,75
He	$1,75 \cdot 10^{-7}$	2,18	O ₂	$0,60 \cdot 10^{-7}$	3,74
O ₂	$0,63 \cdot 10^{-7}$	3,64	CO ₂	$0,39 \cdot 10^{-7}$	4,65

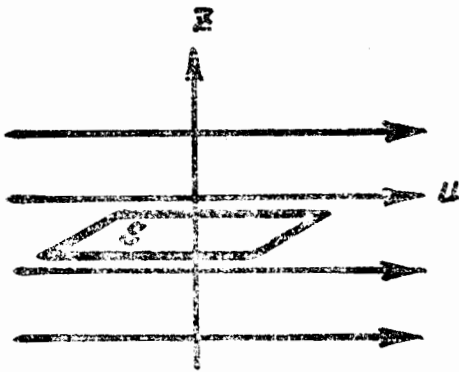
Բախումների թիվը մեկ վայրկյանում կարելի է ստանալ մոլեկուլների \bar{v} միջին արագությունը λ -ի վրա բաժանելով: § 106-ում ստացանք, որ \bar{v} -ն թթվածնի համար 500 մ/վրկ կարգի մեծություն է: Այս մեծությունը աղյուսակ 8-ից վերցրած $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-7}$ մ մեծության վրա բաժանելով, կըստանանք բախումների թիվը մեկ վայրկյանում՝ մոտավորապես $8 \cdot 10^9$ վրկ⁻¹: Այսպիսով, նորմալ պայմաններում բախումների թիվը մեկ վայրկյանում հասնում է մի քանի միլիարդի: Ճնշման փոքրացման հետ միասին բախումների թիվը նվազում է, փոփոխվելով p -ին համեմատական:

§ 112. Փոխանցման երևույթներ: Գազերի մածուցիկությունը

Մինչև հիմա մենք քննարկեցինք հավասարակշռության վիճակում գտնվող գազը: Այսպիսի վիճակը բնութագրվում է նրանով, որ գազի զբաղեցրած ծավալի բոլոր կետերում շերտաստիճանը, ճնշումը, տարբեր տեսակի մոլեկուլների հարաբերական քանակը և այլն միատեսակ են: Այժմ քըննարկենք այն երևույթները, որոնք առաջանում են գազի հավասարակշռության վիճակից շեղվելու դեպքում, ընդ որում սահմանափակվենք այնպիսի դեպքերի քննարկումով, երբ այս շեղումները մեծ չեն: Նման երևույթները այն պատճառների հետևանքով, որոնք կպարզվեն հետագայում,

կոչվում են փոխաբանական երևույթներ: Մենք կքննարկենք միայն երեք այդպիսի երևույթներ՝ ներքին շփում կամ մածուցիկություն, ջերմահաղորդություն և դիֆուզիա:

Նշենք, որ վիճակագրական ֆիզիկան գործունի միայն մարմինների հավասարակշռված վիճակների հետ: Այն դի-



Նկ. 251

տությունը, որ զբաղվում է հավասարակշռությունների խախտման դեպքում առաջացած պրոցեսների ուսումնասիրությունը, կոչվում է ֆիզիկական կինետիկա:

Փոխանցման երևույթների քննարկումը կսկսենք գազերի մածուցիկության ուսումնասիրությունից: Եթե գազի հոսանքում U արագությունը փոփոխվում է

մեկ շերտից մյուսը, ապա երկու հարակից շերտերի սահմանում (Նկ. 251) ազդում է ներքին շփման ուժը, որի մեծությունը, ինչպես հայտնի է մեխանիկայից, որոշվում է հետևյալ ֆորմուլան բանաձևից՝

$$f = \eta \frac{du}{dz} S, \quad (112.1)$$

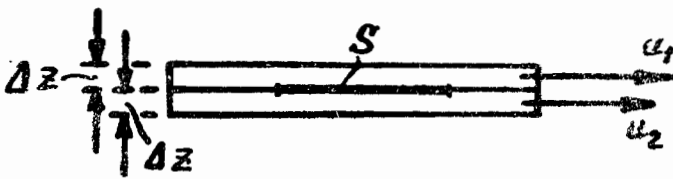
որտեղ η -ն մածուցիկության գործակիցն է կամ ներքին շփման գործակիցը, $\frac{du}{dz}$ -ը արագության գրադիենտն է, այսինքն՝ այն մեծությունը, որը ցույց է տալիս, թե որքան արագ է փոխվում գազի շարժման U արագությունը շերտերը բաժանող մակերեսին ուղղահայաց Z ուղղությունում, S -ը այն մակերեսի մեծությունն է, որի վրա ազդում է f ուժը:

Ներքին շփման ուժի ծագումը հասկանալու համար քննարկենք իրար հարկող որևէ ΔZ հաստությունը գազի երկու շերտ: Ենթադրենք, թե շերտերը շարժվում են U_1 և U_2 տարբեր արագություններով (Նկ. 252): Գազի յուրաքանչյուր մոլեկուլը մասնակցում է երկու շարժումների. քառասյին ջերմային շարժման, որի միջին արագությունը հավասար է \bar{v} -ի, և կարգավորված շարժման, որի U արագու-

թյունը զգալիորեն ավելի փոքր է, քան \bar{v} -ն ($\bar{v} \sim 10^3$ մ/վրկ, քամու արագությունը ամենաուժեղ փոթորիկի ժամանակ հավասար է $\sim 10^2$ մ/վրկ-ի):

Դիցուք ժամանակի որևէ պահին շերտերը օժտված են K_1 և K_2 իմպուլսներով: Այս իմպուլսները չեն կարող մնալ անփոփոխ, քանի որ շերտային շարժման հետևանքով մոլեկուլները անընդհատ անցնում են մի շերտից մյուսը: Δt ժամանակում S մակերեսով երկու ուղղություններով էլ կանցնեն հավասար թվով մոլեկուլներ՝

$$\Delta N = \frac{1}{6} n \bar{v} S \Delta t \quad (112.2)$$



Նկ. 252

(մոլեկուլների արագության մեծության վրա կարգավորված շարժման ունեցած ազդեցությունը կարելի է արհամարհել, քանի որ այն էական դեր չի խաղում):

Մոլեկուլը, ընկնելով մի այլ շերտ, ընդհարվում է այդ շերտի մոլեկուլների հետ, որի հետևանքով այն իր իմպուլսի ավելցուկը կամ տալիս է ուրիշ մոլեկուլների (եթե այն դուրս է եկել ավելի մեծ արագությամբ շարժվող շերտից), կամ ավելացնում է իր իմպուլսը այլ մոլեկուլների իմպուլսների հաշվին (եթե այն դուրս է եկել ավելի փոքր արագությամբ շարժվող շերտից): Արդյունքում արագ շարժվող շերտի իմպուլսը նվազում է, իսկ դանդաղ շարժվողինը աճում է:

Օրինակ՝ առաջին շերտից Δt ժամանակում մոլեկուլների միջոցով հեռանում է հետևյալ իմպուլսը՝

$$\Delta K_1' = \Delta N m u_1,$$

որտեղ ΔN -ը որոշվում է (112.2) բանաձևով, m -ը մոլեկուլի մասսան է:

Միաժամանակ դեպի այս շերտն է բերվում հետևյալ իմպուլսը՝

$$\Delta K_1'' = \Delta N m u_2:$$

Հետևաբար, Δt ժամանակում առաջին շերտի իմպուլսը ստանում է մի աճ, որը հավասար է

$$\Delta K_1 = \Delta K_1'' - \Delta K_1' = \Delta N m (u_2 - u_1) = \frac{1}{6} \bar{n} v m (u_2 - u_1) S \Delta t:$$

Համանման դասողությունների միջոցով հեշտությամբ կարելի է գտնել երկրորդ շերտի իմպուլսի աճը՝

$$\Delta K_2 = - \Delta K_1:$$

Հիմնվելով իմպուլսի փոփոխման և ուժի միջև գոյություն ունեցող կապի վրա, կարելի է պնդել, որ շերտերը շարժվում են այնպես, ինչպես եթե առաջին շերտի վրա S մակերեսով ազդեր

$$f_1 = \frac{\Delta K_1}{\Delta t} = \frac{1}{6} \bar{n} v m (u_2 - u_1) S \quad (112.3)$$

ուժը, իսկ երկրորդ շերտի վրա՝

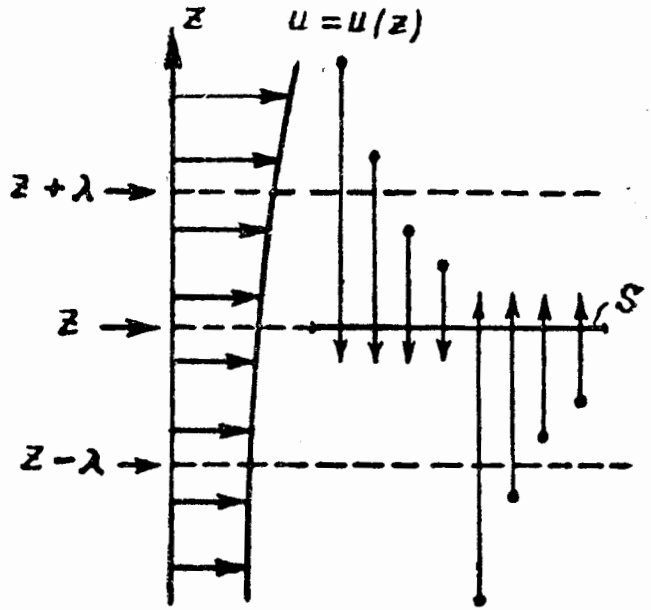
$$f_2 = - f_1 = - \frac{1}{6} \bar{n} v m (u_1 - u_2) S$$

ուժը:

(112.3) բանաձևից հետևում է, որ սահմանակից շերտերի փոխազդեցության ուժը հավասար է այն իմպուլսին, որը տեղափոխվում է մոլեկուլներից՝ սահմանագծային մակերեսով մեկ վայրկյանի ընթացքում:

Շփման ուժի վերջնական բանաձևը ստանալու համար պետք է հաշվի առնել, որ արագությունը, ինչպես ենթադրում ենք, երկու շերտերի սահմանում չի կարող փոփոխվել թռիչքաձև, այլ փոխվում է անընդհատ, շերտերին ուղղահայաց z ուղղությամբ [$u = u(z)$, տե՛ս նկ. 253]: S մակերեսի միջով անցնող չուրաքանչյուր մոլեկուլ տեղափոխում է մի իմպուլս, որը որոշվում է մոլեկուլի վերջին բախման տեղում ունեցած նրա u արագության արժեքով: S մակերեսի միջով կանցնեն S -ից տարբեր l հեռավորու-

թյան վրա բախումներ կրող մոլեկուլները, ընդ որում տարբեր l -երի հավանականությունը որոշվում է (111.1) բանաձևով: Միջին հաշվով վերջին բախումը տեղի է ունենում S -ից ազատ վազքի միջին λ երկարությունը հավասար հեռավորություն վրա (նկ. 253): Ուստի վերևից դեպի ներքև S մակերեսի միջով անցնող (նկարում) մոլեկուլներին պետք է վերագրել $z + \lambda$ կոորդինատով կտրվածքին համապատասխանող արագություն արժեքը,



նկ. 253

իսկ ներքևից դեպի վերև ուղղությամբ անցնող մոլեկուլներին՝ $z - \lambda$ կոորդինատով կտրվածքին համապատասխանող արագություն արժեքը¹: Քանի որ λ -ն շատ փոքր է, այս արագությունները կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով՝

$$\left. \begin{aligned} u(z + \lambda) &= u(z) + \frac{du}{dz} \lambda, \\ u(z - \lambda) &= u(z) - \frac{du}{dz} \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (112.4)$$

որտեղ $u(z)$ -ը գազի արագությունն է այն կտրվածքում, որտեղ մենք մտովի տեղավորեցինք սահմանագծի S մակերեսը, $\frac{du}{dz}$ -ը ածանցյալի արժեքն է նույն կտրվածքում:

Այժմ շփման ուժը կարելի է հաշվել ըստ (112.3) բա-

¹ Սա հաստատվում է ճշգրիտ հաշվարկով, որը կատարվում է հաշվի առնելով մոլեկուլների բաշխումը ըստ l ազատ վազքի երկարության:

նաձևի, տեղադրելով u_1 -ի և u_2 -ի փոխարեն (112.4) արժեքները.

$$f = \frac{1}{6} n \bar{v} m \left(\frac{du}{dz} 2\lambda \right) S:$$

Հաշվի առնելով, որ $n m \bar{v}$ -ը հավասար է գազի ρ խտությունը, վերջին բանաձևը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$f = \left(\frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda \right) \frac{du}{dz} S: \quad (112.5)$$

(112.5)-ը (112.1) փորձառական բանաձևի հետ համեմատելով, կտեսնենք, որ ելնելով գազակիրների պատկերացումներից, մեզ հաջողվեց ոչ միայն հանգել f -ի $\frac{du}{dz}$ -ից և S -ից ճիշտ կախմանը, այլև ստանալ η մածուցիկության գործակցի արտահայտությունը: Իսկապես, նրանց համեմատումից բխում է

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda: \quad (112.6)$$

Ավելի խիստ հաշվաբեր, որը հաշվի է առնում մեր կողմից արհամարհված մի շարք գործոնները, հանգեցնում է նույնպիսի, բայց մի փոքր տարբեր թվային գործակցով բանաձևի:

Հետազոտենք գազի մածուցիկության գործակցի համար մեր ստացած (112.6) արտահայտությունը: ρ -ն փոխարինելով $n m \bar{v}$ -ով և հաշվի առնելով, որ \bar{v} -ն համեմատական է $\sqrt{T/m}$ -ին, իսկ ազատ վազքի միջին λ երկարությունը համեմատական է $1/nd^2$ -ն, կարելի է գրել

$$\eta \sim n m \sqrt{\frac{T}{m} \frac{1}{nd^2}} \sim \frac{\sqrt{m}}{\sigma} \sqrt{T}: \quad (112.7)$$

Առաջին հերթին ուշադրություն է գրավում այն, որ η -ն կախում չունի միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թվից, հետևաբար և ճնշումից ($\rho = nkT$): Առաջին հայացքից զարմանալի թվացող այս արդյունքը ունի հետևյալ բացատրությունը: Ճնշման փոքրացման հետ փոքրանում է

նակ Ω -ը, այսինքն՝ իմպուլսի փոխադրմանը մասնակցող մոլեկուլների թիվը: Միաժամանակ աճում է λ -ն, հետևաբար նակ՝ մի մոլեկուլի կողմից հակադարձ ուղղություններով փոխադրվող իմպուլսների տարբերությունը: Արդյունքում ստացվում է, որ արագությունների տվյալ $\frac{du}{dz}$ գրադիենտի դեպքում մոլեկուլների փոխադրած գումարային իմպուլսը կախում չունի ճնշումից: Սա իրավացի է միայն այնքան ժամանակ, քանի դեռ λ -ն փոքր է մնում այն անցքի չափերի համեմատ, որով հոսում է գազը (օրինակ՝ խողովակի տրամագծի հետ համեմատած): Կախված նրանից, թե այս պայմանը ինչ չափով է դադարում տեղի ունենալուց, մածուցիկութունը սկսում է ավելի մեծ կախում ունենալ ճնշումից և փոքրանում է ճնշման իջեցման հետ: Երբ վազքի միջին երկարությունը համեմատելի է այն բացակի չափերի հետ, որով հոսում է գազը, մոլեկուլների վազքը որոշվում է բացակի մեծությամբ և λ -ն կախում չի ունենում ճնշումից:

Աղյուսակ 9

T, °K	η , մկպգ	η/\sqrt{T}
273	171	10,4
313	190	10,7
573	295	12,3
673	328	12,6
773	358	12,9

Ճնշման փոքրացման դեպքում մոլեկուլների թիվը միավոր ծավալում շարունակում է նվազել, որի հետևանքով փոքրանում է նաև η -ն:

(112.7)-ի համաձայն մածուցիկության գործակիցը պետք է աճի շերմաստիճանից կախված՝ \sqrt{T} -ին համեմատական: Աղյուսակ 9-ում բեր-

ված են փորձով ստացված օդի մածուցիկության արժեքները տարբեր շերմաստիճանների դեպքում: Եթե η -ն փոփոխվեր \sqrt{T} -ին համեմատական, ապա η/\sqrt{T} -ն պետք է մնար հաստատուն: Ինչպես երևում է աղյուսակից, այս հարաբերությունը որոշ չափով մեծանում է T-ի աճի հետ միաժամանակ, այնպես որ η -ն մեծանում է որոշ չափով ավելի արագ, քան \sqrt{T} -ն: Այս երևույթի պատճառը նա-

խորդ պարագրաֆում նշված ազատ վազքի միջին երկարության կախումն է ջերմաստիճանից:

Գազի մածուցիկության կախումը մոլեկուլների մասսայից կարելի է ստուգել այն գազերում, որոնց մոլեկուլները, ունենալով տարբեր մասսաներ, ունեն միատեսակ էֆեկտիվ կտրվածքներ: Այսպիսի գազեր են օրինակ սովորական ջրածինը և ծանր ջրածինը (դեյտերիումը): Դեյտերիումի ատոմների (հետևաբար և մոլեկուլների) մասսան երկու անգամ ավելի մեծ է, քան սովորական ջրածնի ատոմներինը: Ջրածնի և դեյտերիումի մոլեկուլների էլեկտրական հատկությունները մոտավորապես միատեսակ են: Քանի որ մոլեկուլների փոխազդեցությունը, հետևաբար նաև՝ էֆեկտիվ կտրվածքը որոշվում են մոլեկուլների էլեկտրական հատկություններով, դեյտերիումը և ջրածինը ունենում են միատեսակ էֆեկտիվ կտրվածք, և նրանց մածուցիկության գործակիցները նույն ջերմաստիճանի դեպքում պետք է գտնվեն $\sqrt{2}:1$ հարաբերության մեջ: Փորձնական եղանակով որոշվել է, որ դեյտերիումի η -ն ջրածնի η -ից մեծ է 1,39 անգամ, որը չափազանց մոտ է տեսական արժեքին:

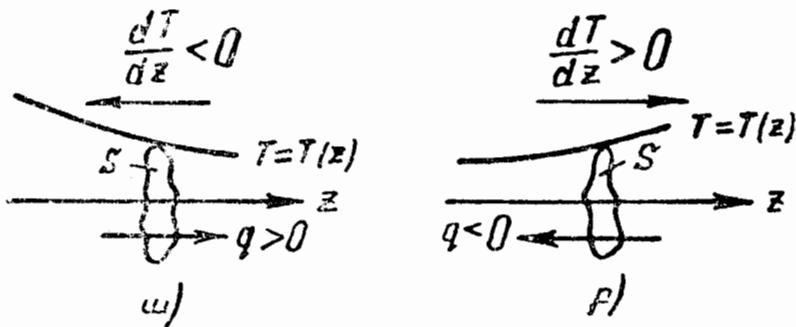
§ 113. Գազերի ջերմահաղորդությունը

Փորձնական եղանակով հաստատվել է, որ այն դեպքում, երբ որևէ միջավայրում Z ուղղությամբ ջերմաստիճանը հաստատուն չի մնում, այդ ուղղության երկարությամբ տեղի է ունենում ջերմության հոսք, որի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$q = -\chi \frac{dT}{dz} S, \quad (113.1)$$

որտեղ q -ն Z առանցքին ուղղահայաց S մակերեսով միավոր ժամանակում հոսող ջերմության քանակն է, $\frac{dT}{dz}$ -ը ջերմաստիճանի գրադիենտն է, χ -ն՝ համեմատականության գործակիցը, որը կախված է միջավայրի հատկություններից և

կոչվում է ջերմահաղորդողության գործակից: Չափայնությունը հավասար է ջ/վրկ-ի (կամ էրգ/վրկ, կալ/վրկ և այլն): Հետևաբար, α -ն ունի ջ/մ.վրկ.աստ. չափայնություն: (113.1)-ի մեջ «—» նշանը ցույց է տալիս, որ ջերմաստիճանի աճի և ջերմության հոսքի ուղղությունները հակառակ են, այսինքն՝ ջերմությունը հոսում է ջերմաստիճանի նվազման ուղղությամբ: (113.1)-ի մեջ ջերմության հոսքը հանրահաշվական մեծություն է, այսինքն՝ եթե ջերմությունը հոսում է Շ առանցքի դրական ուղղությամբ, q -ն դրական է, իսկ եթե ջերմությունը հոսում է Շ առանցքի բացասական ուղղությամբ, q -ն բացասական է (նկ. 254):



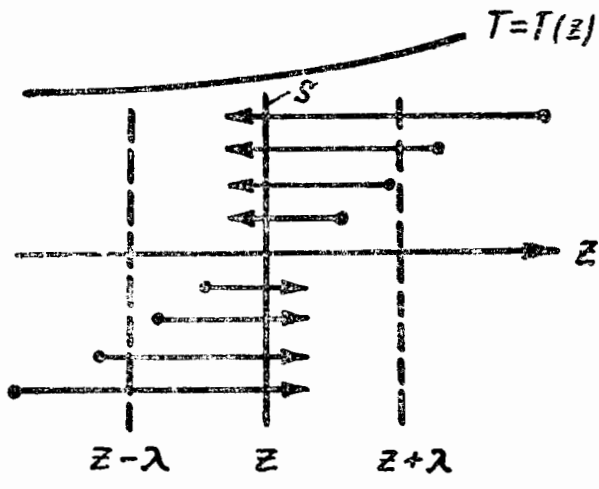
Նկ. 254

Է ժամանակում S մակերեսով հոսող ջերմության Q քանակը հաշվելու համար q -ն պետք է բազմապատկել t -ով, այսինքն՝

$$Q = qt = -\alpha \frac{dT}{dz} St; \quad (113.2)$$

Փորձենք հաշվել ջերմային հոսքը գազում, հիմնվելով մոլեկուլյար-կինետիկ գաղափարների վրա: Եթե գազի ջերմաստիճանը տարբեր կետերում տարբեր է, մոլեկուլների միջին էներգիան այդ կետերում նույնպես տարբեր կլինի: Ջերմային շարժման հետևանքով մոլեկուլները, մի տեղից մյուսը տեղափոխվելով, փոխանցում են իրենց կուտակած էներգիան: Էներգիայի այս փոխանցումը պայմանավորում է ջերմահաղորդության պրոցեսը գազերում:

Քննարկենք մի գազ, որում որևէ եղանակով պահպանվում է ջերմաստիճանի անհաստատունություն մի ուղղությամբ, որը կնշանակենք z -ով: Մտովի պատկերացնենք այս ուղղությամբ ուղղահայաց մի S մակերես (Նկ. 255). S մակերեսով նրա նորմալի ուղղությամբ թռչող մոլեկուլների քանակը որոշվում է, ինչպես գիտենք, հետևյալ արտահայտությամբ՝



Նկ. 255

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{6} n \bar{v} S, \quad (113.3)$$

Յուրաքանչյուր մոլեկուլ իր հետ տանում է այնպիսի մի էներգիա, որը համապատասխանում է այն տեղի ջերմաստիճանին, որտեղ տեղի է ունեցել նրա վերջին բախումը այլ մոլեկուլի հետ: Միջին հաշվով այս բախումը տեղի է ունենում S -ից ազատ վազքի միջին λ երկարությամբ հավասար հեռավորության վրա: Ուստի ձախից աջ թռչող մոլեկուլներին պետք է վերագրել $(z - \lambda)$ հարթության մեջ T_1 ջերմաստիճանին համապատասխանող $\bar{\varepsilon}_1$ էներգիան, իսկ հակառակ ուղղությամբ թռչող մոլեկուլներին՝ $(z + \lambda)$ հարթության մեջ T_2 ջերմաստիճանին համապատասխանող $\bar{\varepsilon}_2$ էներգիան:

Ու \bar{v} մեծությունները կախում ունեն ջերմաստիճանից: Այդ կապակցությամբ թվում է, թե S մակերեսով ձախից աջ թռչող մոլեկուլների թիվը որոշելու համար պետք է (113.3) բանաձևի մեջ տեղադրել T_1 ջերմաստիճանին համապատասխանող \bar{v} արժեքները, իսկ աջից դեպի ձախ թռչող մոլեկուլների թիվը որոշելու համար՝ T_2 ջերմաստիճանին համապատասխանող \bar{v} արժեքները: Սակայն հեշտ է կռահել, որ S մակերեսով հանդիպակաց ուղղություններով թռչող մոլեկուլների թվերը չեն կարող տարբեր լինել: Եթե նրանք միատեսակ չլինեին, S մակերեսով, ջերմության

հոսքից բացի, կղբիտվեր նաև նյութի հոսք, այսինքն՝ գազը տարածության մի մասից կտեղափոխվեր մյուս մասը: Սակայն ենթադրում ենք, որ ամբողջությամբ վերցրած գազի շարժում չի լինում:

Տ մակերեսով յուրաքանչյուր ուղղությամբ թռչող մոլեկուլների թիվը կարելի է որոշել (113.3) բանաձևով, վերցնելով n -ի և \bar{v} -ի արժեքները S կտրվածքում: Այդ դեպքում միավոր ժամանակում S մակերեսով Z առանցքի դրական ուղղությամբ մոլեկուլների միջոցով տեղափոխվող էներգիայի քանակը կարելի է գրել

$$q = \frac{dN}{dt} (\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_2) = \frac{1}{6} n \bar{v} S \left(\frac{i}{2} k T_1 - \frac{i}{2} k T_2 \right) = \\ = \frac{1}{6} n \bar{v} S \frac{i}{2} k (T_1 - T_2); \quad (113.4)$$

λ -ի փոքրության պատճառով կարելի է համարել, որ

$$T_1 = T - \frac{dT}{dz} \lambda, \quad T_2 = T + \frac{dT}{dz} \lambda,$$

որտեղ T -ն այն տեղի ջերմաստիճանն է, որտեղ տեղավորված է S մակերեսը, $\frac{dT}{dz}$ -ը T -ի ածանցյալն է ըստ Z -ի նույն տեղում: Տեղադրելով այս արժեքները (113.4) բանաձևի մեջ, կստանանք

$$q = - \frac{1}{6} n \bar{v} S \frac{i}{2} k \frac{dT}{dz} 2\lambda;$$

Այս արտահայտությունը բազմապատկենք և բաժանենք մոլեկուլի m մասսայի և Ավոգադրոյի N_A թվի վրա, կրատանանք

$$q = - \frac{1}{6} m n \bar{v} S \frac{i}{2} \frac{k N_A}{m N_A} \frac{dT}{dz} 2\lambda;$$

Այնուհետև, հաշվի առնելով, որ $m\eta = \rho$, իսկ

$$\frac{i}{2} \frac{kN_A}{mN_A} = \frac{1}{\mu} \frac{i}{2} R = \frac{1}{\mu} C_V = c_V$$

(c_V -ն տեսակարար ջերմունակութունն է հաստատուն ծավալի դեպքում), կարելի է գրել

$$q = - \left(\frac{1}{3} \bar{\rho} \bar{\nu} \lambda c_V \right) \frac{dT}{dz} S: \quad (113.5)$$

Համադրելով (113.5)-ը (113.1)-ի հետ, գազերի ջերմահաղորդության գործակիցի համար կստանանք

$$\kappa = \frac{1}{3} \bar{\rho} \bar{\nu} \lambda c_V: \quad (113.6)$$

Համեմատելով η -ի (112.6) բանաձևը κ -ի (113.6) բանաձևի հետ, կստանանք

$$\kappa = \eta c_V: \quad (113.7)$$

Ավելի ճշգրիտ հաշվումը հանգեցնում է κ -ի և η -ի միջև

$$\kappa = K \eta c_V$$

առնչությունը, որտեղ K -ն թվային գործակից է և որոշվում է հետևյալ բանաձևով

$$K = \frac{9\gamma - 5}{4},$$

Այսպիսով, միատոմ գազերի համար ($\gamma = C_p/C_V = 5/3$) $K = 2,5$, երկատոմ գազերի համար ($\gamma = 7/5$) $K = 1,9$ և այլն:

Պարզենք, թե ինչպես κ -ն կախում ունի մոլեկուլը բնութագրող մեծություններից և գազի պարամետրերից: Քանի որ $\kappa \sim \eta c_V$ -ի, բավական է (112.7)-ը բազմապատկել c_V -ի արտահայտություն մեջ մտնող մեծություններով՝

$$c_V = \frac{1}{\mu} C_V = \frac{1}{mN_A} \frac{i}{2} R \sim \frac{i}{m},$$

Արդյունքում ստացվում է

$$x \sim \frac{i}{\sigma\sqrt{m}} \sqrt{T} : \quad (113.8)$$

Այս կախվածությունը γ -ի (112.7) կախվածությունից տարբերվում է նրանով, որ x -ն հակադարձ համեմատական է \sqrt{m} -ին, մինչդեռ γ -ն ուղիղ համեմատական է \sqrt{m} -ին: Բացի դրանից, x -ն կախում ունի մոլեկուլի ազատության աստիճանների թվից և բնույթից (i թվից), իսկ ճնշումից և ջերմաստիճանից կախում ունի այնպես, ինչպես γ -ն: Հետևաբար, ջերմահաղորդության գործակիցը կախում չունի ճնշումից (այնքան ժամանակ, մինչև որ λ -ն չի դառնում այն անոթի գծային չափի կարգի մեծություն, որի երկարությունը հաղորդվում է ջերմությունը) և աճում է ջերմաստիճանի հետ միաժամանակ, սակայն փոքր ինչ ավելի արագ, քան \sqrt{T} -ն:

§ 114. Գազերի դիֆուզիան

Ֆենարկենք մի քանի բաղադրամասերից, այսինքն՝ մի քանի տեսակի մոլեկուլներից կազմված գազային խառնուրդը: i -րդ բաղադրամասի մոլեկուլների թիվը միավոր ծավալում նշանակենք n_i -ով: Մոլեկուլների լրիվ թիվը միավոր ծավալում կլինի

$$n = \sum n_i :$$

Խառնուրդում i -րդ բաղադրամասի հարաբերական կոնցենտրացիա է կոչվում չափայնություն չունեցող մեծությունը՝

$$c'_i = \frac{n_i}{n} :$$

Ակնհայտ է, որ բոլոր բաղադրամասերի հարաբերական կոնցենտրացիաների գումարը հավասար է մեկի՝

$$\sum c'_i = \sum \frac{n_i}{n} = 1 :$$

Որևէ բաղադրամասի բացարձակ կոնցենտրացիա կոչվում է միավոր ծավալում գտնվող տվյալ տեսակի մոլեկուլների մասսան: Այսպիսի ձևով սահմանված կոնցենտրացիան տրվյալ բաղադրամասի պարցիալ խտությունն է: Եթե i -րդ բաղադրամասի մոլեկուլի մասսան հավասար է m_i -ի, ապա բացարձակ կոնցենտրացիան կլինի

$$c_i = n_i m_i:$$

Գազային խառնուրդի ճնշումը հավասար է առանձին բաղադրամասերի պարցիալ ճնշումների գումարին և որոշվում է միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների լրիվ թվով՝

$$p = \sum p_i = \sum n_i kT = nkT:$$

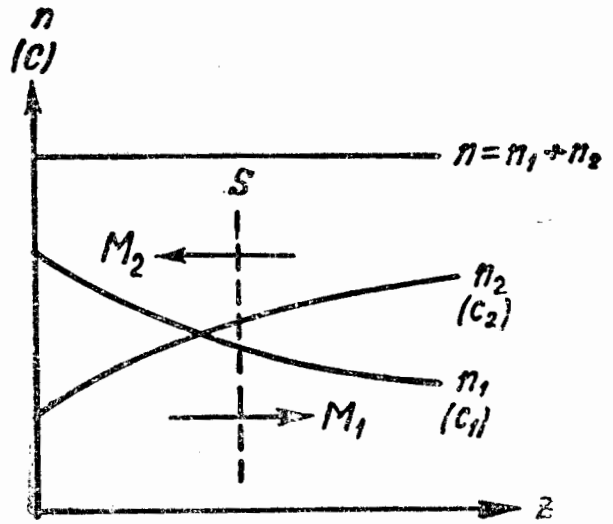
Կարող է այնպես պատահել, որ գազային բաղադրամասերի կուտակումը տարածության տարբեր կետերում միատեսակ չլինի: Այդ դեպքում մոլեկուլների ջերմային շարժման հետևանքով տեղի կունենա կոնցենտրացիաների հավասարեցման պրոցես, որը կուղեկցվի i -րդ բաղադրամասի մասսայի փոխադրումով նրա կոնցենտրացիայի նվազման ուղղությամբ: Այս պրոցեսը կոչվում է դիֆուզիա:

Մոլեկուլների լրիվ թիվը, հետևաբար նաև ճնշումը դիֆուզիայի ընթացքում չեն փոփոխվում: Այս դեպքում տեղի է ունենում միայն տարբեր տեսակի մոլեկուլների վերաբաշխում, այսինքն՝ n_i արժեքների փոփոխություն, ընդ որում այնպես, որ որևէ տեղում բաղադրամասերից մեկի՝ n_i -ի աճը ուղեկցվում է այլ բաղադրամասերի n_i -ի միաժամանակյա այնպիսի փոփոխմամբ, որ n_i -երի գումարը մնում է հաստատուն:

Այսուհետև այս պարագրաֆում կխոսվի երկու բաղադրամասերից կազմված գազային խառնուրդների մասին:

Ենթադրենք, թե որևէ ծավալում ինչ-որ ձևով պահպանվում է ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող երկու բաղադրամասերի կոնցենտրացիաների գրադիենտը Z ուղղության երկարությամբ (նկ. 256-ում բացարձակ կոնցենտրացիանե-

րի փոխարենն պատկերված են նրանց համեմատական մեծությունները՝ միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թիվը): Ճնշումը ամբողջ ծավալում միատեսակ է: Հետևաբար, $n_1 + n_2$ գումարը յուրաքանչյուր կտրված քում կլինի նույնը: Այդ դեպքում շին ուղղահայաց S մակերեսով կգերակշռի առաջին տեսակի մոլեկուլների հոսքը ձախից աջ ուղղութիւամբ, որը կարելի է բնութագրել մեկ վայրկյանում S -ով անցնող մասսայի M_1 արժեքով: Փորձը ցույց է տալիս, որ այս մեծությունը որոշվում է հետևյալ արտահայտությունից.



Նկ. 256

$$M_1 = -D \frac{dc_1}{dz} S, \quad (114.1)$$

որտեղ D -ն համեմատականության գործակիցն է և կոչվում է դիֆուզիայի գործակից, $\frac{dc_1}{dz}$ -ը բացարձակ կոնցենտրացիայի գրադիենտն է այն կտրված քում, որտեղ մտովի տեղավորել էինք S մակերեսը:

Ակնհայտ է, որ t ժամանակում S մակերեսով տեղափոխվող մասսան՝

$$M_1 t = -D \frac{dc_1}{dz} S t: \quad (114.2)$$

Միաժամանակ գոյություն կունենա երկրորդ տեսակի մոլեկուլների հանդիպակաց հոսքը, որը որոշվում է համանման արտահայտությամբ.

$$M_2 = -D \frac{dc_2}{dz} S:$$

(114.1)-ը դիֆուզիայի փորձառական հավասարումն է: «—» նշանը ցույց է տալիս, որ մասսան տեղափոխվում է տվյալ բաղադրամասի կոնցենտրացիայի նվազման ուղղությամբ: Փորձենք ստանալ դիֆուզիայի հավասարումը՝ հիմնը վելով մոլեկուլյար-կինետիկ հասկացությունների վրա, ընդ որում հաշվումները պարզեցնելու համար ընդունենք, որ երկու բաղադրամասերի մոլեկուլների մասսաները իրարից քիչ են տարբերվում ($m_1 \approx m_2 \approx m$) և գործնականորեն ունեն միատեսակ էֆեկտիվ կտրվածքներ ($\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma$): Այս դեպքում երկու բաղադրամասերի մոլեկուլներին կարելի է վերագրել շերմային շարժման նույն միջին \bar{v} արագությունը, և ազատ վազքի միջին երկարությունը հաշվել հետևյալ բանաձևով՝

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n},$$

որտեղ $n = n_1 + n_2$:

Դիցուք առաջին բաղադրամասի կոնցենտրացիայի փոփոխությունը Z առանցքի երկարությունում արված է $C_1 = C_1(Z)$ ֆունկցիայով: S մակերեսով անցնող չուրաքանչուր մոլեկուլ տեղափոխում է իր ունեցած m մասսան (հիշեցնենք, որ $m_1 \approx m$): Մեկ վայրկյանում Z առանցքի ուղղությամբ S մակերեսով անցնող առաջին բաղադրամասի մոլեկուլների թիվը նշանակենք N'_1 -ով, նույն թիվը Z -ին հակառակ ուղղության համար՝ N''_1 -ով: Այդ դեպքում Z ուղղությամբ մեկ վայրկյանում տեղափոխվող առաջին բաղադրամասի մասսան կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$M_1 = (N'_1 - N''_1)m: \quad (114.3)$$

Ինչպես նախորդ դեպքում (տե՛ս § 112 և § 113), կարելի է ընդունել, որ S մակերեսը հատող մոլեկուլները գալիս են այն կտրվածքից, որը գտնվում է S -ից ազատ վազքի միջին երկարությունը հավասար հեռավորության վրա: Այդ դեպքում Z առանցքի ուղղությամբ S -ով անցնող մոլեկուլների թիվը կորոշվի Z -ի կոորդինատ ունեցող կտրվածքում միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների n'_1 թվի արժեքով,

իսկ հակառակ ուղղությամբ թռչող մուլեկուլների թիվը՝ n''_1 արժեքով, որը համապատասխանում է $z+\lambda$ կոորդինատ ունեցող կտրվածքին: Այսպիսով, N'_1 և N''_1 թվերը որոշվում են հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$N_1 = \frac{1}{6} n_1 \bar{v} S,$$

որտեղ N'_1 -ի համար պետք է վերցնել $n'_1 = n_1(z-\lambda)$ թիվը, իսկ N''_1 -ի համար՝ $n''_1 = n_1(z+\lambda)$ թիվը: Տեղադրելով N'_1 -ի և N''_1 -ի արժեքները (114.3)-ի մեջ, կստանանք

$$M_1 = -\frac{1}{6} \bar{v} S \frac{dn_1}{dz} - 2\lambda m;$$

Քանի որ m -ը հաստատուն մեծություն է, $m \frac{dn_1}{dz}$ արտահայտությունը կարելի է գրել $\frac{d(mn_1)}{dz}$ տեսքով, որը կոնցենտրացիայի $\frac{dc_1}{dz}$ գրադիենտն է: Այդ դեպքում

$$M_1 = -\left(\frac{1}{3} \bar{v} \lambda\right) \frac{dc_1}{dz} S, \quad (114.4)$$

Համադրելով (113.4)-ը (114.1)-ի հետ, կստանանք գազակինետիկ արտահայտությունը դիֆուզիայի գործակցի համար՝

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda, \quad (114.5)$$

(114.5)-ից հետևում է, որ D -ի չափաչափությունը հավասար է v^2/ν ընկ:

Մեր կատարած դատողությունները հավասար չափով կիրառելի են խառնուրդի երկու բաղադրամասերի նկատմամբ: Հետևաբար, դիֆուզիայի գործակիցը երկու բաղադրամասերի համար էլ ունի միևնույն արժեքը:

Համեմատելով (114.5)-ը (112.6)-ի հետ, կստանանք η -ի և D -ի միջև գոյություն ունեցող հետևյալ կապը՝

$$\eta = \rho D:$$

Տեղադրելով (114.5)-ի մեջ \bar{v} -ի և λ -ի արտահայտութիւնները, կարելի է ստանալ

$$D \sim \frac{1}{n \sigma \nu m} \sqrt{\bar{\Gamma}}:$$

Ի տարբերութիւն դ-ի և κ -ի, դիֆուզիայի գործակիցը հակադարձ համեմատական է միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների թվին, հետևաբար նաև՝ p ճնշմանը.

$$D \sim \frac{1}{p}:$$

D -ի կախումը ջերմաստիճանից այնպիսին է, ինչպիսին դ-ինը և κ -ինը:

Քանի որ մեր ենթադրութեան համաձայն երկու բաղադրամասերի մոլեկուլները միատեսակ են ըստ մասսայի և էֆեկտիվ կորվածքի, (114.5)-ը, ըստ էութեան, ինքնադիֆուզիայի (այսինքն՝ որևէ գազի մոլեկուլների դիֆուզիան միևնույն գազի մոլեկուլների միջավայրում) գործակցի արտահայտութիւնն է: Ինքնադիֆուզիայի երևույթը կտեսնենք, եթե որևէ եղանակով համասեռ գազի մոլեկուլների մի մասի վրա նշան դնենք: Այդ դեպքում, եթե նիշակիր և նշան չունեցող մոլեկուլների կոնցենտրացիաները հաստատուն չլինեն, գազում կառաջանան տարբեր տեսակի մոլեկուլների հանդիպակաց հոսքեր, ընդ որում հոսքերի մեծութիւնը կորոշվի (114.4) բանաձևով: Գործնականորեն ինքնադիֆուզիան կարելի է հետազոտել նիշակիր ատոմների մեթոդով: Այդ մեթոդի էութիւնը այն է, որ օգտագործվում է իզոտոպների խառնուրդ, այսինքն՝ օգտագործվում են միևնույն տարրի ատոմների տարատեսակները, որոնք տարբերվում են իրարից, օրինակ, նրանով, որ ատոմների մեկ տարատեսակը ռադիոակտիվ է, իսկ մյուսը՝ կայուն:

Կատարելով համապատասխան հաշվարկը տարբեր մասսաներ և կարվածքների ունեցող մոլեկուլներից բաղկացած խառնուրդի համար, կստանանք դիֆուզիայի գործակցի հե-

տեղյալ արտահայտութիւնը՝

$$D=B \sqrt{\frac{T}{m'} \frac{1}{d_{12}^2 n}},$$

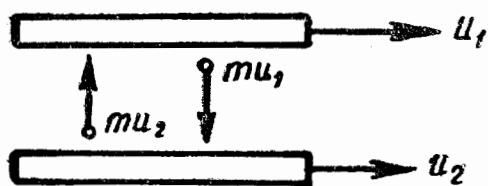
որտեղ B -ն թվային գործակից է, $m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ -ը՝ մոլեկուլների, այսպես կոչված, վերածված մասսան, իսկ $d_{12} = \frac{d_1 + d_2}{2}$ -ը՝ էֆեկտիվ տրամագծերի կիսագումարը:

§ 115. Գերնոսրացած գազեր

Այն դեպքում, երբ մոլեկուլների ազատ վազքի երկարութիւնը գերազանցում է անոթի գծային չափերին, ասում են, որ անոթում ստեղծված է վակուում: Այդ դեպքում գազը կոչվում է գերնոսրացած: Չնայած վակուում բառացիորեն նշանակում է «դատարկութիւն», բայց գերնոսրացած գազի միավոր ծավալում գտնվում են մեծ թվով մոլեկուլներ: Այսպես, 10^{-6} մմ սնդ. սյան ճնշման դեպքում 1 մ³-ում գտնվում են մոտավորապես 10^{16} մոլեկուլներ: Ավելին, շատ փոքր ծակոտիներում վակուումի վիճակին կարելի է հասնել նույնիսկ մթնոլորտային ճնշման դեպքում:

Գերնոսրացած գազերի վիճակը ունի մի շարք առանձնահատկութիւններ: Վակուումի պայմաններում չի կարելի խոսել այն ճնշման մասին, որով գազի մի մասը ազդում է մյուսի վրա: Սովորական պայմաններում մոլեկուլները հաճախ բախվում են իրար հետ: Ուստի ցանկացած մակերեւոյթով, որը մտովի գազը բաժանում է երկու մասի, տեղի է ունենում իմպուլսների փոխանակում մոլեկուլների միջև, և, հետևաբար, գազի մի մասը սահմանագծային մակերեւոյթով ք ճնշմամբ կազդի գազի երկրորդ մասի վրա: Վակուումում մոլեկուլները փոխանակվում են իմպուլսներով միայն անոթի պատերի հետ, այնպես որ իմաստ ունի

միայն գազի՝ պատի վրա առաջացրած ճնշման հասկացողությունը: Գազում չկա նաև ներքին շփում: Սակայն, գերնոսրացած գազում շարժվող մարմինը կկրի շփման ուժի ազդեցությունը, որը պայմանավորված է նրանով, որ մոլեկուլները այդ մարմնին հարվածելով փոխում են նրա



Նկ. 257

իմպուլսը: Գննարկենք այս հարցը ավելի մանրամասնորեն:

Դիցուք գերնոսրացած գազում իրար զուգահեռ շարժվում են երկու թիթեղիկներ (Նկ. 257): Թիթեղիկների արագությունները համապատասխանաբար հավասար են u_1 -ի և u_2 -ի: Հարվածի պահին մոլեկուլի և թիթեղիկի միջև առաջացած փոխազդեցությունից մոլեկուլը, թիթեղիկից ետ թռչելով, ջերմային արագությանը լրացուցիչ ստանում է մի բաղադրիչ, որը ըստ մեծություն և ուղղություն հավասար է թիթեղիկի արագությանը:

Վերևի թիթեղիկի միավոր մակերեսին մեկ վայրկյանում հարվածում են $\frac{1}{6}n\bar{v}$ մոլեկուլներ, որոնք ունեն ներքևի թիթեղիկին նախորդ հարվածի ժամանակ ձեռք բերած u_2 արագության բաղադրիչը: Այս մոլեկուլներից յուրաքանչյուրն ունի mu_2 իմպուլսի բաղադրիչ: Վերևի թիթեղիկից անդրադառնալով, մոլեկուլներն ունենում են mu_1 իմպուլսի բաղադրիչ: Հետևաբար, յուրաքանչյուր մոլեկուլ վերևի թիթեղիկին հարվածելով նրա իմպուլսը փոքրացնում է $m(u_1 - u_2)$ -ով: Միավոր ժամանակում թիթեղիկի միավոր մակերեսին վերագրվող իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է

$$\frac{1}{6}n\bar{v}m(u_1 - u_2):$$

Ինչպես հայտնի է, այս փոփոխությունը հավասար է

թիթեղիկի միավոր մակերեսի վրա ազդող ուժին, այսինքն՝

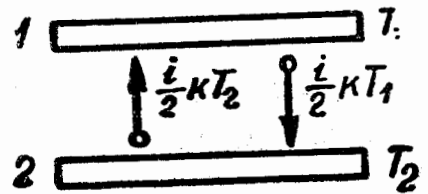
$$f = \frac{1}{6} \rho \bar{v} (u_1 - u_2) \quad (115.1)$$

(mn-ը փոխարինեցինք ρ -ով):

Ներքևի թիթեղիկի միավոր մակերեսի վրա ազդում է մի ուժ, որը ըստ մեծության հավասար է վերևի թիթեղիկի վրա ազդող ուժին և ունի նրան հակառակ ուղղություն:

Թիթեղիկների արագությունների տարբերության և շրփման ուժի միջև գոյություն ունեցող համեմատականության գործակիցը բնականաբար կոչվում է շրփման գործակից: Ինչպես հետևում է (115.1)-ից, այս գործակիցը հավասար է $\frac{1}{6} \bar{v}$ -ի, այսինքն՝ համեմատական է գազի խտությանը, հետևաբար նաև թիթեղիկի և անոթի պատերի վրա գազի առաջացրած ճնշմանը (այս ճնշման համար տեղի ունի $p = nkT$ արտահայտությունը):

Այժմ քննարկենք գազի միջոցով ջերմության փոխանցումը վակուումի պայմաններում: Դիտարկենք T_1 և T_2 ջերմաստիճաններ ունեցող երկու թիթեղիկներ, որոնց միջև կա գերնոսրացած գազ (նկ. 258): Եթե մոլեկուլների հարվածը պինդ մարմնի մակերևույթին ունենար առաձգական բնույթ, մոլեկուլները թիթեղիկից ետ կթռչեին այնպիսի արագությամբ (հետևաբար նաև էներգիայով) ինչպիսին նրանք ունեին հարվածից առաջ: Այդ պատճառով մոլեկուլները չէին կարող փոխանցել էներգիան մի թիթեղիկից մյուսը: Սակայն այս եզրակացությունը հակասում է փորձի արդյունքներին: Հետևաբար, պատի և նրա հետ բախվող մոլեկուլի միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցությունը առաձգական հարվածի բնույթ չունի: Իրոք, դա տեղի է ունենում հետևյալ ձևով. պատին հարվածող մոլեկուլը կարծես թե կարճ ժամանակով կաչում է պատին, որից հետո նրանից հեռանում է բոլորովին կամայական ուղղու-



Նկ. 258

թյուն ունեցող այնպիսի արագությամբ, որի մեծությունը միջին հաշվով համապատասխանում է պատի ջերմաստիճանին¹:

Նորից դիմենք նկ. 258-ին: Մեկ վայրկյանում վերևի թիթեղիկին հարվածող $\frac{1}{6} n\bar{v}S$ մոլեկուլներից չուրաքանչյուրը իր հետ բերում է $\frac{i}{2}kT_2$ -ին հավասար էներգիա և ստանում է $\frac{i}{2}kT_1$ -ին հավասար էներգիա: Հետևաբար, մոլեկուլի չուրաքանչյուր հարվածից թիթեղիկը կորցնում է $\frac{i}{2}k(T_1 - T_2)$ էներգիա: Յուրաքանչյուր հարվածի դեպքում այդպիսի էներգիա ստանում է նաև երկրորդ թիթեղիկը: Այսպիսով, մեկ վայրկյանում մոլեկուլների միջոցով մեկ թիթեղիկից մյուսին փոխանցված էներգիայի քանակը կլինի

$$q = \frac{1}{6} n\bar{v} \frac{i}{2} k(T_1 - T_2)S:$$

Բազմապատկելով և բաժանելով այս արտահայտությունը mN_A -ի վրա, կստանանք

$$q = \frac{1}{6} \rho \bar{v} c_v (T_1 - T_2)S: \quad (115.2)'$$

Պարզվում է, որ $\frac{1}{6} \rho \bar{v} c_v$ ջերմահաղորդական գործակիցը գերնոսրացած գազում համեմատական է գազի խտությունը: Հետևաբար, ճնշման իջեցման հետ միասին ջերմա-

¹ Նշենք, որ պատի հետ մոլեկուլների փոխազդեցության բնույթի վերաբերյալ կատարված վերոհիշյալ ճշտումը չի ազդում § 99-ում ճնշումը հաշվելիս մեր ստացած արդյունքների վրա: Եթե գազի և պատի ջերմաստիճանները նույնն են, մոլեկուլները պատից կհեռանան այնպիսի միջին արագությամբ, ինչպիսի արագությամբ հարվածում են պատին, այնպես որ հարվածի հետևանքով մոլեկուլների կրած իմպուլսի փոփոխությունը միջին հաշվով կլինի այնպիսին, ինչպես բացարձակ առաձգական հարվածի դեպքում:

հաղորդումը մի պատից դեպի մյուսը փոքրանում է, մինչդեռ գազի շերմահաղորդությունը սովորական պայմաններում, ինչպես տեսանք, կախում չունի ճնշումից:

§ 116. Էֆուզիա

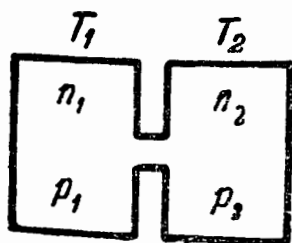
Վննարկենք գերնոսրացած գազ պարունակող մի անոթ, որը անցք ունեցող միջնորմով բաժանված է երկու մասի (նկ. 259): Եթե անցքի չափերը ավելի փոքր են, քան ազատ վազքի երկարությունը, ապա մոլեկուլները այդ անցքով կանցնեն մեկ-մեկ՝ առանց իրար բախվելու: Այդպիսի պայմաններում գազի արտահոսը անցքից կոչվում է էֆուզիա:



Նկ. 259

Էֆուզիայի դեպքում դիտվում են մի շարք յուրահատուկ երևույթներ, որոնցից երկուսը կքննարկենք: Դատողությունները պարզեցնելու համար ենթադրենք, թե անոթում գազը այնքան շատ է նոսրացած, որ ազատ վազքի երկարությունը գերազանցում է անոթի գծային չափերին: Այդ դեպքում մոլեկուլները, անցքից անցնելով, կշարժվեն ուղղագիծ հետագծով, մինչև անոթի պատերին հասնելը:

Չե բ մ ա յ ի ն է ֆ ու զ ի ա: Դիցուք անոթի երկու մասերի պատերը ունեն տարբեր՝ T_1 և T_2 շերմաստիճաններ (նկ. 260):



Նկ. 260

Երբ ազատ վազքի λ երկարությունը զգալիորեն ավելի փոքր է անցքի d տրամագծից ($\lambda \ll d$), անոթը զբաղեցրած գազի հավասարակշռության պայմանը կլինի p_1 և p_2 ճնշումների հավասարությունը: Քանի որ ճնշումը հավասար է nkT -ի, երկու մասերի միավոր ծավալներում գտնվող մոլեկուլների թիվը, հետևաբար, նաև գազի խտությունների հարաբերու-

թյունները հակադարձ համեմատական են համապատասխան ջերմաստիճանների հարաբերությունը՝

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (116.1)$$

Գերնոսրացած գազի համար ($\lambda \gg d$) հավասարակշռություն պայմանները կլինեն տարբեր: Փամանակի ընթացքում չփոփոխվող (ստացիոնար) վիճակ հաստատվում է այն դեպքում, երբ անոթի առաջին մասից դեպի երկրորդ մասը անցքի միջով մեկ վայրկյանում անցնող մոլեկուլների թիվը հավասար է հակառակ ուղղությամբ անցքի միջով անցնող մոլեկուլների թվին: Քանի որ անցքի միջով անցնող մոլեկուլների թիվը համեմատական է $n\bar{v}$ -ին, հավասարակշռության պայմանը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$n_1 \bar{v}_1 = n_2 \bar{v}_2:$$

Քանի որ $\bar{v} \sim \sqrt{T}$, կարելի է գրել¹

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad (116.2)$$

Այսպիսով պարզվում է, որ գազի խտությունների հարաբերությունը տարբերվում է սովորական պայմանների դեպքից [տե՛ս (116.1)-ը]:

Հաշվի առնելով (116.2)-ը, ճնշումների համար կստանանք

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}};$$

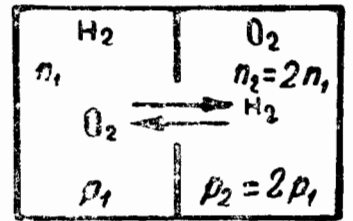
Ի տարբերություն սովորական պայմանների, երբ հավասարակշռությունը տեղի ունի անոթի երկու մասերում ճնշումների հավասարության դեպքում, վակուումի պայման-

¹ Նախորդ պարագրաֆում ասվածի համաձայն ընդունում ենք, որ անոթի պատին հարվածող մոլեկուլը ետ է թռչում այնպիսի արագությամբ, որը համապատասխանում է պատի ջերմաստիճանին:

հերում ճնշումը ավելի մեծ է անոթի այն մասում, որի պատերի շերտաստիճանը ավելի բարձր է:

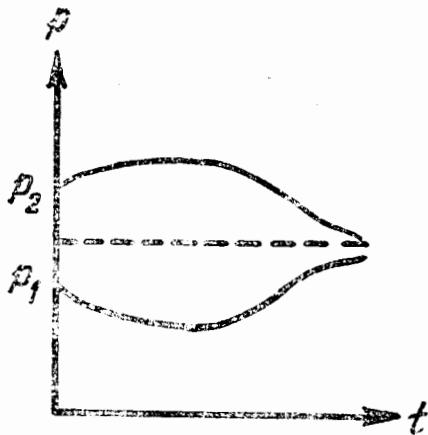
Երկու գազերի հանդիպակաց իզոթերմիկ էֆուզիան: Քննարկենք այն դեպքը, երբ անոթի շերտաստիճանը ամենուրեք միատեսակ է և սկզբում անոթի տարբեր մասերում գտնվում են ըստ մոլեկուլների մասսաների իրարից խիստ տարբերվող տարբեր գազեր: Որոշակիություն մտցնելու համար ընդունենք, որ անոթի ձախ մասում գտնվում է ջրածինը ($M = 2$), իսկ աջ մասում՝ թթվածինը ($M = 32$): Իրցուք ջրածնի ρ_1 ճնշումը 2 անգամ ավելի փոքրը է թթվածնի ρ_2 ճնշումից: Հետևաբար, թթվածնի n_2 -ը 2 անգամ գերազանցում է ջրածնի n_1 -ից, այսինքն՝ $n_2 = 2n_1$: Ճնշումները այնպիսին են, որ երկու գազերի լ-ները ավելի մեծ են անոթի գծային չափերից:

Եթե բացենք միջնորմի անցքը, տեղի կունենա թրթվածնի և ջրածնի հանդիպակաց էֆուզիոն հոսք անցքի միջով (նկ. 261): Ջրածնի մոլեկուլների հոսքը համեմատական կլինի $n_1 \bar{v}_1$ -ին, իսկ թրթվածնի մոլեկուլների հոսքը՝ $n_2 \bar{v}_2$ -ին:



Նկ. 261

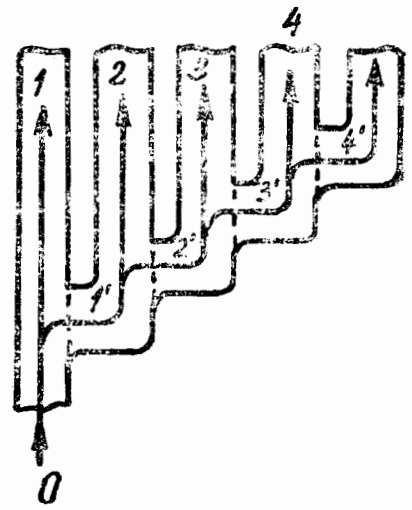
Քանի որ $\bar{v} \sim 1/\sqrt{m}$, ջրածնի մոլեկուլների միջին արագությունը 4 լանգամ ավելի մեծ կլինի թթվածնի \bar{v} -ից, այսինքն՝ $\bar{v}_1 = 4\bar{v}_2$: Չնայած ջրածնով լցված անոթում ճնշումը ավելի փոքր է, քան թթվածնով լցված անոթում, այնուամենայնիվ ջրածնի մոլեկուլների հոսքը երկու անգամ ավելի մեծ է թթվածնի մոլեկուլների հոսքից: Էֆուզիոն հոսքերը ճնշումները հավասարեցնելու փոխարեն մեծացնում են ճնշումների միջև գոյություն ունեցող տարբերությունը: Ճիշտ է, անոթի երկու մասերում ժամանակի ընթացքում տեղի է ունենում ջրածնի և թթվածնի կոնցենտրացիաների հավասարեցում (սկզբում այս տեղի է ունենում ավելի արագ մոլեկուլների համար, այսինքն՝ ջրածնի համար, և ավելի ուշ այդ հավասարեցումը տեղի է ունենում թթվածնի կոնցենտրացիաների համար), վերջիվերջո ճնշումներն էլ են հավասարեցվում: Անոթի երկու մասերի ρ_1 և ρ_2 ճնշումների փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում



Նկ. 262

քում գրաֆիկորեն պատկերված է նկ. 262-ում: Էֆուզիայի երևույթը օգտագործվում է այն գազային խառնուրդները բաժանելու համար, որոնց բաղադրամասերը իրարից տարբերվում են միայն նբանով, որ նրանց մոլեկուլները կազմված են միևնույն քիմիական տարրի տարբեր իզոտոպներից (ատոմների տարատեսակներից): Իզոտոպների քիմիական հատկությունների նույնականությունից հետևանքով չի հաջողվում նրանց բաժանել քիմիական եղանակներով:

Բաժանման էֆուզիոն եղանակի սկզբունքը¹ ցույց է տրված նկ. 263-ում: Գազային խառնուրդի հոսքը (որը նկարում նշանակված է «O»-ով) ճյուղավորվում է երկու մասի, որոնցից մեկը անցնում է փոքր ծակոտիներ ($\lambda >$ ծակոտիների չափերից) ունեցող միջնորմով: Քանի որ ավելի փոքր մասսայով մոլեկուլները օժտված են ջերմային շարժման ավելի մեծ միջին արագություններ, ապա միջնորմով անցնող հոսքը նախնական հոսքի հետ համեմատած, որոշ չափով հարստացած կլինի թեթև մոլեկուլներով: Այս հարստացած հոսքը (1' հոսքը) նորից բաժանվում է երկու մասի, որոնցից մեկը անցնելով ծակոտիներ ունեցող երկրորդ միջնորմով լրացուցիչ կերպով հարստանում է ավելի թեթև մոլեկուլներով: Այսպիսի պրոցեսի բազմաթիվ անգամ կրկնելու հետևանքով հաջողվում է ստանալ այնպիսի գազ, որի մոլեկուլները պարունակում են համապատասխան քիմիական տարրի առավելագույն ավելի թեթև իզոտոպը:



Նկ. 263

¹ Պատմականորեն այս եղանակի համար արմատացել է ոչ շատ ճիշտ հետևյալ անվանումը՝ իզոտոպների բաժանման գիֆուզիոն մեթոդ:

XIII Գ Լ Ո Ի Խ

ԻՐԱԿԱՆ ԳԱԶԵՐ

§ 117. Գազերի շեղումը իդեալականությունից

Ինչպես նշվեց, իրական գազերի վարքը բավականին լավ նկարագրվում է (98.14) բանաձևով՝

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

միայն ոչ շատ բարձր ճնշումների և բավական բարձր ջերմաստիճանների դեպքում: Ծնշման բարձրացման և ջերմաստիճանի փոքրացման հետ նկատվում են զգալի շեղումներ այդ հավասարումից: Աղյուսակ 10-ի երկրորդ սյունակում տրված են pV արժեքները ազոտի մասսայի համար, որը նորմալ պայմաններում զբաղեցնում է մեկ լիտր ծավալ:

Աղյուսակ 10

p (մբն)	pV (մբն.լ)	$\left(p + \frac{a'}{V^2}\right)(V-b)$, (մբն.լ)
1	1,000	1,000
100	0,994	1,000
200	1,048	1,009
500	1,390	1,014
1000	2,069	0,893

Նշված արժեքները տրված են տարբեր ճնշումների և միևնույն 0°C համար:

(98.14) հավասարման համաձայն անփոփոխ ջերմաստիճանի դեպքում pV -ն պետք է մնա հաստատուն: Իրականում, ինչպես երևում է աղյուսակից, 200 մթն-ի կարգի ճնշումների դեպքում այդ շեղումները դառնում են զգալի և ճնշման մեծացման հետ անընդհատ աճում են, իսկ 1000 մթն-ի դեպքում դառնում են 100%-ից ավելի: Այս շեղումները արտասովոր չեն թվում, որովհետև (98.14) հավասարման արտածման ժամանակ մենք արհամարհեցինք մոլեկուլների չափերը և նրանց փոխազդեցությունը հեռավորությունների վրա: Մինչդեռ ճնշման բարձրացման դեպքում աճում է գազի խտությունը, որը փոքրացնում է մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող միջին հեռավորությունը, այդ պատճառով մոլեկուլների ծավալը և նրանց փոխազդեցությունը սկսում են էական դեր խաղալ:

Մեր գնահատման համաձայն (§ 92) մոլեկուլների չափերը 10^{-8} սմ կարգի են: Ընդունելով մոլեկուլի շառավիղը՝ $r = 10^{-8}$ սմ, մեկ մոլեկուլի ծավալի համար կստանանք

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}3,14 \cdot 10^{-24} \approx 4 \cdot 10^{-24} \text{ սմ}^3:$$

Հետևաբար, նորմալ պայմաններում 1 սմ³ գազում գտնվող մոլեկուլների ծավալը մոտավորապես կլինի

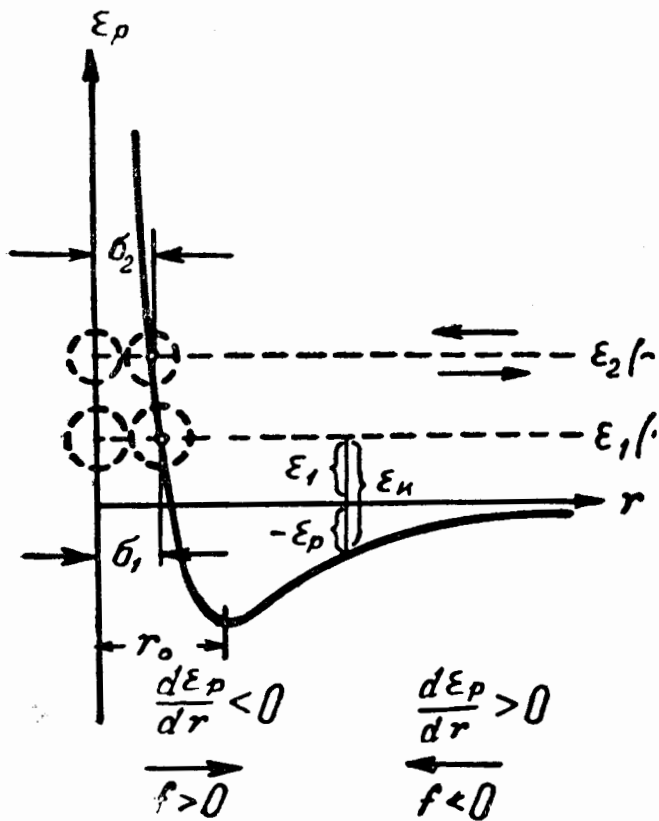
$$4 \cdot 10^{-24} \cdot 2,7 \cdot 10^{19} \approx 10^{-4} \text{ սմ}^3:$$

Այս ծավալը կարելի է արհամարհել գազի ծավալի (1 սմ³) հետ համեմատած:

Եթե գազը ենթարկվեր (98.14) հավասարմանը, ապա ճնշումը մինչև 5000 մթն բարձրացնելիս նրա խտությունը կմեծանար 5000 անգամ և 1 սմ³-ում մոլեկուլների ծավալը կկազմեր $10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^3 = 0,5$ սմ³: Այսպիսով, մոլեկուլներին բաժին կընկներ գազով զբաղեցված ամբողջ ծավալի կեսը: Մոլեկուլների շարժման համար մատչելի կլիներ 2 անգամ ավելի փոքր ծավալ, քան մթնոլորտային ճնշման դեպքում: Միանգամայն ակնառու է, որ այս պայմաններում ծավալի և ճնշման միջև հակադարձ համեմատականությունը կխախտվի:

Մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցության բնույթը ամենից լավ կարելի է ցույց տալ նկ. 264-ում բերված կորով, որը պատկերում է երկու մոլեկուլների փոխադարձ պոտենցիալ էներգիան, կախված նրանց կենտրոնների միջև եղած r հեռավորությունից: Այս կորի կառուցման դեպքում, իրարից անվերջ մեծ հեռավորության վրա գտնվող (այսինքն՝ երբ նրանք չեն փոխազդում) մոլեկուլների պոտենցիալ էներգիան հավասար է զրոյի: Հետևաբար, կորի ընթացքը այնպիսին է, որ r -ը անվերջության ձգտելիս այն ասիմպտոտիկորեն մոտենում է r առանցքին:

Իմանալով պոտենցիալ էներգիան որպես r -ի ֆունկցիա, կարելի է որոշել իրարից տարբեր հեռավորությունների վրա գտնվող մոլեկուլների փոխազդեցության ուժը: Իրա համար



Նկ. 264

պետք է օգտվել մեխանիկայից հայտնի $f_r = -\frac{\partial E_p}{\partial r}$ առնչությունից:

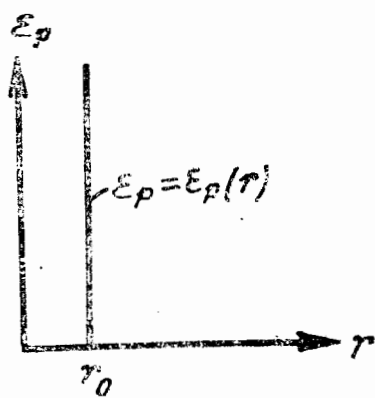
Այստեղ «—»-ը ցույց է տալիս, որ այն ուժերը, որոնցով մոլեկուլները ազդում են միմյանց վրա, ձգտում են նրանց տեղափոխել այնպիսի մի վիճակ, որը բնութագրվում է նվազագույն պոտենցիալ էներգիայով: Հետևաբար, Γ_0 -ին գերազանցող հեռավորությունների վրա մոլեկուլների միջև գործում են փոխադարձ ձգող ուժերը, իսկ Γ_0 -ից ավելի փոքր հեռավորությունների վրա՝ վանող ուժերը: Կորի ընթացքի թեքությունը համապատասխան տեղում տալիս է ուժի մեծությունը:

ε_p կորի օգնությունը քննարկենք մոլեկուլների մոտեցման (բախման) պրոցեսը: Մոլեկուլներից մեկի կենտրոնը մտովի տեղավորենք կոորդինատների սկզբնակետում, իսկ երկրորդ մոլեկուլի կենտրոնը պատկերացնենք, որ շարժվում է r առանցքով: Դիցուք երկրորդ մոլեկուլը, ունենալով կինետիկ էներգիայի $\varepsilon_k = \varepsilon_1$ սկզբնական պաշար, թռնում է անսահմանությունից դեպի առաջին մոլեկուլը: Մոտենալով առաջին մոլեկուլին, երկրորդ մոլեկուլը ձգողական ուժերի ազդեցություն տակ շարժվում է անընդհատ աճող արագությունը: Հետևաբար, աճում է նաև մոլեկուլի ε_k կինետիկ էներգիան: Մակայն, համակարգի լրիվ էներգիան՝ $\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p$, մնում է անփոփոխ (երկու մոլեկուլների համակարգը փակ է) և հավասար է ε_1 -ի, քանի որ միաժամանակ փոքրանում է ε_p պոտենցիալ էներգիան: Γ_0 կոորդինատ ունեցող կետով անցնելիս ձգող ուժերը փոխարինվում են վանող ուժերով, որի հետևանքով մոլեկուլը սկսում է արագորեն կորցնել իր արագությունը (վանման տեղամասում ε_p կորը ընթանում է շատ թեք): Այն պահին, երբ ε_p պոտենցիալ էներգիան հավասարվում է համակարգի լրիվ ε_1 էներգիային, մոլեկուլի արագությունը դառնում է զրո: Այդ պահին մոլեկուլները առավելագույն չափով մոտենում են միմյանց: Այն Δ_1 նվազագույն հեռավորությունը, որով մոլեկուլների կենտրոնները կարող են մոտենալ իրար, մոլեկուլի էֆեկտիվ տրամագիծն է: Մոլեկուլի կանգ առնելուց հետո բոլոր երևույթներն ընթանում են հակառակ հաջորդականությունում, սկզբում վանողական ուժերի ազդեցության տակ մոլեկուլը շարժվում է անընդհատ

աճող արագությամբ. անցնելով r_0 հեռավորությունը, մոլեկուլը ընկնում է նրա շարժումը դանդաղեցնող ձգողական ուժի ազդեցության տակ և, վերջապես, հեռանում է դեպի անվերջություն, ունենալով կինետիկ էներգիայի ε_1 սկզբնական պաշարը:

Նկ. 264-ից երևում է, որ այն դեպքում, երբ մոլեկուլը սկսում է իր շարժումը անվերջությունից էներգիայի ավելի մեծ ε_2 պաշարով, ապա մինչև d_2 հեռավորությունը, որին մոտենում են մոլեկուլների կենտրոնները, դառնում է ավելի փոքր: Այսպիսով, մոլեկուլների էֆեկտիվ տրամագիծը կախում ունի նրանց միջին էներգիայից, հետևաբար, նաև՝ ջերմաստիճանից: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին մոլեկուլների էֆեկտիվ d տրամագիծը փոքրանում է, որի հետևանքով λ ազատ վազքի միջին երկարությունը աճում է [տե՛ս (111.7)]:

Իդեալական գազի վիճակի հավասարման արտածման ժամանակ մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցության ենթադրված բնույթը համապատասխանում է նկ. 265-ում պատկերված պոտենցիալի կորին: r_0 -ն գերազանցող հեռավորությունների վրա ε_p -ն հաստատուն է, որի հետևանքով ուժը հավասար է զրոյի: $r = r_0$ դեպքում ε_p -ն ձրգտում է անվերջության, առաջացնելով պոտենցիալ արգելք, որը խանգարում է մոլեկուլների կենտրոնների մոտեցմանը r_0 -ից ավելի փոքր հեռավորության վրա: Այսպիսի պարզեցված քննարկումը թույլատրելի է, եթե դազում մոլեկուլների միջև ընկած միջին հեռավորությունները բավականաչափ մեծ են. մեծ r -ի դեպքում նկ. 264-ում պատկերված ε_p կորը ընթանում է շատ թեքորեն, որի հետևանքով $\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial r} \approx 0$: Մոլեկուլների միջև



Նկ. 265

եղած միջին հեռավորության փոքրացմանը զուգընթաց, այսինքն՝ գազի խտության մեծացման դեպքում մոլեկուլների միջև ձգողության ուժերի դերը ավելի է մեծանում. միա-

ժամանակ, ինչպես տեսանք վերևում, կրճատվում է գազով զբաղված ծավալի այն մասը, որի սահմաններում կարող է տեղի ունենալ մոլեկուլների շարժումը:

Այստեղից բխում է, որ մեծ խտությունների դեպքում գազերի վարքը ճիշտ նկարագրող հավասարումը պետք է հաշվի առնի, առաջին՝ մոլեկուլների փոխադարձ ձգողությունը, և երկրորդ՝ մոլեկուլների սեփական ծավալի վերջավոր մեծությունը:

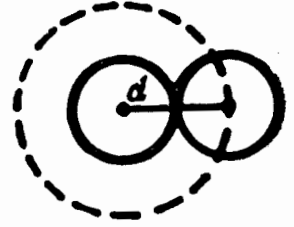
§ 118. Վան-դեր-Վաալսի հավասարումը

Իրական գազերի վարքը նկարագրելու համար առաջարկված մեծ թվով հավասարումներից ամենապարզը և միաժամանակ բավականին լավ արդյունքներ տվողը Վան-դեր-Վաալսի հավասարումն է: Այս հավասարումը ստացվում է $pV_{\text{կտ}} = RT$ հավասարման մեջ ճշտումներ մտցնելու միջոցով և ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left(p + \frac{a}{V_{\text{կտ}}^2}\right)(V_{\text{կտ}} - b) = RT, \quad (118.1)$$

որտեղ p -ն դրսից գազի վրա գործող ճնշումն է (որը հավասար է գազի ճնշմանը անոթի պատերի վրա), a -ն և b -ն Վան-դեր-Վաալսի հաստատուններն են, որոնք տարբեր գազերի համար ունեն տարբեր արժեքներ և որոշվում են փորձնական ճանապարհով: Եթե ճնշումը արտահայտված է նյուտոնը բաժանած քառակուսի մետրի վրա, իսկ ծավալը՝ խորանարդ մետրը բաժանած կիլոմոլի վրա միավորներով, ապա a հաստատունը կունենա $\text{մ}^4/\text{կմոլ}^2$, իսկ b հաստատունը՝ $\text{մ}^3/\text{կմոլ}$ չափաչափություններ: Երբեմն a հաստատունը արտահայտվում է $\text{մթն.լ}^2/\text{մոլ}^2$ -ով, իսկ b հաստատունը՝ $\text{լ}/\text{մոլ}$ -ով: b հաստատունը արտահայտում է ծավալի այն մասը, որն անմատչելի է մոլեկուլների շարժման համար նրանց վերջավոր չափերի հետևանքով: Այս հաստատունը հավասար է մոլեկուլների քառապատիկ ծավալին, որը բխում է հետևյալ դատողություններից: Դիցուք անոթում գոյություն ունեն միայն երկու մոլեկուլներ: Այս մոլեկուլներից մեկի կենտրոնը չի կարող մոտենալ մյուսի կենտրոնին՝ մոլեկուլի d տրամագծից ավելի փոքր հեռավորու-

թյան վրա (նկ. 266): Այսպիսով, ստացվում է, որ d տրամագծով գնդաձև ծավալը անմատչելի է երկու մոլեկուլների կենտրոնների համար, այսինքն՝ այն ծավալը, որը հավասար է մոլեկուլի 8 ծավալներին: Ստացվում է, որ մեկ մոլեկուլի համար անմատչելի է մոլեկուլի քառապատիկ ծավալին հավասար ծավալը: Քանի որ մոլեկուլները, որպես կանոն, բախվում են զույգ-զույգ (երեք կամ ավելի մոլեկուլների բախման հավանականությունը ծայրահեղ փոքր է), ապա բերված դատողությունը իրավացի է մոլեկուլների ցանկացած զույգի համար: Այստեղից հետևում է, որ գազի յուրաքանչյուր մոլեկուլի համար անմատչելի է մեկ մոլեկուլի քառապատիկ ծավալին հավասար ծավալը, իսկ բոլոր մոլեկուլների համար՝ մոլեկուլների քառապատիկ գումարային ծավալը:



Նկ. 266

a) $V^2_{կռ}$ ճշտումը տալիս է մոլեկուլների փոխադարձ ձգողությունը պայմանավորված P_i ներքին ճնշումը: Եթե հանկարծ դադարեցրեք մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցությունը, գազը միևնույն ծավալի սահմաններում պահելու համար կպահանջվեք արտաքին ճնշումը մեծացնել P_i ներքին ճնշմանը հավասար ճնշումով: P_i -ի համեմատական կախումը ծավալի քառակուսուց բացատրվում է հետևյալ պատճառներով:



Նկ. 267

Սկսած որոշ r հեռավորությունից, մոլեկուլների միջև եղած հեռավորության մեծացմանը զուգընթաց նրանց միջև ձգողության ուժերի արագ նվազման հետևանքով կարելի է լրիվ արհամարհել փոխազդեցությունը մոլեկուլների միջև: r հեռավորությունը կոչվում է մոլեկուլյար ազդեցության շառավիղ: r շառավիղով գունդը կոչվում է մոլեկուլյար ազդեցության ոլորտ: Գազի մեջ մտովի անցկացնենք մի հարթություն (նկ. 267) և փորձենք գնահատել այն ուժը, որով ձգում են միմյանց այդ հարթության երկու կողմերում գտնվող

գազի մասերը: Վերագրելով այս ուժը միավոր մակերեսին, կստանանք ներքին ճնշումը:

Երևակայական հարթության ձախ կողմում գտնվող մոլեկուլներից յուրաքանչյուրը կրում է հարթության աջ կողմում գտնվող այն մոլեկուլների ձգողության ազդեցությունը, որոնք գտնվում են տվյալ մոլեկուլի մոլեկուլյար ազդեցություն ունեցող այն մասում, որը դուրս է գալիս հարթությունից (այս մոլեկուլները նկ. 267-ում նշանակված են խաչիկներով): Այսպիսի մոլեկուլների թիվը, հետևաբար նաև հարթության ձախ կողմում գտնվող մոլեկուլներից յուրաքանչյուրի վրա ազդող ուժը, համեմատական է միավոր ծավալում գտնվող մոլեկուլների n թվին: Հարթության աջ կողմում գտնվող մոլեկուլները ձգում են միայն այն մոլեկուլներին, որոնք գտնվում են հարթության ձախ կողմում գտնվող r հաստության շերտում: Այս մոլեկուլների թիվը նույնպես համեմատական է n -ին: Այսպիսով, պարզվում է, որ այն ուժը, որով գազի մի մասը ձգում է մյուսին, հետևաբար և ներքին ճնշումը համեմատական են n^2 -ուն: Քանի որ n -ը հակադարձ համեմատական է գազի ծավալին, ներքին ճնշումը հակադարձ համեմատական կլինի ծավալի քառակուսուն: (118.1) հավասարումը գրված է մեկ կիլոմոլ գազի համար: Z կիլոմոլերի համապատասխանող կամավոր m մասսա ունեցող գազի համար ($Z = m/\mu$) հավասարումը գրելիս պետք է հաշվի առնել, որ Z կիլոմոլերը նույն պայմաններում գրավում են Z անգամ ավելի մեծ ծավալ՝

$$V = ZV_{կմ}:$$

(118.1)-ում $V_{կմ}$ -ը փոխարինելով V/Z -ով, կստանանք

$$\left(p + \frac{z^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{Z} - b \right) = RT:$$

Բազմապատկելով այս հավասարումը Z -ով և մտցնելով

$$a' = z^2 a, \quad b' = zb \quad (118.2)$$

նշանակումները, կհանգենք վան-դեր-Վաալսի հավասարմանը շ մոլերի համար.

$$\left(p + \frac{a'}{V^2} \right) (V - b') = zRT: \quad (118.3)$$

a' -ով և b' -ով նշանակված են վան-դեր-Վաալսի հաստատունները շ կիլոմոլերի համար: Նրանց կապը a -ի և b -ի հետ տրված է (118.2) առնչություններով: a' չափայնությունը հավասար է 6.0^4 , իսկ b' հաստատունը ունի ծավալի չափայնություն:

Թե որքանով է վան-դեր-Վաալսի հավասարումը ավելի լավ արտահայտում գազերի վարքը (98.14) հավասարման հետ համեմատած, կարելի է դատել, ելնելով աղյուսակ 10-ում բերված տվյալներից (տե՛ս նախորդ պարագրաֆը): Աղյուսակի երրորդ և երկրորդ սյունակներում համապատասխանաբար տրված են $\left(p + \frac{a'}{V^2} \right) (V - b')$ և pV մեծություն-

ների արժեքները¹ ազոտի նույն մասսայի համար:

Ինչպես երևում է աղյուսակի տվյալներից, վան-դեր-Վաալսի հավասարումը ավելի լավ է համաձայնվում փորձի հետ, քան (98.14) հավասարումը:

Քանի որ բոլոր իրական գազերը խտություն փոքրացման հետ միասին իրենց հատկություններով նմանվում են իդեալական գազին, վան-դեր-Վաալսի հավասարումը սահմանային դեպքում, երբ ծավալը ձգտում է անսահմանության, վերածվում է (98.14) հավասարմանը: Դրանում համոզվելու համար (118.3) հավասարման մեջ p -ն և V -ն փակագծերից դուրս բերենք՝

$$pV \left(1 + \frac{1}{pV} \frac{a'}{V} \right) \left(1 - \frac{b'}{V} \right) = zRT,$$

և հաշվի առնենք, որ pV -ն մնում է մոտավորապես հաստատուն:

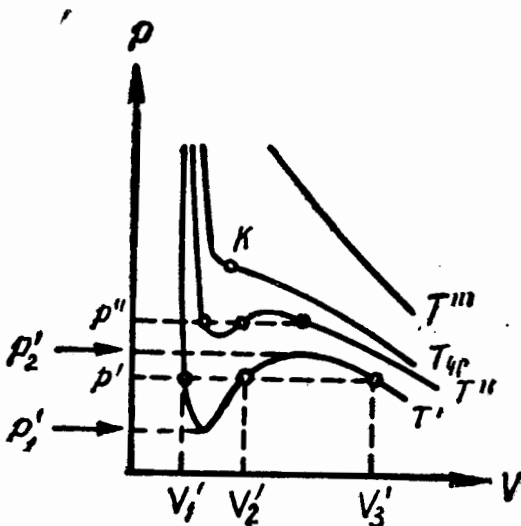
¹ (118.3)-ի համապատասխան առաջին մեծությունը պետք է հաստատուն լինի:

Բացելով (118.3) հավասարման փակագծերը և բազմապատկելով ստացված արտահայտությունը V^2 -ով, վան-դեր-Վաալսի հավասարումը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$pV^3 - (b'p + zRT)V^2 + a'V = a'b' \quad (118.4)$$

Ստացվեց մի խորանարդ հավասարում՝ V -ի նկատմամբ, որի գործակիցները կախում ունեն p և T պարամետրերից: Ազատ անդամով և իրական գործակիցներով խորանարդ հավասարումն ունի երեք լուծում, ընդ որում գործակիցների հարաբերակցությունից կախված բոլոր երեք լուծումները կամ իրական կլինեն, կամ մեկ լուծումը կլինի իրական, իսկ մյուս երկուսը՝ կոմպլեքս: Քանի որ ծավալը լինում է միայն իրական, ուրեմն կոմպլեքս լուծումները ոչ մի ֆիզիկական իմաստ չունեն:

Նկ. 268-ում պատկերված են վան-դեր-Վաալսի իզոթերմները ջերմաստիճանի մի քանի արժեքների համար: T' ջերմաստիճանի և p_1' -ից մինչև p_2' -ի սահմաններում ընկած ճնշումների դեպքում (118.4)-ում գործակիցները այնպիսին են, որ հավասարման բոլոր երեք լուծումներն էլ իրական են. այլ ճնշումների դեպքում իրական կլինի միայն մեկ լուծումը: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ երեք իրական լուծումների միջև եղած տարբերությունը փոքրանում է (համեմատեք T' և T'' իզոթերմները, $T'' > T'$): Սկսած որոշակի և յուրաքանչյուր նյութի համար յուրահատուկ T_{4p} ջերմաստիճանից, ցանկացած ճնշման դեպքում իրական է մնում (118.4) հավասարման միայն մեկ լուծումը: T_{4p} ջերմաստիճանը կոչվում է կրիտիկական: Եթե բարձրացնենք ջերմաստիճանը, ապա V_1' , V_2' և V_3' հավասարումների լուծումներին համապատասխանող կետերը ավելի կմոտենան իրար և կրիտիկական ջերմաստիճանի դեպքում կձուլվեն մեկ կետում, որը նկ. 268-ում նշանակված է K տառով: K կետը կոչվում է կրիտիկական: Համապատասխան իզոթերմի



Նկ. 268

համար K -ն շրջման կետ է: Այդ կետին համապատասխանում են (118.4) հավասարման երեք համընկնող իրական լուծումներ: Կրիտիկական իզոթերմի K կետում տարած շոշափողը այն սահմանն է, որին ձգտում են p' , p'' և այլ հատողները՝ ջերմաստիճանը կրիտիկականին մոտենալու դեպքում: Հետևաբար, այս շոշափողը, ինչպես նաև բոլոր հատողները զուգահեռ են V առանցքին, այնպես, որ $\frac{dp}{dV}$ ածանցյալը K կետում հավասար է զրոյի: Բացի դրանից,

շրջման կետում պետք է զրոյի հավասար լինի $\frac{d^2p}{dV^2}$ երկրորդ ածանցյալը:

(118.1) հավասարումը լուծենք p -ի նկատմամբ՝

$$p = \frac{RT}{V_{կւ} - b} - \frac{a}{V_{կւ}^2}; \quad (118.5)$$

Այս արտահայտությունը ըստ $V_{կւ}$ -ի ածանցելիս կստանանք

$$\frac{dp}{dV_{կւ}} = - \frac{RT}{(V_{կւ} - b)^2} + \frac{2a}{V_{կւ}^3},$$

$$\frac{d^2p}{dV_{կւ}^2} = \frac{2RT}{(V_{կւ} - b)^3} - \frac{6a}{V_{կւ}^4};$$

Կրիտիկական կետում, այսինքն՝ $T = T_{կր}$, $V_{կւ} = V_{կւ.կր}$, տեղադրելիս այս արտահայտությունները հավասարվում են զրոյի՝

$$- \frac{RT_{կր}}{(V_{կւ.կր} - b)^2} + \frac{2a}{V_{կւ.կր}^3} = 0,$$

$$\frac{2RT_{կր}}{(V_{կւ.կր} - b)^3} - \frac{6a}{V_{կւ.կր}^4} = 0;$$

K կետի համար գրված (118.5)-ի հետ միասին՝

$$p_{կր} = \frac{RT_{կր}}{V_{կւ.կր} - b} - \frac{a}{V_{կւ.կր}^2},$$

Նրանք կազմում են p_{4r} , V_{4r} և T_{4r} անհայտներով երեք հավասարումներ: Հավասարումների այս սխեմայի լուծումը տալիս է՝

$$V_{4r} = 3b$$

$$p_{4r} = \frac{a}{27b^2},$$

$$T_{4r} = \frac{8a}{27bR}:$$

Այսպիսով, իմանալով վան-դեր-Վաալսի a և b հաստատունները, կարելի է գտնել կրիտիկական կետին համապատասխանող V_{4r} , p_{4r} և T_{4r} , որոնք կոչվում են կրիտիկական մեծություններ: Ընդհակառակը, իմանալով կրիտիկական մեծությունները, կարող ենք որոշել վան-դեր-Վաալսի հաստատունների արժեքները:

Կրիտիկական մեծությունների արտահայտություններից բխում է

$$p_{4r} V_{4r} = \frac{3}{8} RT_{4r},$$

այն դեպքում, երբ իդեալական գազի վիճակի հավասարման համաձայն պետք է տեղի ունենար հետևյալ հավասարությունը՝

$$p_{4r} V_{4r} = RT_{4r}:$$

§ 119. Փորձառական իզոթերմեր

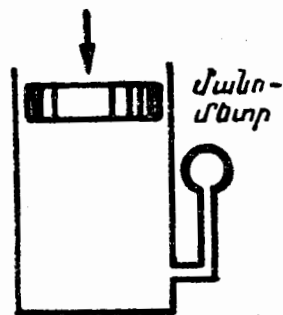
Փորձնական ճանապարհով իզոթերմ ստանալու համար պետք է վերցնել գազանման վիճակում գտնվող մի նյութ և տեղաշարժվող մխոց ունեցող անոթում տեղավորելուց հետո (նկ. 269) սկսել դանդաղորեն սեղմել, կատարելով ճնշման և ծավալի միաժամանակյա հաշվանքներ, միաժամանակ հետևելով, որ նյութի ջերմաստիճանը մնա հաստատուն: Կրիտիկականից ավելի ցածր ջերմաստիճանի համար կատարված նման փորձերի արդյունքները տրված են նկ.

270-ում: Սկզբում ծավալի փոքրացմանը զուգընթաց գազի ճնշումը աճում է, ընդ որում իզոթերմի ընթացքը բավականին լավ նկարագրվում է Վան-դեր-Վաալսի հավասարումով: Սակայն, սկսած ծավալի որոշ V_4 արժեքից, փորձառական իզոթերմը դադարում է ենթարկվել (118.3) հավասարմանը: Սկսած ծավալի այս արժեքից, ճնշումը անոթում այլևս չի փոփոխվում, իսկ հենց ինքը՝ նյութը դադարում է համասեռ լինելուց. գազի մի մասը խտանում և վերածվում է հեղուկի, այսինքն՝ նյութը շերտավորվում է երկու փուլերի՝ հեղուկ և գազանման: Ծավալի հետագա փոքրացմանը զուգընթաց նյութի ավելի մեծ մասն է վերածվում հեղուկ փուլի, ընդ որում անցումը իրականացվում է հաստատուն ճնշման դեպքում, որը նկարում նշանակված է $P_{3,4}$ -ով:

Նյութի խտացման պրոցեսը (հեղուկացումը) ավարտվելուց հետո (այդ տեղի է ունենում ծավալը V_5 -ի հասնելու դեպքում) ծավալի հետագա փոքրացումը ուղեկցվում է ճնշման արագ աճով: Ընդ որում իզոթերմի ընթացքը նորից մոտավորապես ենթարկվում է (118.3) հավասարմանը: Իզոթերմի այս տեղամասին համապատասխանող վիճակներում նյութը նորից կլինի համասեռ, բայց իրենից կներկայացնի ոչ թե գազ, այլ հեղուկ:

Այսպիսով, Վան-դեր-Վաալսի հավասարումը նկարագրում է նյութի ոչ միայն գազանման վիճակը, այլև ընդգրկում է հեղուկ վիճակի անցման և հեղուկի սեղմման պրոցեսները:

Փորձառական իզոթերմի և Վան-դեր-Վաալսի իզոթերմի համեմատությունից հետևում է, որ այս իզոթերմերը բավականին լավ համընկնում են նյութի միափուլ վիճակներին:

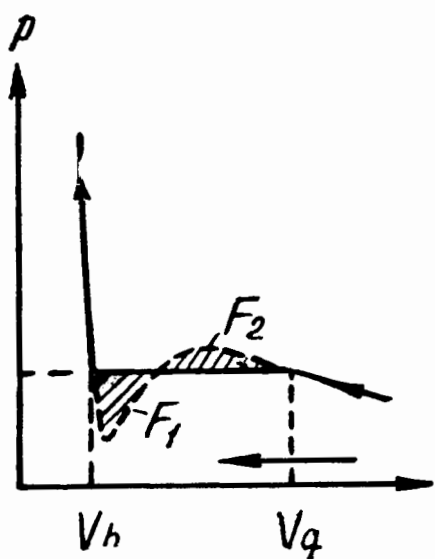


Նկ. 269

1 Գազանման նյութը կրիտիկականից ցածր ջերմաստիճանում երբեմն կոչվում է գոլորշի:

համապատասխանող վիճակներում և իրարից լրիվ տարբերվում են նյութը երկու փուլերի բաժանվելու տեղամասում: Վանդեր-Վաալսի իզոթերմի կեռածե ոլորագծի փոխարեն փորձառական իզոթերմը այդ տիրույթում ունի ուղղափոխ հորիզոնական մի տեղամաս, որը դասավորված է այնպես, որ ոլորագծով ընդգրկված F_1 և F_2 մակերեսները (նկ. 270) միատեսակ են:

Իզոթերմի հորիզոնական տեղամասին համապատասխանող վիճակներում նյութի գազանման և հեղուկ փուլերի միջև գոյություն ունի հավասարակշռություն: Այն գազը (կամ գոլորշին), որը հավասարակշռության մեջ է գտնվում իր հեղուկի հետ, կոչվում է հագեցած գոլորշի:



նկ. 270

$p_{\text{հ}}$ ճնշումը, որի դեպքում հավասարակշռություն կարող է լինել սովյալ ջերմաստիճանի պայմաններում, կոչվում է հագեցած գոլորշու ճնշում (կամ առաձգականություն): $V_{\text{գ}}$ -ն այն ծավալն է, որ զբաղեցնում է գազանման նյութը $p_{\text{հ}}$ ճնշման դեպքում. $V_{\text{հ}}$ -ն հեղուկ վիճակում գտնվող նյութի ծավալն է նույն ճնշման դեպքում: Միավոր մասսա ունեցող նյութի ծավալը կոչվում է V' տեսակարար ծավալ: Այդ դեպքում, եթե նյութի մասսան հավասար է m -ի, հագեցած գոլորշու և հեղուկի տեսակարար ծավալները T ջերմաստիճանում և $p_{\text{հ}}$ ճնշման դեպքում համապատասխանաբար կլինեն

$$V'_{\text{գ}} = \frac{V_{\text{գ}}}{m}, \quad V'_{\text{հ}} = \frac{V_{\text{հ}}}{m}; \quad (119.1)$$

Ծավալի ցանկացած միջանկյալ V արժեքի դեպքում (նկ. 271) $m_{\text{հ}}$ մասսայով նյութի մի մասը կգտնվի հեղուկ վիճակում, իսկ $m_{\text{գ}}$ մասսա ունեցող մյուս մասը՝ գազանման վիճակում: Հետևաբար, հեղուկին բաժին կընկնի $V'_{\text{հ}} m_{\text{հ}}$ ծավալը, իսկ հագեցած գոլորշուն՝ $V'_{\text{գ}} m_{\text{գ}}$ ծավալը: Այս երկու

Ժավալների գումարը հավասար է V ժավալին, այսինքն՝

$$V = V_s m_s + V_z m_z :$$

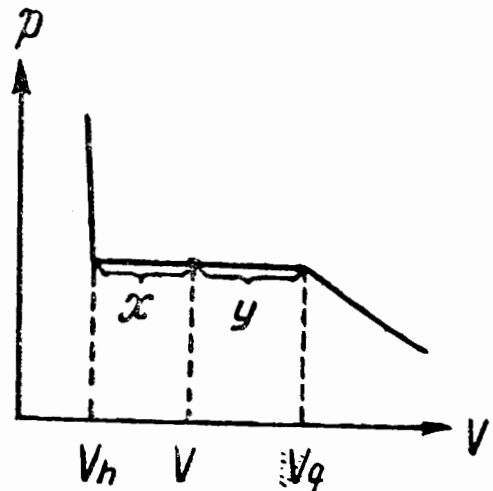
Տեղադրելով սրա մեջ տեսակարար ժավալների (119.1) արտահայտությունները և փոխարինելով m մասսան $m_s + m_z$ գումարով, կստանանք

$$V = V_s \frac{m_s}{m_s + m_z} + V_z \frac{m_z}{m_s + m_z},$$

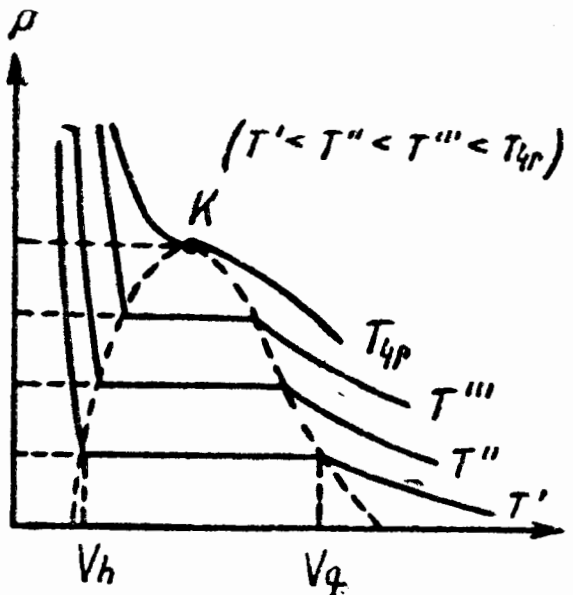
որտեղից

$$\frac{m_s}{m_z} = \frac{V_z - V}{V - V_s} = \frac{y}{x} :$$

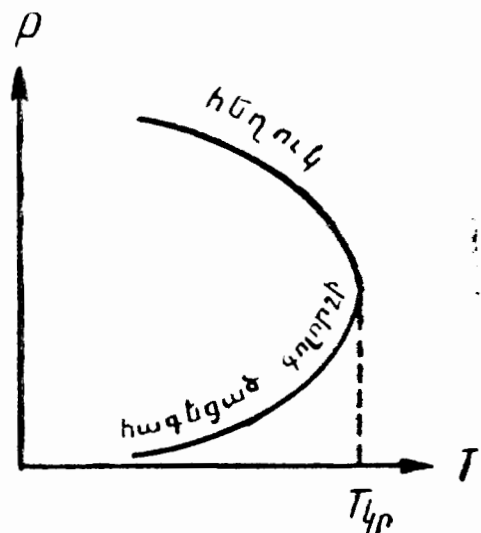
Նկ. 271



Հետևաբար, երկփուլ վիճակում հեղուկի և հափեցած գոլորշու մասսաների հարաբերությունը հավասար է այն հատվածների հարաբերությանը, որոնք ստացվում են վիճակը



Նկ. 272

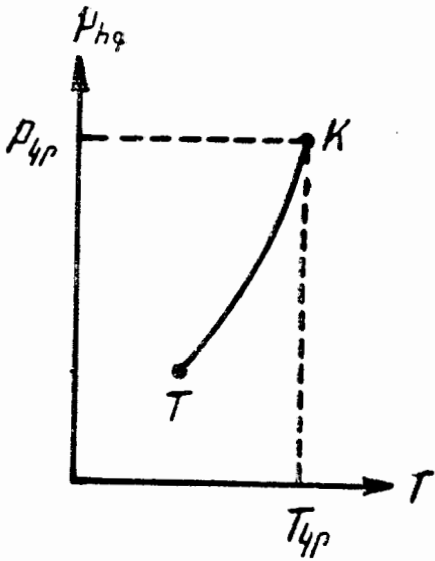


Նկ. 273

պատկերող կետով իզոթերմի հորիզոնական տեղամասը բաժանելու հետևանքով:

Նկ. 272-ում բերված են փորձառական իզոթերմերը ջերմաստիճանի մի քանի արժեքների համար: Ինչպես երևում է նկարից, ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին իզո-

Թերմի հորիզոնական տեղամասը կրճատվում և կրիտիկական $T_{կր}$ ջերմաստիճանի դեպքում կենտրոնացվում է մի



Նկ. 274

կետում: Սրան համապատասխան փոքրանում է տեսակարար ծավալների, հետևաբար նաև հեղուկի և հազեցած գոլորշու խտությունների միջև եղած տարբերությունները: Կրիտիկական ջերմաստիճանների դեպքում այս տարբերությունը լրիվ վերանում է: Միաժամանակ վերանում է նաև հեղուկի և գոլորշու միջև գոյություն ունեցող ամեն մի տարբերություն: Հեղուկի և հազեցած գոլորշու խտությունների կախումը ջերմաստիճանից ցույց է տրված նկ. 273-ում:

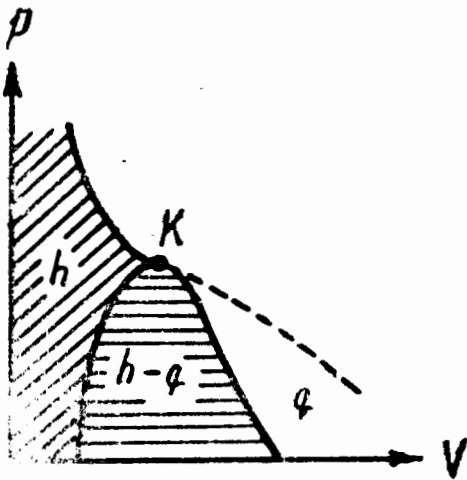
Նկ. 272-ից հետևում է, որ հազեցած գոլորշու ճնշումը աճում է ջերմաստիճանի հետ միասին՝ կրիտիկական կետում հասնելով իր $P_{կր}$ արժեքին: $P_{կր}$ -ի կախումը ջերմաստիճանից արված է նկ. 274-ում: Կորը վերջանում է կրիտիկական կետում, որովհետև կրիտիկականից ավելի բարձր ջերմաստիճաններում հազեցած գոլորշի հասկացությունը կորցնում է իր իմաստը: Կորը սկսվում է, այսպես կոչված, եռակի կետից (որի մասին կիրոսովի § 151-ում):

Եթե իզոթերմի հորիզոնական տեղամասի եզրային կետերով անցկացնենք մի գիծ (նկ. 272), կստացվի նյութի երկփուլային վիճակների տիրույթը սահմանափակող գանգականման մի կոր: Կրիտիկականից ավելի բարձր ջերմաստիճաններում նյութը ցանկացած ճնշման դեպքում համասեռ է: Այդպիսի ջերմաստիճաններում ոչ մի սեղմում չի կարող իրականացնել նյութի հեղուկացումը:

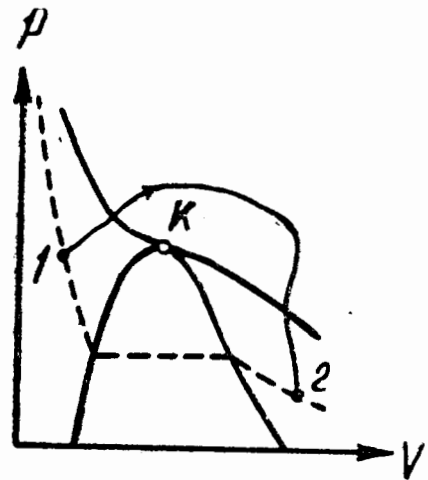
Կրիտիկական ջերմաստիճան հասկացությունը առաջին անգամ մտցրել է Դ. Ի. Մենդելևեը 1860 թվին: Այդ ջերմաստիճանը Մենդելևեը անվանել է հեղուկի բացարձակ եռման ջերմաստիճան և դիտել է այն որպես այնպիսի ջերմաստիճան, որի դեպքում վերանում են մոլեկուլների

միջև գոյություն ունեցող հարակցական ուժերը, և հեղուկը վերածվում է գոլորշու՝ անկախ ճնշումից և նրա գրաված ծավալից:

Ջանգալանման կորը և K կետի աջ կողմում գտնվող կրիտիկական իզոթերմի սեղամասը (p, V) դիագրամը բաժանում են երեք տիրույթների (նկ. 275): Շեղ սավերագրծերով նշված է նյութի համասեռ հեղուկ վիճակների տիր-



Նկ. 275



Նկ. 276

րույթը: Ինչպես գիտենք, զանգալանման կորի տակ գրտնրվում է երկփուլ վիճակների տիրույթը և, վերջապես, զանգալանման կորի և կրիտիկական իզոթերմի վերևի ճյուղի աջ կողմում գտնվող տիրույթը իրենից ներկայացնում է նյութի համասեռ գազանման վիճակների տիրույթը:

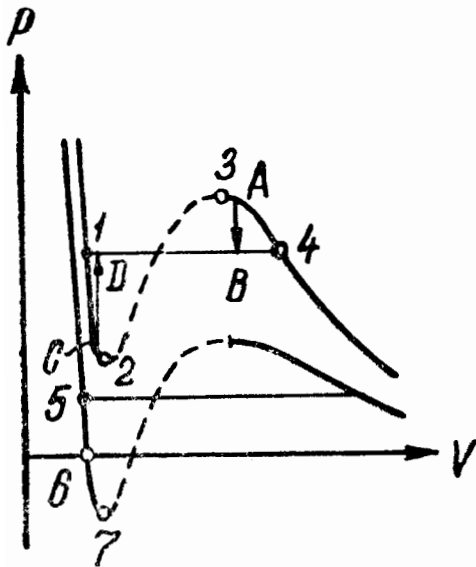
Այս տիրույթում կարելի է հատկապես առանձնացնել կրիտիկական իզոթերմի աջ ճյուղի տակ գտնվող մասը՝ անվանելով այն գոլորշու տիրույթ: Այս տիրույթում գրտնրվող յուրաքանչյուր վիճակ տարբերվում է մյուս գազանման վիճակներից նրանով, որ սկզբում այս վիճակում գրտնրվող նյութը իզոթերմիկ սեղմման դեպքում հեղուկանում է: Վիճակներից որևէ մեկում կրիտիկականից ավելի քարձր ջերմաստիճանում գտնվող նյութը ոչ մի սեղմումով չի կարելի հեղուկացնել: Գազանման վիճակների ստորաբաժանումը գազի և գոլորշու ոչ բոլորն են ընդունում:

Ընտրելով անցման պրոցեսը այնպես, որ այն չճատի երկփուլ տիրույթը (նկ. 276), կարելի է իրականացնել հեղուկ վիճակից գազանմանին անցումը (կամ հակառակը)՝

առանց նյութը երկու փուլի բաժանելու: Այս դեպքում անցման պրոցեսի ընթացքում նյութը միշտ կմնա համասեռ:

§ 120. Գերհագեցած գոլորշի և գերտաքացած հեղուկ

Վան-Դեր-Վաալսի և փորձառական իզոթերմերի համեմատումից պարզեցինք, որ 1—2—3—4 կեռանման ոլորագծի փոխարեն (նկ. 277) փորձառական իզոթերմն ունի 1—4 ուղղագիծ տեղամաս, որը համապատասխանում է նյութի երկփուլ վիճակներին: Սա բացատրվում է 1—2—3—4



Նկ. 277

ուղորագծին համապատասխանող համասեռ վիճակների անկայունություններ: 2—3 տեղամասում վիճակների անկայունությունը դառնում է ակնառու, եթե հաշվի առնենք, որ այդ տեղամասում $\frac{dp}{dV}$ ածանցյալը

դրական է: Հետևաբար, վիճակների 2—3 հաջորդականությունը անցնելու ընդունակություն ունեցող նյութը օժտված կլինի հակաբնական հատկություններով, օրինակ, գազի ծավալի մեծացումը կուղեկցվեր ոչ թե

ճնշման փոքրացումով, այլ աճով:

1—2 և 3—4 տեղամասերում $\frac{dp}{dV}$ -ն բացասական է, այնպես որ թվում է, թե այս տեղամասերը կարող էին իրացվել: Իսկապես, հայտնի պայմանների դեպքում այս տեղամասերին համապատասխանող վիճակները կարող են իրագործվել: Ճիշտ է, նրանք լիովին կայուն չեն, օրինակ, բավական է, որ A վիճակում գոլորշու մեջ ընկնի փոշեհատիկ, որպեսզի ամբողջ նյութը տարրալուծվի երկու փուլերի և անցնի B վիճակին (տե՛ս սլաքով ցույց տրված A→B անցումը նկ. 277-ում): Այսպիսի ոչ լրիվ կայուն վիճակները կոչվում

են մե տ ա ս տ ա բ ի լ վիճակներ: 1—2 վիճակներում գրտնրվող նյութը կոչվում է գերտաքացած հեղուկ, իսկ 3—4 վիճակներում գտնվողը՝ գերհագեցած գոլորշի:

Բավականին փոքր ջերմաստիճաններում Վանդեր-Վաալսի իզոթերմի ոլորագծի ներքևի մասը V առանցքը հատում և անցնում է բացասական ճնշումների տիրույթը (տե՛ս ներքևի իզոթերմը նկ. 277-ում):

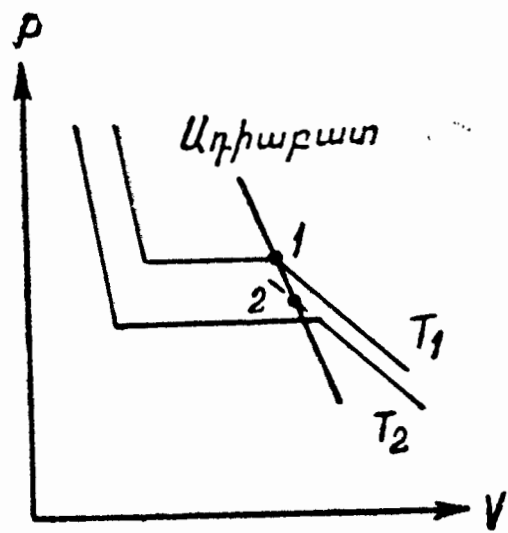
Ակնհայտ է, որ բացասական ճնշման դեպքում նյութը գտնվում է ոչ թե սեղմված, այլ ձգված վիճակում: Այսպիսի վիճակները հայտնի պայմաններում նույնպես կարող են իրացվել: Այսպիսով, ներքևի իզոթերմի 5—6 տեղամասը համապատասխանում է գերտաքացած հեղուկին, իսկ 6—7 տեղամասը՝ ձգված հեղուկին:

Քննարկենք այն պայմանները, որոնցում իրագործվում են մետաստաբիլ վիճակները: Սկսենք գերհագեցած գոլորշուց:

Եթե գոլորշին բոլորովին չի պարունակում կողմնակի ներխառնուկներ, չի կարող հեղուկանալ: Կաթիլի առաջացման համար անհրաժեշտ է, որ մեծ թվով մոլեկուլներ միաժամանակ մոտենան իրար այնպիսի հեռավորության վրա, ինչպիսի հեռավորության վրա գտնվում են հեղուկի մոլեկուլները. սակայն սա բացարձակապես անհավանական է: Ստացում առաջացնելու համար անհրաժեշտ են, այսպես կոչված, խտացման կենտրոններ, որոնք որսում են իրենց մոտեցող մոլեկուլները և վերածում են նրանց հեղուկ փուլի: Որպես խտացման կենտրոններ կարող են ծառայել փոշեհատիկները, հեղուկի կաթիլները և հատկապես լիցքավորված մասնիկները (իոնները):

Այսպիսով, եթե գոլորշին խնամքով մաքրենք կողմնակի ներխառնուկներից և իոններից, այն կարող է գտնվել տվյալ ջերմաստիճանում հագեցած գոլորշու ք_ս ճնշումը գերազանցող ճնշման տակ: Այսպիսի վիճակը կլինի մետաստաբիլ: Բավական է առաջանա խտացման մեկ կենտրոն, որ գերհագեցած գոլորշու վիճակը խախտվի և նյութը անցնի երկփուլ վիճակի:

Գործնականորեն գերհագեցած գոլորշի կարելի է ստանալ ոչ գերհագեցած գոլորշին կտրուկ ընդարձակելով: Արագ ընդարձակելու դեպքում արտաքին միջավայրի հետ ջերմափոխականություն տեղի չի ունենում, և այդ ընդարձակումը ուղեկցվում է գոլորշու սառեցումով: Այս դեպքում գոլորշու վիճակը պատկերող կեսը տեղափոխվում է ադիաբատով: Ինչպես ցույց էր տրված



Նկ. 278

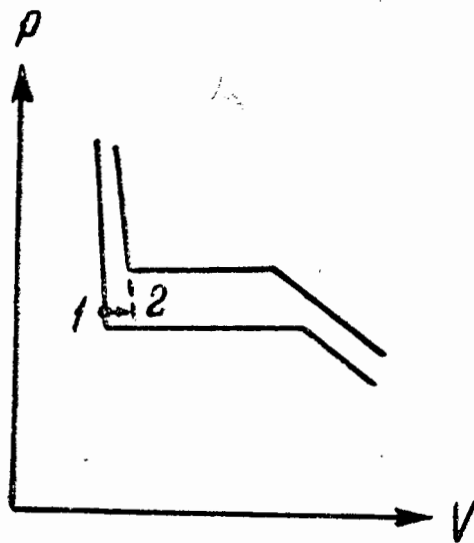
§ 103-ում, ադիաբատը իզոթերմից ավելի թեք է, որի հետևանքով գոլորշին T_1 ջերմաստիճանին համապատասխանող ստաբիլ 1 վիճակից (Նկ. 278) կարող է անցնել ավելի ցածր T_2 ջերմաստիճանին համապատասխանող մետաստաբիլ 2 վիճակը: Այս պրոցեսը օգտագործվում է վիլսոնի կամերայում, որը լիցքավորված մասնիկների (օրինակ՝ α մասնիկների) հետքերը դիտելու

համար նախատեսված մի սարք է: Վիլսոնի կամերայում գտնվող օդը, որ հագեցած է ջրի կամ սպիրտի գոլորշիով, կտրուկ ընդարձակվում է: Դրա հետևանքով օդը սառչում է, և գոլորշին ստացվում է գերհագեցած վիճակում: Կամերայի մեջ մտնող մասնիկը իր ճանապարհին իոնացնում է մոլեկուլներին: Գերհագեցած գոլորշին առաջացած իոնների վրա խառնում է փոքր կաթիլների ձևով, առաջացնելով լավ տեսանելի հետք:

Բննարկենք գերտաքացած հեղուկի ստացման ներք: Բուռն ձևով գոլորշու առաջացման պրոցեսը (այսինքն՝ եռալը), ինչպես և խտացման պրոցեսը, կարող է տեղի ունենալ կողմնակի ներխառնուկների, օրինակ, ավազի հատիկների կամ հեղուկում լուծված գազի պղպջակների վրա: Եթե հեղուկը խնամքով մաքրենք պինդ ներխառնուկներից և նրա մեջ լուծված գազերից, ապա (հեղուկը տաքացնելով կարելի է հասցնել մի այնպիսի վիճակի, որի ճնշումը ավելի

փոքր է սվյալ չեւրմաստիճանին համապատասխանող P_2 ճնշումից, իսկ հեղուկը չի շեռում: Մա էլ հենց կլինի գերտաքացած հեղուկի վիճակը:

Հեղուկի անցումը սովորական վիճակից դեպի գերտաքացած վիճակը ցույց է տրված նկ. 279-ում (տե՛ս սլաքով ցույց տրված 1—2 անցումը): Գերտաքացած հեղուկի վիճակը մետաստաբիլ է: Բավական է գերտաքացած հեղուկի մեջ ավազի մի հատիկ գցել, որ հեղուկը սկսի եռալ և նյութը անցնի ստաբիլ երկփուլային վիճակի (տե՛ս $C \rightarrow D$ անցումը նկ. 277-ում):



Նկ. 279

Ձգված հեղուկ, օրինակ սնդիկ, կարելի է ստանալ հետևյալ ձևով: Եթե սնդիկի մեջ սուղենք մեկ ծայրը զոդված երկար ապակյա խողովակ և զոդված ծայրը վերև ուղղելուց հետո այն զգուշորեն սնդիկից դուրս հանենք, այդպիսի խողովակում կստացվի սնդիկի սյուն, որը զգալիորեն գերազանցում է 760 մմ: Հետևաբար, սնդիկը խողովակում կպահպանվի ոչ թե մթնոլորտի ճնշման ուժով, այլ մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող հարակցական ուժերով: Սնդիկը խողովակում կգտնվի ձգված վիճակում, այսինքն բացասական ճնշման տակ:

§ 121. Իրական գազի ներքին էներգիան

Իրական գազի մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցությունը պայմանավորում է նրանց փոխադարձ E_p պոտենցիալ էներգիան, որը շարժման E_k կինետիկ էներգիայի հետ միասին կազմում է գազի ներքին էներգիան՝

$$U = E_k + E_p$$

Մեկ կիլոմոլ գազի մեջ գտնվող մոլեկուլների կինետիկ էներգիան, ինչպես գիտենք [տե՛ս (102.8)], հավասար է $E_k = C_v T$, այսինքն՝ շերմաստիճանի ֆունկցիա է: Մոլեկուլների փոխադարձ պոտենցիալ էներգիան կախում ունի մոլեկուլների միջև եղած միջին հեռավորությունից: Ուստի, E_p -ն պետք է լինի գազի V ծավալի ֆունկցիա: Հետևաբար, իրական գազի ներքին էներգիան երկու պարամետրերի՝ T -ի և V -ի ֆունկցիա է:

Գազի ընդարձակման ժամանակ մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող ձգողության ուժերը հաղթահարելու համար պետք է կատարվի աշխատանք: Ինչպես հայտնի է մեխանիկայից, ներքին ուժերի դեմ կատարված աշխատանքը մեծացնում է համակարգի պոտենցիալ էներգիան: Արտաքին ուժերի դեմ կատարված աշխատանքը որոշող $d'A = p dV$ արտահայտության նման գազի մեկ կիլոմոլի մոլեկուլների միջև գործող ներքին ուժերի դեմ կատարված աշխատանքը կարելի է գրել $d'A = p_i dV_{ij}$ տեսքով, որտեղ p_i -ն վանդեր-վաալսյան¹ գազի դեպքում հավասար է a/V^2_{ij} -ի: $d'A$ -ն հավասարեցնելով dE_p աճին, կստանանք

$$dE_p = p_i dV_{ij} = \frac{a}{V_{ij}^2} dV_{ij}:$$

Այս արտահայտությունը ինտեգրելով, պոտենցիալ էներգիայի համար կստանանք

$$E_p = - \frac{a}{V_{ij}} + \text{const}:$$

Ինտեգրման հաստատունի արժեքը պետք է ընտրել այնպես, որպեսզի U ներքին էներգիայի արտահայտությունը սահմանային դեպքում, երբ ծավալը ձգտում է անսահմանության, անցնի իրական գազի ներքին էներգիայի համար գոյություն ունեցող արտահայտությանը (հիշենք, որ ծավա-

¹ Այսինքն՝ այն դազը, որը ենթարկվում է վանդեր-վաալսի հավասարմանը:

լի մեծացման դեպքում բոլոր իրական գազերը իրենց հատկություններով մոտենում են իդեալական գազերին): Ելնելով այս դատողություններից, ինտեգրման հաստատունը պետք է վերցնել զրո: Այս դեպքում իրական գազի ներքին էներգիայի համար կստացվի հետևյալ արտահայտությունը՝

$$U_{իդ} = C_V T - \frac{a}{V_{իդ}}, \quad (121.1)$$

որից հետևում է, որ ներքին էներգիան աճում է ինչպես ջերմաստիճանի բարձրացման, այնպես էլ ծավալի մեծացման դեպքում:

Եթե գազը ընդարձակվի կամ սեղմվի առանց արտաքին միջավայրի հետ ջերմափոխանակման մեջ մտնելու և առանց արտաքին աշխատանք կատարելու, ապա թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի համաձայն գազի ներքին էներգիան պետք է մնա հաստատուն: Այն գազի համար, որի էներգիան որոշվում է (121.1) բանաձևով, պետք է տեղի ունենա հետևյալ պայմանը՝

$$dU_{իդ} = C_V dT + \frac{a}{V_{իդ}^2} dV_{իդ} = 0,$$

որտեղից հետևում է, որ dT -ն և $dV_{իդ}$ -ն ունեն տարբեր նշաններ:

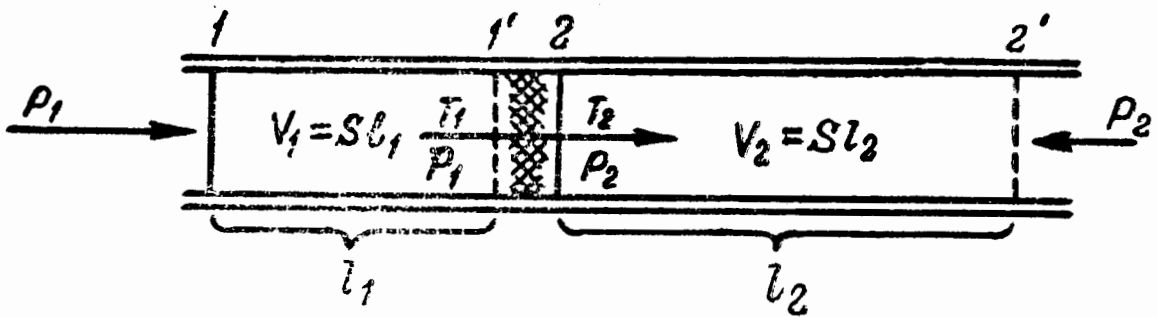
Հետևաբար, գազը այդպիսի պայմաններում ընդարձակվելիս պետք է միշտ սառչի, իսկ սեղմվելիս՝ տաքանա:

§ 122. Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտը

Փազը ծակոտկեն միջնորմ ունեցող ջերմամեկուսացված խողովակի միջով բաց թողնելով Ջոուլը և Թոմսոնը հայտնաբերեցին, որ ընդարձակման դեպքում, որով ուղեկցվում է գազի անցումը միջնորմով, գազի ջերմաստիճանը փոքրինչ փոփոխվում է: Սկզբնական ճնշումից և ջերմաստիճանից կախված ջերմաստիճանի ΔT փոփոխությունը կունենա

որևէ նշան h , մասնավորապես, կարող է հավասարվել զրոյի: Այդ երևույթը կոչվում է Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտ: Եթե գազի ջերմաստիճանը իջնում է ($\Delta T < 0$), էֆեկտը համարվում է դրական: Եթե գազը տաքանում է ($\Delta T > 0$), էֆեկտը համարվում է բացասական:

Փորձի սխեման տրված է նկ. 280-ում: Ջերմությունը չափազանց վատ հաղորդող պատեր ունեցող խողովակում հաստատվել է գազի ստացիոնար (ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող) հոսք խողովակում:



Նկ. 280

Գոյություն ունի մանր ծակոտիներով մի միջնորմ (բամբակից պատրաստված խցան), որի վրա տեղի է ունենում ճնշման անկումը ավելի մեծ P_1 արժեքից մինչև ավելի փոքր P_2 արժեքը, որի հետևանքով գազը խիստ ընդարձակվում է: Չափվում է ջերմաստիճանների $\Delta T = T_2 - T_1$ տարբերությունը:

Մտովի առանձնացնենք 1 և 2 կտրվածքներով սահմանափակված գազի մասը: Խողովակով գազի շարժմանը զուգընթաց այս կտրվածքները տեղափոխվում են: Դիցուք որոշ ժամանակից հետո նրանք համապատասխանաբար գտնվում են 1' և 2' դիրքերում: Քանի որ գազի նույն բաժինը միջնորմի ետևի կողմում զբաղեցնում է ավելի մեծ ծավալ, քան միջնորմի առջևում, ապա 2 կտրվածքը տեղափոխվում է ավելի մեծ հատվածով, քան 1 կտրվածքը: Գազի առանձնացված մասի համար գրենք թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի հավասարումը: Գազը ընդարձակվում է

առանց արտաքին միջավայրի հետ ջերմափոխանակության (ադիաբատիկ): Ուստի գազի ներքին էներգիայի աճը պետք է հավասարվի գազի վրա կատարված աշխատանքին, այսինքն՝

$$U_2 - U_1 = A': \quad (122.1)$$

Գազի տվյալ բաժնի վրա աշխատանք է կատարում այդ բաժնի հետ սահմանակից գազը: Գազի առանձնացված մասի վրա ձախ կողմից ազդում է $p_1 S$ ուժը (S -ը խողովակի կտրվածքն է), որը ուղղված է շարժման ուղղությամբ: U_2 կողմից ազդում է $p_2 S$ ուժը, որը հակազդում է շարժմանը՝ Արդյունքում գազի քննարկվող բաժնի վրա կատարվում է հետևյալ աշխատանքը

$$A' = p_1 S l_1 - p_2 S l_2:$$

Նկատի ունենալով, որ $S l_1$ -ը ընդարձակումից առաջ գազի գրաված V_1 ծավալն է, իսկ $S l_2$ -ը՝ ընդարձակումից հետո գրաված V_2 ծավալը, կարելի է գրել

$$A' = p_1 V_1 - p_2 V_2:$$

Այս արտահայտությունը (122.1)-ի մեջ տեղադրելով, կստանանք

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2: \quad (122.2)$$

Այսպիսով, Ջոուլ-Թոմսոնի փորձի պայմաններում պահպանվում է ոչ թե գազի ներքին էներգիան, այլ վիճակի ֆունկցիա հանդիսացող $U + pV$ մեծությունը¹:

Կատարենք հաշվարկ գազի մեկ կիլոմոլի համար: Գազը ընդարձակվելով կունենա մեծ ծավալ, այնպես որ նրան կարելի կլինի բավականին մեծ ճշտությամբ համարել իդեա-

¹ Թերմոդինամիկայում այս ֆունկցիան կոչվում է ջերմապարունակություն կամ էնտալպիա:

լազան: Ուստի կարելի է ընդունել, որ p_2V_2 -ը հավասար է RT_2 -ի, իսկ $U_2=C_VT_2$: (118.1)-ի համաձայն

$$p_1V_1 = \left[\frac{RT_1}{V_1-b} - \frac{a}{V_1^2} \right] V_1:$$

U_1 -ի համար պետք է վերցնել (121.1) արտահայտությունը: Բոլոր այս արտահայտությունները (122.2)-ի մեջ տեղադրելով, կստանանք

$$C_VT_1 - \frac{a}{V_1} + \frac{RT_1V_1}{V_1-b} - \frac{a}{V_1} = C_VT_2 + RT_2:$$

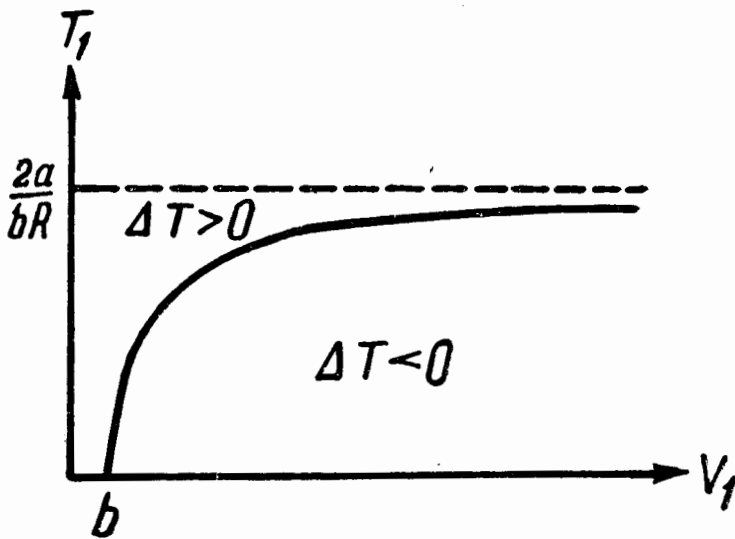
Երրորդ գումարելին կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{RT_1V_1}{V_1-b} = \frac{RT_1(V_1-b+b)}{V_1-b} = RT_1 + \frac{RT_1b}{V_1-b}:$$

Այս հաշվի առնելով, կգտնենք

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_V + R} \left(\frac{RT_1b}{V_1-b} - \frac{2a}{V_1} \right): \quad (122.3)$$

ΔT -ի նշանը որոշվում է փակագծերում գտնվող արտահայտության նշանով:

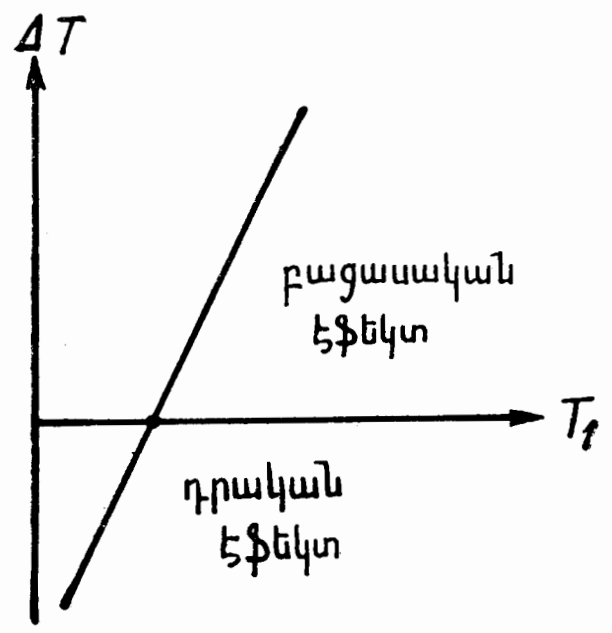


Նկ. 281

հայտությունների նշանով: Զրոյական էֆեկտը ($\Delta T=0$) ստացվում է այն պայմանի դեպքում, երբ

$$\frac{RT_1b}{V_1-b} - \frac{2a}{V_1} = 0: \quad (122.4)$$

(V_1, T_1) հարթության վրա (122.4) հավասարմանը համապատասխանում է նկ. 281-ում պատկերված կորը: Այդ կորի կետերը որոշում են T_1 և V_1 պարամետրերի այն արժեքները, որոնց դեպքում $\Delta T = 0$: Այդ կորից վերև գտնվող կետերը որոշում են T_1 -ի և V_1 -ի այն արժեքները, որոնց դեպքում $\Delta T > 0$, այսինքն՝ էֆեկտը բացասական է (կորից դեպի վեր սեղաշարժվելիս փակագծերում գտնվող առաջին գումարելին աճում է և փակագծում գտնվող արտահայտությունը դառնում է դրոյից մեծ): Կորի ներքևի մասում գտնվող կետերը որոշում են T_1 -ի և V_1 -ի այն արժեքները, որոնց դեպքում էֆեկտը դրական է ($\Delta T < 0$): (122.4) հավասարումով նկարագրվող կորը կոչվում է ինվերսիայի կոր:



Նկ. 282

Այսպիսով, էֆեկտի նշանը և մեծությունը որոշվում են գազի սկզբնական ջերմաստիճանով և սկզբնական ծավալով (կամ սկզբնական ճնշումով): $T_1 > \frac{2a}{bR}$ դեպքում էֆեկտը կլինի միշտ բացասական, իսկ $T_1 < \frac{2a}{bR}$ դեպքում էֆեկտը դրական կլինի միայն բավականին մեծ սկզբնական ծավալի դեպքում (այսինքն՝ բավականին փոքր սկզբնական ճնշման դեպքում):

Տվյալ սկզբնական ծավալի (ճնշման) դեպքում ΔT մեծությունը փոխվում է գծայնորեն՝ սկզբնական T_1 ջերմաստիճանից կախված (նկ. 282): Որքան ցածր է սկզբնական ջերմաստիճանը, այնքան ավելի ուժեղ է սառչում գազը Զոուլ-Թոմսոնի էֆեկտի հետևանքով:

Նշենք, որ Զոուլ-Թոմսոնի էֆեկտը ամբողջովին պայմանավորված է իդեալական վիճակից գազի շեղումով: Իդեալ

լական գազի համար $pV = RT$ և (122.2) պայմանը վերածվում է

$$C_v T_1 + RT_1 = C_v T_2 + RT_2$$

պայմանի, որտեղից $T_1 = T_2$:

§ 123. Գազերի հեղուկացումը

Գազը հեղուկացնելու համար անհրաժեշտ է սառեցնել կրիտիկական $T_{կր}$ ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճաններում: Աղյուսակ 11-ի երկրորդ սյունակում բերված են մի քանի գազերի կրիտիկական ջերմաստիճանների արժեքները¹: Ինչպես երևում է աղյուսակից, այնպիսի գազերի, ինչպիսին են թթվածինը, ազոտը, ջրածինը և հելիումը, հե-

Աղյուսակ 11

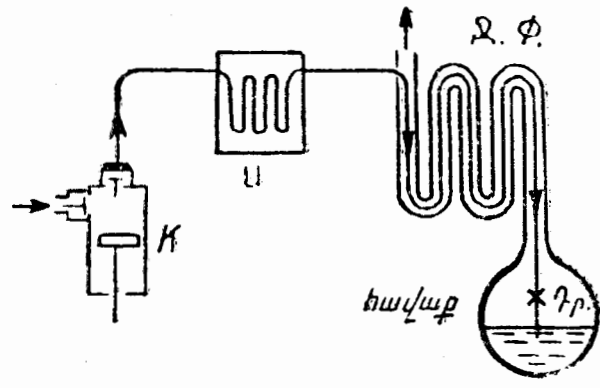
Նյութը	կրիտիկական ջերմաստիճանը ($^{\circ}\text{C}$)	Եռման ջերմաստիճանը մթնոլորտային ճնշման դեպքում ($^{\circ}\text{C}$)
Թթվածին	— 119	— 183
Ազոտ	— 147	— 196
Ջրածին	— 240	— 253
Հելիում	— 268	— 269

ղուկ վիճակի փոխադրումը պահանջում է նրանց ջերմաստիճանների խիստ իջեցում: Գազերի հեղուկացման արդյունաբերական եղանակներից մեկում (Լինդեյի եղանակը) գազի սառեցման համար օգտագործվում է Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտը:

¹ Աղյուսակի երկու սյունակներում էլ տրված են ջերմաստիճանների կլորացրած արժեքները:

Նկ. 283-ում տրված է Լինդեյի եղանակի սկզբունքային սխեման: Կոմպրեսորով (K) սեղմված գազը անցնում է սառնարանի (Ս) միջով, որտեղ սառեցվում է մինչև ինվերսիայի կետից ավելի ցածր գտնվող ջերմաստիճանը: Սա պետք է նրա համար, որ հետագա ընդարձակման դեպքում գազը Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտի հետևանքով ոչ թե տաքանա, այլ սառչի: Այնուհետև գազը հոսում է ջերմափոխանակիչի (ՋՓ) ներքին խողովակով և, Գրոսելի (ԳՐ) (որը կատարում է նույն ֆունկցիան, ինչ որ բամբակյա խցանը Ջոուլ-Թոմսոնի փորձում) միջով անցնելուց հետո խիստ ընդարձակվում է և սառչում:

Ջերմափոխանակիչը բաղկացած է տարբեր տրամագծեր ունեցող երկու երկար խողովակներից, որոնցից մեկը մըտցրված է մյուսի մեջ (փոխանակիչի չափերը փոքրացնելու համար երկու խողովակներն էլ փաթաթված են պարուրած): Ներքին խողովակի պատերը ջերմության լավ հաղորդիչ են, իսկ արտաքին խողովակը պատված է ջերմամեկուսիչով: Եթե խողովակներով բաց թողնենք մուտքերում

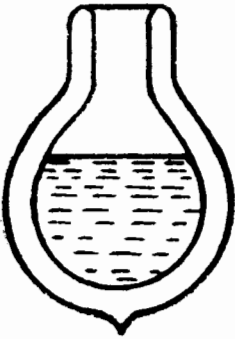


Նկ. 283

տարբեր ջերմաստիճանների ունեցող գազերի հանդիպակաց հոսքեր, ապա ներքին խողովակի պատերի միջով տեղի ունեցող ջերմափոխանակման հետևանքով գազերի ջերմաստիճանները կհավասարվեն. ջերմափոխանակիչի մուտքում ավելի բարձր ջերմաստիճան ունեցող գազը ջերմափոխանակիչով անցնելուց սառչում, իսկ հանդիպակաց հոսքը տաքանում է:

Սառքը գործի դնելուց անմիջապես հետո ընդարձակվելու հետևանքով գազի ջերմաստիճանի իջեցումը բավական չէ, որ գազը հեղուկանա: Քիչ սառեցրած գազը ուղղվում է դեպի ջերմափոխանակիչի արտաքին խողովակը, որի հետևանքով որոշ չափով սառեցվում է ջերմափոխանակիչի ներ-

քին խողովակով դեպի դրոսելը հոսող գազը: Ուստի դրոսելին հասնող գազի յուրաքանչյուր հաջորդ բաժինը կունենա ավելի ցածր ջերմաստիճան, քան նախորդը: Դրա հետ



Նկ. 284

միաժամանակ, որքան ցածր է գազի սկզբնական ջերմաստիճանը, այնքան ավելի է իջեցվում նրա ջերմաստիճանը Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտի հետևանքով: Հետևաբար, գազի յուրաքանչյուր հաջորդ բաժին մինչև ընդարձակվելը կունենա ավելի ցածր ջերմաստիճան, քան նախորդը և, բացի դրանից, ավելի շատ կսառչի ընդարձակման հետևանքով: Այսպիսով, հաջողվում է հասնել ջերմաստիճանի առավել մեծ իջեցմանը հավաքիչում (հավաք.) և ի վերջո ջերմաստիճանը այնքան է իջնում, որ գազի մի մասը ընդարձակվելուց հետո հեղուկանում է:

Գազերի հեղուկացման երկրորդ արդյունաբերական եղանակը (Կլոդի մեթոդը) հիմնված է աշխատանք կատարելիս նրանց սառչելու երևույթի վրա: Սեղմված գազը ուղղվում է դեպի մխոցային մեքենան (դետանդերը), որտեղ այն ընդարձակվելով մխոցի վրա աշխատանք է կատարում ներքին էներգիայի պաշարի հաշվին: Այս եղանակը կատարելագործել է սովետական ֆիզիկոս Պ. Լ. Կապիցան, որը մխոցային դետանդերի փոխարեն գազի սառեցման համար կիրառել է տուրբոդետանդեր, այսինքն՝ մի տուրբին, որը պտրաման մեջ է դրվում նախապես սեղմված գազի միջոցով:

Նուման ցածր ջերմաստիճան ունեցող հեղուկ գազերը պահվում են հատուկ կառուցվածք ունեցող անոթներում, որոնք կոչվում են Դյուարի անոթներ: Այդ անոթներն ունեն կրկնակի պատեր (Նկ. 284), որոնց արանքում գտնվող օդը լրիվ հեռացվում է: Վակուումի պայմաններում գազի ջերմահաղորդությունը նվազում է ճնշման իջեցման հետ միասին (տե՛ս § 115): Ուստի անոթի պատերի միջև գտնվող անօդ տարածությունը ստեղծում է ջերմային բարձր մեկուսացում: Դյուարի անոթները պատրաստվում են ինչպես ապակուց,

այնպէս էլ մետադից և ունենում են մի քանի տասնյակ միլիլիտրից մինչև մի քանի հազար լիտր սարողություն:

Հեղուկացված գազի ջերմաստիճանը որոշվում է այն ճնշմամբ, որի տակ գտնվում է տվյալ գազը: Աղյուսակ 11-ում տրված են եռման ջերմաստիճանները մթնոլորտային ճնշման դեպքում: Իջեցնելով այն ճնշումը, որի դեպքում եռում է հեղուկացված գազը (այս կարելի է կատարել առաջացած գազերը անընդհատ արտածելով), կարելի է իջեցնել այդ գազի ջերմաստիճանը: Այս եղանակով ջերմաստիճանը կարելի է այնքան իջեցնել, որ հեղուկը կանցնի պինդ վիճակի:

XIV Գ Լ Ո Ի Խ

ԹԵՐՄՈՂԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

§ 124. Ներածություն

Սկզբում թերմոդինամիկան եղել է ջերմությունը աշխատանքի փոխարկելու մասին գիտություն: Սակայն թերմոդինամիկայի հիմքում ընկած օրենքները այնքան ընդհանուր բնույթ են կրում, որ ներկայումս թերմոդինամիկայի մեթոդները մեծ հաջողությամբ կիրառվում են մեծ թվով ֆիզիկական և քիմիական պրոցեսներ հետազոտելու և նյութի ու ճառագայթման հատկությունները ուսումնասիրելու համար: Ինչպես արդեն նշվել է § 91-ում, նյութի փոխարկումների հատկությունները և պրոցեսները ուսումնասիրելիս թերմոդինամիկան երևույթների միկրոսկոպիկ պատկերի քննարկմամբ չի զբաղվում: Թերմոդինամիկան երևույթները քննարկում է փորձից բխող հիմնական օրենքների (սկզբունքների) վրա հիմնվելով: Այդ պատճառով թերմոդինամիկայից ստացվող եզրակացությունները նույնքան հավաստի են, որքան և նրա հիմքում ընկած օրենքները: Այդ օրենքները հսկայական թվով փորձնական ավյալների ընդհանրացումն են:

Թերմոդինամիկայի հիմքը կազմում են նրա առաջին երկու սկզբունքները: Առաջին սկզբունքը սահմանում է այն քանակական առնչությունները, որոնք տեղի են ունենում էներգիայի մեկ տեսակը մյուսին փոխարկվելիս: Երկրորդ

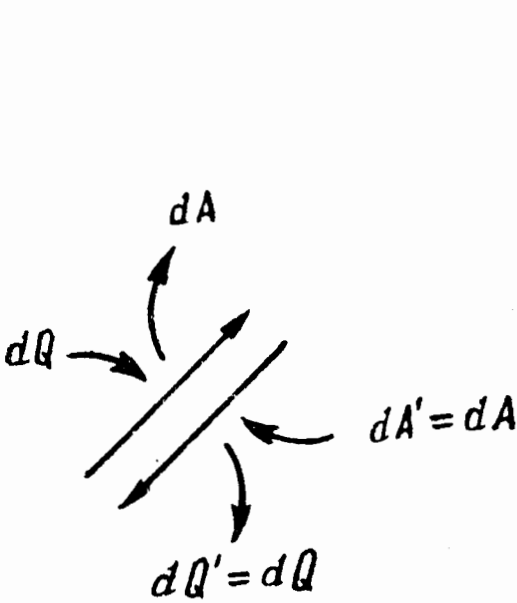
սկզբունքը սահմանում է այն պայմանները, որոնց դեպքում հնարավոր են այդ փոխարկումները, այսինքն՝ որոշում է պրոցեսների հնարավոր ուղղությունները:

Առաջին սկզբունքը ձևակերպվեց § 95-ում [տե՛ս (95.2) բանաձևը]: Երկրորդ սկզբունքի ձևակերպումը տրվելու է § 126-ում:

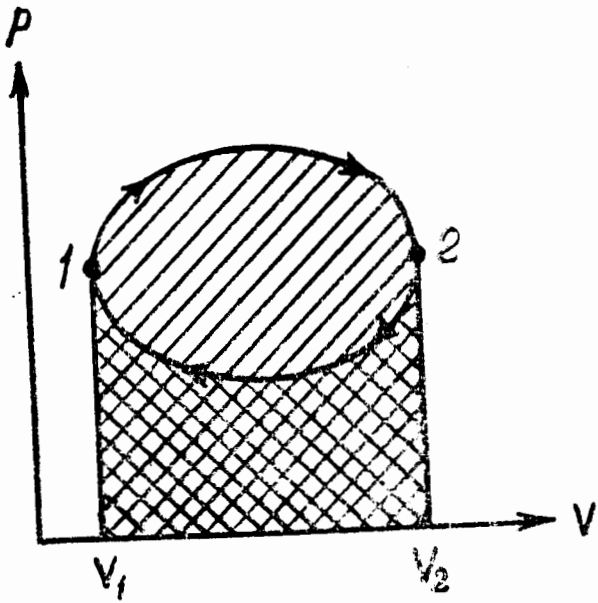
Թերմոդինամիկայում մեծ դեր են խաղում հավասարակշռված վիճակի և դարձելի պրոցեսի հասկացությունները: Հավասարակշռված վիճակի հասկացությունը պարզաբանել ենք § 93-ում:

Դարձելի է կոչվում այն պրոցեսը, որը կատարվում է հակառակ ուղղությամբ այնպիսի ձևով, որ համակարգը անցնի ուղիղ ընթացքի ժամանակ անցած նույն վիճակներով, սակայն հակառակ հաջորդականությամբ: § 93-ում առկա է հետևում է, որ դարձելի կարող է լինել միայն հավասարակշռված պրոցեսը:

Ակնհայտ է, որ դարձելի պրոցեսը օժտված է հետևյալ



Նկ. 285



Նկ. 286

հատկությամբ. եթե ուղիղ ընթացքի ժամանակ որևէ տարրական տեղամասում համակարգը ստանում է $d'Q$ ջերմություն և կատարում է $d'A$ աշխատանք (Նկ. 285), ապա հակառակ ընթացքի ժամանակ նույն տեղամասում համակարգը տալիս է $d'Q' = d'Q$ ջերմություն և նրա նկատմամբ կատարվում է $d'A' = d'A$ աշխատանք: Այդ պատճառով, երբ

դարձելի պրոցեսը ընթանում է սկզբում մեկ, ապա հակառակ ուղղությամբ, և համակարգը վերադառնում է սկզբնական վիճակին, այդ համակարգը շրջապատող մարմիններում ոչ մի փոփոխություն չի լինում:

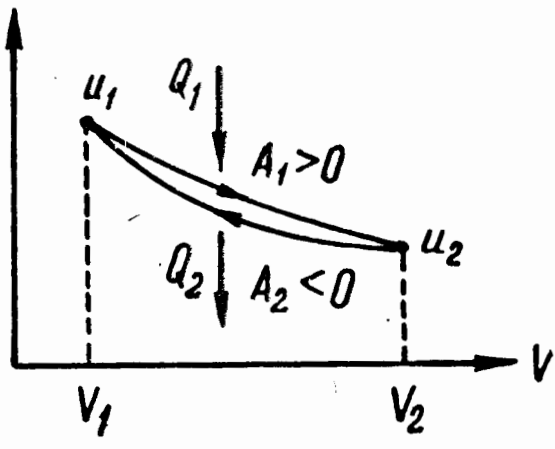
Շրջանային պրոցես (կամ ցիկլ) է կոչվում այն պրոցեսը, որի դեպքում համակարգը մի շարք փոփոխություններից հետո վերադառնում է սկզբնական վիճակին: Գրաֆիկորեն ցիկլը պատկերվում է փակ կորով (նկ. 286): Շրջանային պրոցեսի դեպքում կատարված աշխատանքը թվապես հավասար է կորով պարփակված մակերեսին: Իսկապես, ինչպես ցույց է տրված § 96-ում, 1—2 տեղամասում կատարված աշխատանքը դրական է և թվապես հավասար է աջ թեքված ստվերագծով նշված մակերեսին (քննարկվում է ժամացույցի սլաքի շարժման ուղղությամբ կատարվող ցիկլը): 2-1 տեղամասում աշխատանքը բացասական է և թվապես հավասար է ձախ թեքված ստվերագծով նշված մակերեսին: Հետևաբար, մեկ ցիկլի դեպքում կատարված աշխատանքը թվապես հավասար է կորով պարփակված մակերեսին և դրական է ուղիղ ցիկլի դեպքում (այսինքն՝ այն դեպքում, երբ ցիկլը կատարվում է ժամացույցի սլաքի շարժման ուղղությամբ), բացասական՝ հակառակ ցիկլի դեպքում:

Ցիկլից հետո համակարգը վերադառնում է իր նախկին վիճակին: Ուստի վիճակի յուրաքանչյուր ֆունկցիա, մասնավորապես՝ ներքին էներգիան, ցիկլի սկզբում և վերջում ունի միևնույն արժեքը:

§ 125. Ջերմային մեքենայի օգտակար գործողության գործակիցը

Յուրաքանչյուր շարժիչ մի համակարգ է, որը բազմաթիվ անգամ որևէ շրջանային պրոցես (ցիկլ) է կատարում: Դիցուք ցիկլի ընթացքում բանող նյութը (օրինակ, գազը) սկզբում ընդարձակվում է մինչև V_2 ծավալը, ապա նորից սեղմվում է մինչև սկզբնական V_1 ծավալը (նկ. 287): Որ-

պեսզի մեկ ցիկլի ընթացքում կատարված աշխատանքը զրոյից մեծ լինի, ճնշումը (հետևաբար նաև ջերմաստիճանը) ընդարձակման պրոցեսի ընթացքում պետք է ավելի մեծ լինի, քան սեղմման դեպքում: Դրա համար ընդարձակման ընթացքում բանոդ նյութին պետք է ջերմություն հաղորդել, իսկ սեղմման ընթացքում ջերմությունը նրանից խլել:



Նկ. 287

Գրենք թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի հավասարումը ցիկլի երկու մասերի համար: Ընդարձակման դեպքում ներքին էներգիան փոփոխվում է U_1 -ից մինչև U_2 արժեքը, ընդ որում համակարգը ստանում է Q_1 ջերմություն և կատարում է A_1 աշխատանք: Առաջին սկզբունքի համաձայն

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1 \quad (125.1)$$

Սեղմման դեպքում համակարգը կատարում է A_2 աշխատանք և տալիս է Q'_2 ջերմություն, որը համարվում է $-Q'_2$ ջերմությանը.

$$-Q'_2 = U_1 - U_2 + A_2 \quad (125.2)$$

Գումարելով (125.1) և (125.2) հավասարումները, կստանանք

$$Q_1 - Q'_2 = A_1 + A_2$$

Նկատելով, որ $A_1 + A_2$ -ը մեկ ցիկլի ընթացքում համակարգի կատարած A լրիվ աշխատանքն է, կարելի է գրել

$$A = Q_1 - Q'_2 \quad (125.3)$$

Պարբերաբար գործող շարժիչը, որը աշխատանք է կատարում դրսից ստացած ջերմության հաշվին, կոչվում է ջերմային մեքենա:

Թեթևագրում հետևյալ կերպ, անհնար է ստանալ առաջին կարգի հավերժական շարժիչ, այսինքն՝ այնպիսի պարբերաբար գործող շարժիչ, որը կարողանար կատարել ավելի շատ աշխատանք, քան դրսից ստացված էներգիան:

Ինչպես հետևում է (125.3)-ից, դրսից ստացված ոչ բոլոր Q_3 ջերմությունն է օգտագործվում օգտակար աշխատանքի ստացման համար: Շարժիչի ցիկլային աշխատանքի համար ջերմության մի մասը՝ Q'_2 պետք է վերադառնա արտաքին միջավայր և, հետևաբար, այն չի օգտագործվում ուղղակի նպատակով (այսինքն՝ օգտակար աշխատանք կատարելու համար): Ակնհայտ է, որ ջերմային մեքենան որքան լրիվ է դրսից ստացված Q_1 ջերմությունը փոխարկում օգտակար A աշխատանքի, այնքան այդպիսի մեքենան ավելի շահավետ է, ուստի ջերմային մեքենան ընդունված է բնութագրել η օգտակար գործողութայն գործակցով (կրճատ՝ օ. գ. գ.), որը որոշվում է որպես մեկ ցիկլի ընթացքում կատարված A աշխատանքի և մեկ ցիկլի ընթացքում ստացված Q_1 ջերմութայն հարաբերություն, այսինքն՝

$$\eta = \frac{A}{Q_1}; \quad (125.4)$$

Քանի որ (125.3)-ի համաձայն $A = Q_1 - Q'_2$, օ. գ. գ. արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\eta = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1}; \quad (125.5)$$

Օ. գ. գ. սահմանումից հետևում է, որ այն չի կարող մեկից ավելի մեծ լինել:

Եթե շուռ տանք նկ. 287-ում պատկերված ցիկլը, կստանանք սառեցնող մեքենայի ցիկլը: Այդպիսի մեքենան մեկ ցիկլի ընթացքում T_2 ջերմաստիճան ունեցող մարմնից վերցնում է Q'_2 քանակությամբ ջերմություն, իսկ ավելի բարձրը՝ T_1 ջերմաստիճան ունեցող մարմնին տալիս է Q_1 քանակությամբ ջերմություն: Մեկ ցիկլի ընթացքում մեքենայի

նկատմամբ պետք է կատարվի A աշխատանքը: Սառեցնող մեքենայի էֆեկտիվությունը բնութագրում են նրա սառեցման գործակցով, որը ըստ սահմանման հավասար է սառեցվող մարմնից վերցված Q_2' ջերմության և մեքենան աշխատեցնելու համար ծախսված A աշխատանքի հարաբերությանը, այսինքն՝

$$\text{սառեցման գործակիցը} = \frac{Q_2'}{A} = \frac{Q_2'}{Q_1 - Q_2'}$$

§ 126. Թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքը

Թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքը, ինչպես նաև առաջինը, կարելի է ձևակերպել մի քանի եղանակներով: Երկրորդ սկզբունքի ամենաակնհայտ ձևակերպումն է՝ ջերմության ինքնաբերական անցումը ավելի քիչ տաքացված մարմնից դեպի ավելի շատ տաքացվածը անհնար է: Ավելի ճիշտ, անհնար են այնպիսի պրոցեսները, որոնց միակ վերջնական արդյունքը ջերմության անցումն է քիչ տաքացված մարմնից դեպի ավելի շատ տաքացված մարմինը:

Չպետք է այնպես պատկերացնել, որ երկրորդ սկզբունքը ընդհանրապես արգելում է ջերմության անցումը քիչ տաքացված մարմնից դեպի ավելի շատ տաքացված մարմինը: Նախորդ պարագրաֆի վերջում քննարկեցինք այդպիսի անցմանը հանգեցնող մի պրոցես: Սակայն այդ անցումը պրոցեսի միակ արդյունքը չէր: Անցումը ուղեկցվում էր շրջապատող մարմինների մեջ տեղի ունեցող փոփոխություններով, որոնք կապված էին համակարգի նկատմամբ A աշխատանք կատարելու հետ:

Երկրորդ սկզբունքը կարելի է ձևակերպել նաև հետևյալ կերպ: Անհնար են այնպիսի պրոցեսները, որոնց միակ վերջնական արդյունքը որոշակի քանակությամբ ջերմության հեռացումն է որևէ մարմնից և այդ ջերմության ւրիվ փոխակերպումն է աշխատանքի:

Առաջին հայացքից կարող է այնպես թվալ, որ երկրորդ ձևակերպմանը հակասում է, օրինակ՝ իդեալական գազի իզոթերմիկ ընդարձակման պրոցեսը: Իսկապես, որևէ մարմնից իդեալական գազի ստացած ջերմությունը լրիվ փոխակերպվում է աշխատանքի: Սակայն ջերմության ստացումը և նրա փոխակերպումը աշխատանքի պրոցեսի միակ վերջնական արդյունքը չէ. դրանից բացի, պրոցեսի հետևվանքով փոփոխվում է նաև գազի ծավալը:

Ջերմային մեքենայում ջերմության փոխակերպումը աշխատանքի անպայման ուղեկցվում է լրացուցիչ պրոցեսով՝ որոշ Q'_2 քանակությամբ ջերմության հաղորդումով (տե՛ս նախորդ պարագրաֆը) ավելի սառը մարմնին, որի հետևվանքով ավելի շատ տաքացված մարմնից ստացված ջերմության Q_1 քանակը չի կարող լրիվ փոխակերպվել աշխատանքի:

Հեշտ է համոզվել նրանում, որ երկրորդ ձևակերպման պնդումը տրամաբանորեն հետևում է առաջին ձևակերպման պնդումից: Իսկապես, աշխատանքը կարող է լրիվ փոխակերպվել ջերմության, օրինակ՝ շփման միջոցով: Ուստի երկրորդ ձևակերպումով արգելված պրոցեսի օգնությամբ որևէ մարմնից վերցված ջերմությունը լրիվ աշխատանքի վերածելուց հետո այդ աշխատանքը, շփման միջոցով ջերմության վերածելով, որը հաղորդվում է ավելի բարձր ջերմաստիճան ունեցող մի մարմնին, մենք կիրականացնենք մի պրոցես, որը անհնար է առաջին ձևակերպման համաձայն:

Օգտագործելով թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքով արգելված պրոցեսները, կարելի է ստեղծել մի շարժիչ, որը աշխատանք կկատարի գործնականորեն անսպառ էներգիայի աղբյուրից, օրինակ՝ օվկիանոսից, ստացված ջերմության հաշվին: Գործնականորեն այդպիսի շարժիչը հավասարազոր կլիներ հավերժական շարժիչին: Ուստի երկրորդ սկզբունքը երբեմն ձևակերպվում է հետևյալ կերպ: Անհնարին է ստեղծել երկրորդ կարգի հավերժական շարժիչ, այսինքն՝ պարբերաբար գործող այնպիսի մի շարժիչ, որը

ջերմություն ստանար մեկ ամբարից և այդ ջերմությունը լրիվ փոխակերպեր աշխատանքի:

§ 127. Կարնոյի ցիկլը

Ենթադրենք, թե որեէ մարմին կարող է ջերմափոխանակության մեջ մտնել T_1 և T_2 ջերմաստիճաններ ունեցող երկու ջերմային այնպիսի ամբարների հետ, որոնք օժտված են անսահման մեծ ջերմունակությամբ: Մա նշանակում է, որ այդ ամբարներից ստացվող կամ նրանց հաղորդվող վերջավոր ջերմության քանակը չի փոխում նրանց ջերմաստիճանը: Պարզենք, թե ինչպիսի՞ դարձելի ցիկլ կարող է կատարել մարմինը այդ պայմաններում:

Ակնհայտ է, որ քննարկվող ցիկլը բաղկացած է պրոցեսներից, որոնց ընթացքում մարմինը ջերմային փոխանակման մեջ է գտնվում ամբարների հետ, և այնպիսի պրոցեսներից, որոնք չեն ուղեկցվում արտաքին միջավայրի հետ ջերմափոխանակությամբ, այսինքն՝ ադիաբատիկ պրոցեսներից:

Այն պրոցեսը, որը ուղեկցվում է ամբարների հետ ջերմափոխանակությամբ, կարող է դարձելի լինել միայն այն դեպքում, եթե այդ պրոցեսի ընթացքում մարմնի ջերմաստիճանը հավասար է համապատասխան ամբարի ջերմաստիճանին: Իսկապես, եթե, օրինակ, մարմինը ջերմություն ստանում է T_1 ջերմաստիճան ունեցող ամբարից, ունենալով T_1 -ից ավելի ցածր ջերմաստիճան, ապա նույն պրոցեսը հակառակ ուղղությամբ ընթանալու դեպքում մարմինը կկարողանա ամբար վերադարձնել նրանից ստացած ջերմությունը այն դեպքում, եթե մարմնի ջերմաստիճանը, համենայն դեպս, T_1 -ից ավելի ցածր չէ: Հետևաբար, պրոցեսի ուղիղ և հակառակ ընթացքներում մարմնի ջերմաստիճանը կլինի տարբեր, և երկու դեպքում էլ մարմինը կանցնի վիճակների տարբեր (ոչ միատեսակ ջերմաստիճաններով բնութագրվող) հաջորդականություններով, և քննարկվող պրոցեսը կլինի ոչ դարձելի:

Այսպիսով, ջերմահաղորդությունով ուղեկցվող պրոցեսը դարձելի կարող է լինել միայն այն դեպքում, երբ ջերմու-

Թյուն ստանալու և հակադարձ ընթացքի դեպքում շերմությունը ամբար վերադարձնելու ժամանակ մարմինն ունենա ամբարի շերմաստիճանը: Ճիշտ ասած, շերմություն ստանալիս մարմնի շերմաստիճանը պետք է անվերջ փոքր մեծություններ ավելի փոքր լինի ամբարի շերմաստիճանից (այլապես շերմությունը չի հոսի ամբարից դեպի մարմինը), իսկ շերմություն հաղորդելու դեպքում մարմնի շերմաստիճանը պետք է անվերջ փոքր մեծություններ ավելի մեծ լինի ամբարի շերմաստիճանից:

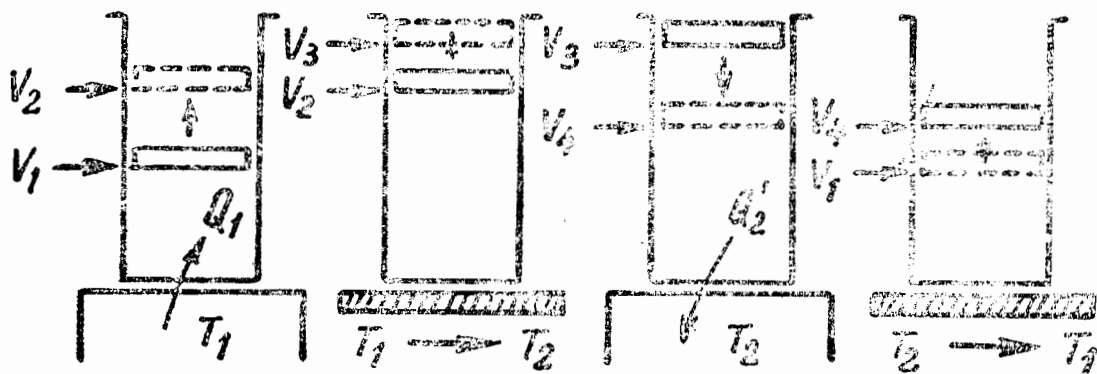
Հետևաբար, միակ դարձելի պրոցեսը, սրը ուղեկցվում է ամբարի հետ շերմահաղորդություններ, հաստատուն շերմաստիճանով, այդ ամբարի շերմաստիճանում ընթացող իզոթերմիկ պրոցեսն է:

Այսպիսով, եկանք այն եզրակացություն, որ անվերջ մեծ տարողություն ունեցող երկու շերմային ամբարների հետ շերմահաղորդության մեջ գտնվող մարմնից (կամ համակարգից) կատարվող դարձելի ցիկլը բաղկացած է միայն երկու իզոթերմներից (ամբարների շերմաստիճաններով) և երկու ադիաբատներից: Այդպիսի ցիկլը առաջին անգամ քննարկել է Ֆրանսիացի ինժեներ Մադի Կարնոն և կոչվում է Կարնոյի ցիկլ: Նշենք, որ Կարնոյի ցիկլը ըստ սահմանման դարձելի է:

Քննարկենք, թե ինչպես կարելի է իրագործել Կարնոյի ցիկլը, օբիեկտ՝ որպես բանող նյութ վերցված գազով: Դրա համար գազը լցնենք մխոցով կիսով փակված գլանի մեջ: Գլանի պատերը և մխոցը պատրաստենք շերմությունը չհաղորդող նյութից, իսկ գլանի հատակը, բնդհակառակը, պատրաստենք շերմությունը լավ հաղորդող նյութից: Ընդունենք որ գլանի և մխոցի շերմունակությունները արհամարհելու աստիճան փոքր են:

Դիցուք սկզբում մխոցը գտնվում է V_1 ծավալին և գազի T_1 շերմաստիճանին համապատասխանող դիրքում: Գլանը տեղավորենք T_1 շերմաստիճան ունեցող ամբարի վրա և գազին հնարավորություն տանք շատ գանգաղ ընդարձակվել մինչև V_2 ծավալը: Այդ դեպքում գազը ամբարից կստանա

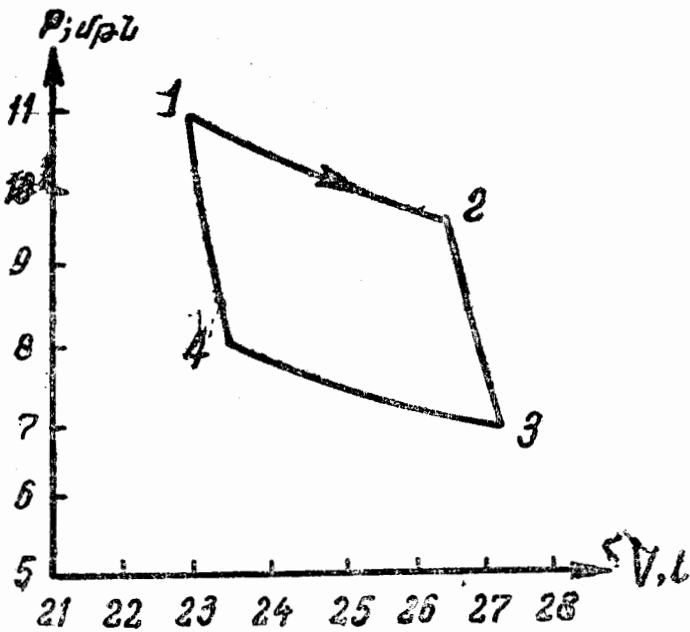
Q_1 ջերմությունը (նկ. 288): Այնուհետև գլանը հանենք ամբարի վրայից, հատակը փակենք ջերմամեկուսիչ կափարիչով և գազին հնարաւթորութիւն տանք ադիաբատիկ ընդարձակվել այնքան ժամանակ, մինչև նրա ջերմաստիճանն իջնի



Նկ. 288

մինչև T_2 արժեքը: Նրա հետևանքով գազի ծավալը կհավասարվի V_3 -ի: Այժմ հանենք ջերմամեկուսիչ կափարիչը և գլանը T_2 ջերմաստիճան ունեցող ամբարի վրա դնելով

գազը իզոթերմիկ եղանակով սեղմենք մինչև այնպիսի V_4 ծավալ, որպեսզի հաջորդ սեղմումը ադիաբատ եղանակով կատարելու դեպքում, երբ ջերմաստիճանը հասնի T_1 -ի, գազի ծավալը հավասարվի V_1 -ի (այլ կերպ ցիկլը չի փակվի): Վերջապես, գլանը հանենք ամբարի վրայից, հատակը փակենք ջերմամեկուսիչ կափարիչով



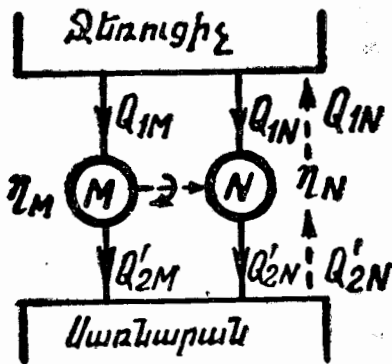
Նկ. 289

և գազը, ադիաբատ եղանակով սեղմելով, բերենք իր սկզբնական վիճակին (T_1 ջերմաստիճանով և V_1 ծավալով):

Եթե գազը իդեալական է, ապա համապատասխան ցիկլը (p, V) դիագրամի վրա կպատկերվի այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկ. 289-ում (տե՛ս նաև նկ. 293-ը):

§ 128. Դարձելի և ոչ դարձելի մեքենաների օգտակար գործողության գործակիցները

Հիմնվելով թերմոդինամիկայի երկրորդ օրենքի վրա, կարելի է ապացուցել, որ նույն ջեռուցիչով և սառնարանով աշխատող բոլոր դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ները ունեն միևնույն արժեքը:



Նկ. 290

Ապացուցենք հակառակ ենթադրություն միջոցով: Վերցնենք երկու կամայական դարձելի ջերմային M և N մեքենաներ (նկ. 290) և ենթադրենք, որ այդ մեքենաներից մեկի, օրինակ, M -ի օ. գ. գ-ը ավելի մեծ է, քան մյուսինը: Ինչպես կտեսնենք, այդ ենթադրությունը մեզ հակասության մեջ կդնի թերմոդինամիկայի երկրորդ

սկզբունքի հետ, հետևաբար այն պետք է հերքել:

Դատողությունները պարզեցնելու համար ընդունենք, որ երկու մեքենաներն էլ մեկ ցիկլի ընթացքում ջեռուցիչից վերցնում են միևնույն քանակությամբ ջերմություն¹, որը համառոտության համար նշանակենք Q_1 -ով, այսինքն՝

$$Q_{1M} = Q_{1N} = Q_1:$$

ենթադրության համաձայն $\eta_M > \eta_N$, այսինքն՝

$$\frac{Q_1 - Q'_{2M}}{Q_1} > \frac{Q_1 - Q'_{2N}}{Q_1},$$

որտեղ Q'_{2M} -ը և Q'_{2N} -ը ջերմության այն քանակներն են, որ M և N մեքենաները մեկ ցիկլի ընթացքում տալիս են սառնարանին:

¹ Այս ենթադրությունը անողայման չէ, որ պետք է կատարել: Եթե $Q_{1M} \neq Q_{1N}$, անհրաժեշտ է համադրել M մեքենայի m և N մեքենայի n ցիկլերը և m -ը ու n -ը վերցնել այնպիսին, որ $mQ_{1M} = nQ_{1N}$:

Ակնհայտ է, որ առաջարկված ենթադրություն դեպքում M մեքենան մեկ ցիկլի ընթացքում պետք է ավելի շատ աշխատանք կատարի, քան N մեքենան, ընդ որում

$$A_M - A_N = (Q_1 - Q'_{2M}) - (Q_1 - Q'_{2N}) = Q'_{2N} - Q'_{2M}: \quad (128.1)$$

N մեքենան աշխատանքի դցենք հակառակ ուղղությամբ, ստիպելով, որ այն աշխատի սառեցնող մեքենայի ռեժիմով: Այդ դեպքում, քանի որ մեքենան դարձելի է, այն մեկ ցիկլի ընթացքում սառնարանից կվերցնի նույն քանակությամբ այն Q'_{2N} ջերմությունը, որը ուղիղ ընթացքի ժամանակ մեքենան տալիս էր, և ջեռուցիչին կտա Q_1 քանակությամբ ջերմություն: Բացի դրանից, մեկ ցիկլի ընթացքում մեքենայի վրա պետք է կատարել A_N աշխատանք: Այս աշխատանքը կատարելու համար կարելի է օգտագործել M մեքենան, ընդ որում այդ մեքենաները միակցելով այնպես, որ M մեքենան աշխատանքի մեջ դնի N մեքենային: Այս ձևով միակցված մեքենաները իրենցից կներկայացնեն որևէ դարձելի ջերմային մեքենա:

Քննարկենք բաղադրյալ մեքենայի բաղանսը մեկ ցիկլի ընթացքում: M մեքենան ջեռուցիչից կվերցնի Q_1 ջերմություն, նույն քանակությամբ ջերմություն նրան կվերադարձնի N մեքենան: Հետևաբար, ցիկլը կատարելու հետևանքով բաղադրյալ մեքենան ոչ ջերմություն կստանա և ոչ էլ ջերմություն կտա ջեռուցիչին: Յիկլի ընթացքում սառնարանից կվերցվի $Q = Q'_{2N} - Q'_{2M}$ ջերմությունը:

M մեքենայի կատարած A_M աշխատանքի մի մասը կօգտագործվի N մեքենան աշխատանքի մեջ դնելու համար: Աշխատանքի մնացորդը, որը հավասար է՝ $A = A_M - A_N$, կարող է օգտագործվել ըստ մեր հայեցողության: (128.1)-ի համաձայն այս աշխատանքը հավասար է այն Q ջերմությանը, որը ստանում է միակցված մեքենան սառնարանից:

Հետևաբար, երկու մեքենաները նշված ձևով միակցելու դեպքում մեզ կհաջողվեր իրագործել այնպիսի մի պրոցես, որի միակ արդյունքը կլիներ որոշ Q քանակի ջերմության ստացումը մեկ մարմնից (սառնարանից) և այդ ջերմության

լրիվ փոխակերպումը աշխատանքի, որը թերմոդինամիկ այ
երկրորդ սկզբունքի համաձայն անհնար է: Այսպիսով, այն
ենթադրությունը, որ $\eta_M > \eta_N$, պետք է ղեն գցել:

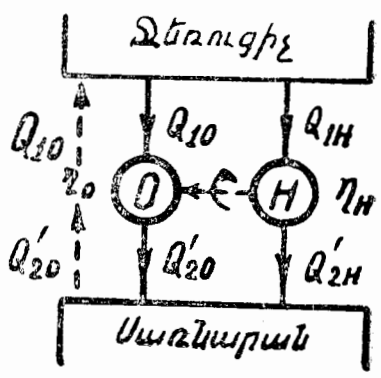
Նման ձևով թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքին
հակասում է նաև այն ենթադրությունը, որ $\eta_M < \eta_N$: Մրա-
նում համոզվելու համար պետք է կրկնել վերևում շարա-
դրված դատողությունները, ստիպելով, որ M մեքենան աշ-
խատի հակառակ ուղղությամբ:

Այսպիսով, M և N երկու դարձելի մեքենաների օ. գ.
գ-ները պետք է լինեն միատեսակ: Քանի որ M և N մեքե-
նաների մասին ոչ մի ենթադրություն չենք կատարել, բա-
ցի այն բանից, որ նրանք դարձելի են, ապա ստացված
արդյունքը իրավացի էլինի բոլոր դարձելի մեքենաների հա-
մար, անկախ նրանց կառուցվածքից և բանող նյութի հատ-
կություններից:

Այսպիսով, հանգեցինք այն եզրակացության, որ միև-
նույն շեռուցիչով և սառնարանով աշխատող բոլոր դարձե-
լի մեքենաների օ. գ. գ-ները պետք է լինեն միատեսակ:
Հետևաբար, դարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ները կարող են կա-
խում ունենալ միայն շեռուցիչի և սառնարանի շերմաստի-
ճաններից:

Այժմ համադրենք դարձելի O և ոչ դարձելի H մեքե-
նաների օ. գ. գ-ները (նկ. 291): Ենթադրենք, թե ոչ դար-
ձելի մեքենայի օ. գ. գ-ը ավելի մեծ է դարձելի մեքենայի
օ. գ. գ-ից: Դիցուք երկու մեքենաներն էլ մեկ ցիկլի ըն-
թացքում շեռուցիչից վերցնում են նույն քանակությամբ
շերմություն Q_1 ($Q_{1O} = Q_{1H} = Q_1$): Դարձելի մեքենան բանեց-
նելով հակառակ ուղղությամբ և ստիպելով, որ ոչ դարձելի
մեքենան աշխատանքի մեջ ղնի դարձելիին և կատարելով
ճիշտ այնպիսի դատողություններ, ինչպիսին կատարում են
դարձելի մեքենաների դեպքում, կարելի է ցույց տալ, որ $\eta_H >$
> η_O ենթադրությունը հակասում է թերմոդինամիկայի երկ-
րորդ սկզբունքին: Անհնար է նույն եղանակով ապացուցել,
որ ոչ դարձելի մեքենայի η -ն չի կարող ավելի փոքր լինել
դարձելի մեքենայի η -ից, որովհետև այդ դատողություննե-

ըր կատարելուց մեզ հարկ կլիներ ոչ դարձելի մեքենան բանեցնել հակառակ ուղղութեամբ: Չնայած դա հնարավոր է, սակայն մենք հիմք չունենք համարելու, որ հակառակ ուղղութեամբ աշխատելու դեպքում ոչ դարձելի մեքենայի կատարած աշխատանքը և ջերմութեան քանակները, որոնցով այդ մեքենան փոխանակվում է ջեռուցիչի և սառնարանի հետ, կտարբերվեն միայն իրենց նշաններով՝ ուղիղ ընթացքի դեպքում կատարված աշխատանքից և փոխանակված ջերմութեան քանակներից:



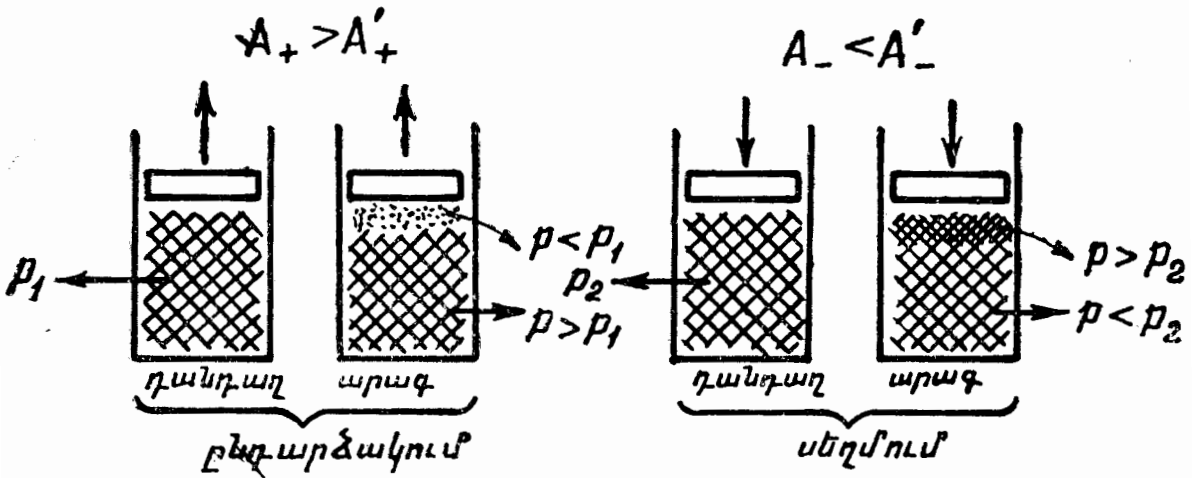
Նկ. 291

Այսպիսով, մեր կատարած դատողությունները հանգեցնում են $\eta_H > \eta_0$ ենթադրությունը հերքելու անհրաժեշտութեանը, առանց բացասելու $\eta_H < \eta_0$ հնարավորությունը: Միաժամանակ մի շարք ֆիզիկական դատողություններ վկայում են այն մասին, որ ոչ դարձելի մեքենայի օ. դ. գ-ը միշտ ավելի փոքր է նույն պայմաններում աշխատող դարձելի մեքենայի օ. դ. գ-ից: Այդ դատողություններից մի քանիսի հետ մենք կծանոթանանք:

Համադրենք գազի ընդարձակման և սեղմման դարձելի և ոչ դարձելի ցիկլերը: Դարձելի լինելու համար ցիկլը պետք է կատարվի շատ դանդաղ, որպեսզի գազի ճնշումը ամբողջ ծավալում հասցնի հավասարվել: Ցիկլի ընթացքում կատարված լրիվ աշխատանքը համապատասխանաբար կազմված է ընդարձակման և սեղմման դեպքերում կատարված դրական A_+ և բացասական A_- աշխատանքներից: Հետևաբար, արդյունաբար աշխատանքը՝ $A = A_+ - A_-$ (ենթադրվում է, որ ընդարձակման դեպքում գազը ստանում է ջերմություն, իսկ սեղմման դեպքում տալիս է ջերմություն):

Եթե ցիկլը կատարվի ոչ դարձելիորեն, այսինքն՝ բավականաչափ արագ, ապա ճնշումը չի հասցնի հավասարվել, և ընդարձակման դեպքում մխոցի տակի ճնշումը կլինի ավելի ցածր, քան այն, որ գոյություն էր ունեցել դարձելի ցիկլի ընթացքում մխոցի համանման դիրքի պայմաններում: Սեղմ-

ման ժամանակ, ընդհակառակը, ճնշումը քիչ ավելի բարձր կլինի (նկ. 292): Սրա հետևանքով A'_+ դրական գումարելին փոքր կլինի A_+ -ից, իսկ A'_- բացասական գումարելին մեծ կլինի A_- -ից, այնպես, որ $A' = A'_+ - A'_-$ լրիվ աշխատանքը ավելի փոքր կլինի դարձելի ցիկլի դեպքում կատարված



Նկ. 292

աշխատանքից: Համապատասխանաբար ոչ դարձելի ցիկլի օ. գ. գ-ը ավելի փոքր կլինի դարձելի ցիկլի օ. գ. գ-ից:

Շփումը միշտ աշխատանքը ջերմության փոխակերպելու պատճառ է դառնում, այսինքն՝ տիպիկ ոչ դարձելի պրոցես է:

Ուստի դարձելի մեքենաներում շփում չպետք է լինի:

Դիցուք որևէ դարձելի մեքենա մեկ ցիկլի ընթացքում ստանում է Q_1 ջերմություն և կատարում է A աշխատանք: Խախտենք այդ մեքենայի դարձելիությունը, ենթադրելով, որ գոյություն ունի շփում, օրինակ՝ գլանի և մխոցի միջև: Շփման հետևանքով A աշխատանքի մի մասը կվերածվի ջերմության, որ կամ կանցնի սառնարանին և կամ կցրվի շրջապատող միջավայրի մեջ: Սրա հետևանքով ջեռուցիչից ստանալով նույն Q_1 քանակությամբ ջերմություն, մեքենան կկատարի A -ից ավելի փոքր աշխատանք, հետևաբար, ոչ դարձելիությունը ի հայտ գալուց հետո մեքենայի օ. գ. գ-ը փոքրանում է:

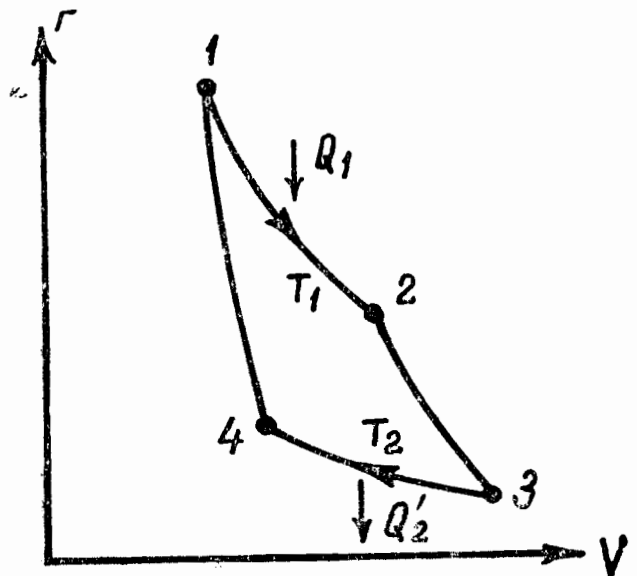
Այսպիսով, ապացուցեցինք հետևյալ դրույթները.

1) նույն պայմաններում (այսինքն՝ ջեռուցիչի և սառնարանի միևնույն ջերմաստիճանների դեպքում) աշխատող բոլոր դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ները իրար հավասար են.

2) ոչ դարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ը միշտ ավելի փոքր է նույն պայմաններում աշխատող դարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ից:

§ 129. Իդեալական գազի Կարնոյի ցիկլի օ. գ. գ-ը

Նախորդ պարագրաֆում պարզեցինք, որ դարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ը կախում չունի նրա կառուցվածքից ու բանոց նյութի հատկություններից և որոշվում է միայն ջեռուցիչի ու սառնարանի ջերմաստիճաններով: Սակայն ջեռուցիչի T_1 և սառնարանի T_2 ջերմաստիճաններից օ. գ. գ-ի կախվածությունը տեսքը չպարզեցինք: Այդ կախվածությունը գտնելու համար բնական է քննարկել ամենապարզ հատկություններով օժտված բանոց նյութով աշխատող մեքենան: Այսպիսի հատկություններով օժտված է իդեալական գազը: Եթե ջեռուցիչի և սառնարանի ջերմունակությունները բավականաչափ մեծ են, ապա միակ դարձելի ցիկլը, ինչպես գիտենք (տես § 127-ը), կլինի Կարնոյի ցիկլը:



Նկ. 293

Այսպիսով, քննարկենք իդեալական գազի Կարնոյի ցիկլը: Եթե մեզ հաջողվի գտնել այդպիսի ցիկլի օ. գ. գ-ը որպես T_1 և T_2 ջերմաստիճանների ֆունկցիա, ապա դրանով իսկ կգտնենք բոլոր դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ները:

Ըստ սահմանման ջերմային մեքենայի օ. գ. գ-ը՝

$$\eta = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1}, \quad (129.1)$$

որտեղ Q_1 -ը մեկ ցիկլի ընթացքում ջեռուցիչից ստացած ջերմությունն է, իսկ Q'_2 -ը՝ մեկ ցիկլի ընթացքում սառնարանին տրված ջերմությունը:

Իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում իդեալական գազի Ներքին էներգիան մնում է հաստատուն: Ուստի գազի ստացած ջերմության Q_1 քանակը հավասար է 1 վիճակից 2 վիճակին (նկ. 293) անցնելու ժամանակ գազի կատարած A_{12} աշխատանքին: Այս աշխատանքը (105.9)-ի համաձայն կլինի

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad (129.2)$$

որտեղ m -ը մեքենայում գտնվող իդեալական գազի մասսան է:

Սառնարանին տրված ջերմության Q'_2 քանակը հավասար է A'_{34} աշխատանքին, որը ծախսվում է գազը սեղմման միջոցով 3 վիճակից 4 վիճակը տեղափոխելիս: Այդ աշխատանքը՝

$$Q'_2 = A'_{34} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_3}{V_4}, \quad (129.3)$$

Ցիկլի փակ լինելու համար անհրաժեշտ է, որ 4 և 1 վիճակները գտնվեն միևնույն ադիաբատի վրա: Այստեղից հետևում է հետևյալ պայմանը՝

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \quad (129.4)$$

[տե՛ս ադիաբատի (103.3) հավասարումը]:

Նման ձևով, քանի որ 2 և 3 վիճակները գտնվում են միևնույն ադիաբատի վրա, տեղի ունի հետևյալ պայմանը՝

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad (129.5)$$

(129.5)-ը (129.4)-ի վրա բաժանելով, հանգում ենք ցիկլի փակվածություն պայմանին՝

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}; \quad (129.6)$$

Այժմ (129.2)-ը և (129.3)-ը տեղադրենք օ. գ. գ-ի (129.1) արտահայտություն մեջ՝

$$\eta = \frac{\frac{m}{\mu}RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu}RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu}RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}};$$

Վերջապես, հաշվի առնելով (129.6)-ը, կստանանք

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad (129.7)$$

Այսպիսով, իդեալական գազի Կարնոյի ցիկլի օ. գ. գ-ը իրոք կախում ունի միայն ջեռուցիչի և սառնաբանի ջերմաստիճաններից:

Ինչպես արդեն նշվեց, (129.7) արտահայտությունը տալիս է ջանկացած գարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ը:

§ 130. Ջերմաստիճանների թերմոդինամիկական սանդղակը

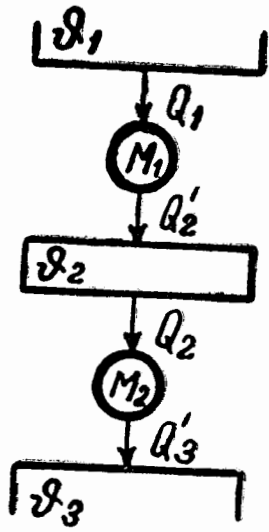
§ 128-ում ապացուցված թեորեմը, որի համաձայն գարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ը կախում չունի բանոց նյութի հատկություններից, հնարավորություն է տալիս ջերմաստիճանային սանդղակ սահմանել անկախ ջերմաչափային մարմնի ընտրությունից: Նշված թեորեմի համաձայն

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1},$$

մեծությունը, հետևաբար և Q_2'/Q_1 հարաբերությունը Կարնոյի ցիկլի համար կախում ունեն միայն ջեռուցիչի և սառ-

նարանի ջերմաստիճաններից: Նշանակելով այս ջերմաստիճանների արժեքները առայժմ մեզ համար անհայտ որևէ սանդղակի համապատասխանող ϑ_1 -ով և ϑ_2 -ով, կարելի է գրել

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = f(\vartheta_1, \vartheta_2), \quad (130.1)$$



նկ. 294

որտեղ $f(\vartheta_1, \vartheta_2)$ -ը ջեռուցիչի և սառնարանի ջերմաստիճաններից կախում ունեցող ընդհանրական ֆունկցիա է (այսինքն՝ միատեսակ է Կարնոյի բոլոր ցիկլերի համար):

(130.1) առնչությունը հնարավորություն է տալիս որոշել մարմինների ջերմաստիճանները Կարնոյի ցիկլի ժամանակ ստացված և տրված ջերմության քանակների միջոցով:

Ապացուցենք, որ (130.1) ֆունկցիան օժտված է հետևյալ հատկությամբ՝

$$f(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{\theta(\vartheta_2)}{\theta(\vartheta_1)}, \quad (130.2)$$

որտեղ $\theta(\vartheta)$ դարձյալ ջերմաստիճանից կախված ընդհանրական ֆունկցիա է:

Քննարկենք այնպիսի երկու դարձելի մեքենաներ (նկ. 294), որոնցից մեկի սառնարանը միաժամանակ մյուսի համար որպես ջեռուցիչ է ծառայում: Ենթադրենք, թե երկրորդ մեքենան ϑ_2 ջերմաստիճանի ամբարից վերցնում է այնքան ջերմություն, ինչքան նրան տալիս է առաջին մեքենան, այսինքն՝ $Q_2 = Q_2'$: (130.1)-ի համապատասխան մեքենաներից յուրաքանչյուրի համար կարելի է գրել

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = f(\vartheta_1, \vartheta_2), \quad (130.3)$$

$$\frac{Q_3'}{Q_2} = f(\vartheta_2, \vartheta_3): \quad (130.4)$$

Դիտարկելով երկու մեքենաները և ϑ_2 ջերմաստիճանի ամբարը որպես ընդհանուր դարձելի մեքենա¹, որը ϑ_1 ջերմաստիճանի ջեռուցիչից ստանում է Q_1 քանակությամբ ջերմություն և ϑ_3 ջերմաստիճանի սառնարանին տալիս է Q'_3 քանակությամբ ջերմություն, կարելի է գրել

$$\frac{Q'_3}{Q_1} = f(\vartheta_1, \vartheta_3): \quad (130.5)$$

Բաժանելով (130.5)-ը (130.3)-ի վրա, կստանանք

$$\frac{Q'_3}{Q_1} = \frac{f(\vartheta_1, \vartheta_3)}{f(\vartheta_2, \vartheta_2)}:$$

Վերջապես, համեմատելով ստացված արտահայտությունը (130.4)-ի հետ և նկատի ունենալով, որ $Q'_2 = Q_2$, հանգում ենք հետևյալ առնչությանը՝

$$f(\vartheta_2, \vartheta_3) = \frac{f(\vartheta_1, \vartheta_3)}{f(\vartheta_1, \vartheta_2)}: \quad (130.6)$$

Այս առնչությունը կապում է երկու մարմինների ϑ_2 և ϑ_3 ջերմաստիճանները, ընդ որում նրա մեջ հանդես է գալիս նաև երրորդ մարմնի ϑ_1 ջերմաստիճանը: Պայմանավորվելով մեկընդմիջտ այս մարմնի ընտրության մասին, այսինքն՝ դարձնելով ϑ_1 -ը հաստատուն մեծություն, (130.6) բանաձևի համարիչում և հայտարարում գտնվող $f(\vartheta_1, \vartheta)$ ֆունկցիաները վերածենք մեկ՝ ϑ փոփոխականի ֆունկցիայի: Նշանակելով այս ֆունկցիան $\theta(\vartheta)$ -ով, (130.6) բանաձևը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով

$$f(\vartheta_2, \vartheta_3) = \frac{\theta(\vartheta_3)}{\theta(\vartheta_2)},$$

¹ Դա թույլատրելի է, քանի որ $Q'_2 = Q_2$:

կամ, վերստին ինդեքսները, կատանանք

$$f(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{\theta(\vartheta_2)}{\theta(\vartheta_1)}, \quad (130.7)$$

որը համընկնում է (130. 2)-ի հետ:

$\theta(\vartheta)$ ֆունկցիան կախում ունի միայն շերմաստիճանից: Ուստի նրա արժեքները կարելի է օգտագործել համապատասխան մարմնի շերմաստիճանը բնութագրելու համար, այսինքն՝ ենթադրել, որ մարմնի շերմաստիճանը հավասար է θ -ի, որտեղ $\theta = \theta(\vartheta)$: Այդ դեպքում (130.1) արտահայտությունը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1}; \quad (130.8)$$

(130.8) առնչությունը ընկած է, այսպես կոչված, շերմաստիճանների թերմոդինամիկական սանդղակի հիմքում: Այս սանդղակի առավելությունն այն է, որ կախում չունի շերմաստիճանը չափելու համար օգտագործվող մարմնի ընտրությունից (Կարնոյի ցիկլում բանոց նյութի ընտրությունից):

(130.8)-ի համաձայն երկու մարմինների շերմաստիճանները համադրելու համար անհրաժեշտ է կատարել Կարնոյի ցիկլ, օգտագործելով այդ մարմինները որպես շեռուցիչ և սառնարան: «Սառնարան» մարմնին տրված շերմության քանակի հարաբերությունը «շեռուցիչ» մարմնից վերցված շերմության քանակին կտա քննարկվող մարմինների շերմաստիճանների հարաբերությունը:

θ -ի թվային արժեքը միարժեք որոշելու համար անհրաժեշտ է պայմանավորվել շերմաստիճանի միավորի ընտրության մասին, այսինքն՝ աստիճանի մասին: Որպես բացարձակ աստիճան ընդունված է մթնոլորտային ճնշման դեպքում եռացող ջրի և հալչող սառույցի շերմաստիճանների տարբերության մեկ հարյուրերորդական մասը: Այսպիսով, բացարձակ թերմոդինամիկական սանդղակի սա-

տիճանը հավասար է իդեալական գազերի սանդղակի աստիճանին:

Հեշտուժյամբ կարելի է համոզվել, որ ջերմաստիճանների թերմոդինամիկական սանդղակը համընկնում է իդեալական գազերի սանդղակի հետ: Իսկապես, (129. 7)-ի համաձայն

$$\frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

որտեղից հետևում է

$$\frac{Q'_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (130.9)$$

Համադրելով (130.8)-ը և (130.9)-ը, կստանանք

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Հետևաբար, θ -ն համեմատական է T -ին և քանի որ երկու սանդղակների աստիճանները միատեսակ են, ուրեմն $\theta = T$:

§ 131. Վերածված ջերմության քանակ: Կլաուզիուսի անհավասարությունը

Յուրաքանչյուր ջերմային մեքենա մարմինների համակարգ է, որը բաղմամբիվ անգամ կրկնում է միևնույն ցիկլը: § 128-ում ցույց տվեցինք, որ բոլոր դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ները իրար հավասար են, իսկ ոչ դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ները միշտ ավելի փոքր են դարձելի մեքենաների օ. գ. գ-ներից: Այս պնդումը անալիտիկորեն կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (131.1)$$

Չախ կողմը տալիս է օ. գ. գ-ի ընդհանուր սահմանումը, որը իրավացի է ցանկացած մեքենայի համար, իսկ աջ կող-

մը՝ դարձելի մեքենայի օ. գ. գ-ի արտահայտութիւնը, որը գտել էինք § 129-ում: Հավասարութեան նշանը համապատասխանում է դարձելի մեքենային, իսկ անհավասարութեան նշանը՝ ոչ դարձելի մեքենային:

Ակնհայտ է, որ (131.1) առնչութիւնը իրավացի է նաև դարձելի (հավասարութեան նշան) կամ ոչ դարձելի (անհավասարութեան նշան) ցիկլ կատարող մարմինների ցանկացած համակարգի համար, անկախ նրանից, թե քանի անգամ է կրկնվում այդ ցիկլը, և հետևաբար, անկախ նրանից, թե տվյալ համակարգը որպես ջերմային մեքենա է օգտագործվում, թե ոչ: Հետագայում, (131.1) տեսքի առնչութիւնները քննարկելիս նկատի ենք ունենալու մարմինների որևէ համակարգի կատարած ցիկլը:

(131.1) արտահայտութիւնից հետևում է՝

$$\frac{Q_2'}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1};$$

Բազմապատկելով այս արտահայտութիւնը գրական $\frac{Q_1}{T_2}$ մեծութեամբ, կստանանք

$$\frac{Q_2'}{T_2} \geq \frac{Q_1}{T_1};$$

Վերջապես, ձախ և աջ մասերից հանելով $\frac{Q_2'}{T_2}$, կհանգենք հետևյալ արտահայտութեանը՝

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2'}{T_2} \leq 0; \quad (131.2)$$

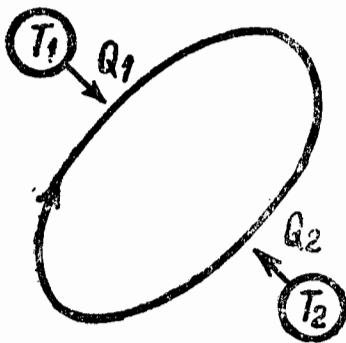
(131.2) առնչութեան մեջ մտնում է ինչպես համակարգի ստացած (Q_1) ջերմութիւնը, այնպես էլ համակարգից տրված (Q_2') ջերմութիւնը: Ընդհանրացնելու նպատակով, որով մենք կզբաղվենք հետագայում, հարմար է (131.2)-ը ձևափոխել այնպես, որ պաբունակի միայն այլ մարմիններից

համակարգի ստացած Q_1 քանակությամբ շերմությունները, ընդ որում այդ շերմությունները քննարկելու ենք որպես հանրահաշվական մեծություններ, եթե ստացվող Q -ն դրական է, ապա շերմությունը համակարգին հաղորդվում է որևէ արտաքին մարմնից, եթե Q -ն բացասական է, շերմությունը համակարգից տրվում է արտաքին մարմնին: Այսպիսով, T_2 շերմաստիճանով մարմնին տրված Q'_2 շերմության փոխարեն կմտցնենք այդ մարմնից ստացված Q_2 շերմությունը, որը հավասար է $-Q'_2$: Այդ դեպքում (131.2) արտահայտությունը վերջնականապես կըստանա հետևյալ տեսքը՝

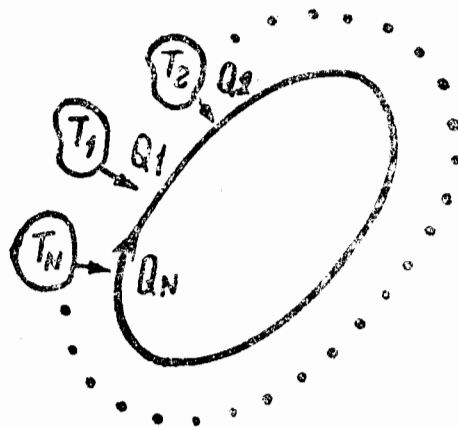
$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0; \quad (131.3)$$

Այս առնչությունը կոչվում է **Կլաուզիուսի անհավասարություն**:

Որևէ մարմնի համակարգի ստացած շերմության քանակի և այդ մարմնի շերմաստիճանի հարաբերությունը Կլաուզիուսը անվանել է վերածված շերմության քանակ: Օգտորվելով Կլաուզիուսի տերմինաբանությունից, (131.3)-ը կարելի է կարդալ հետևյալ ձևով. եթե որևէ համակարգ կատարում է մի ցիկլ, որի ընթացքում շերմափոխանակման մեջ է մտնում երկու այնպիսի շերմային ամբարների հետ, որոնց շերմաստիճանները հաստատուն են (նկ. 295), ապա



Նկ. 295



Նկ. 296

վերածված շերմության քանակների գումարը հավասար է զրոյի, եթե ցիկլը դարձելի է, և փոքր է զրոյից, եթե ցիկլը դարձելի չէ:

Եթե համակարգը ցիկլի ընթացքում ջերմափոխանակման մեջ է մտնում ոչ թե երկու, այլ N մարմինների հետ (նկ. 296), ընդ որում T_i ջերմաստիճանով մարմնից ստանում է Q_i քանակությամբ ջերմություն (որը կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական), բնական է (131.3)-ի նման ենթադրել, որ պետք է տեղի ունենա հետևյալ պայմանը՝

$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0; \quad (131.4)$$

Չկրկնելու համար պայմանավորվենք, որ հետագայում, բոլոր դեպքերում, եթե որևէ արտահայտություն մեջ հանդիպենք « \leq » կամ « \geq » նշանին, հավասարության նշանը կվերաբերի դարձելի պրոցեսներին, իսկ անհավասարության նշանը՝ ոչ դարձելի պրոցեսներին: Նույնը ճիշտ է նաև (131.4) արտահայտության համար:

Մինչև այժմ ենթադրում էինք, որ քննարկվող համակարգի հետ ջերմափոխանակվող մարմինների ջերմունակությունը այնքան մեծ է, որ ջերմափոխանակման պրոցեսը չի անդրադառնում այդ մարմինների T_i ջերմաստիճանների վրա: Եթե այս պայմանը տեղի չի ունենում, ապա համակարգին Q_i ջերմություն հաղորդելու դեպքում համապատասխան մարմնի T_i ջերմաստիճանը անընդհատ փոփոխվում է: Այդ դեպքում (131.4)-ի համանման արտահայտությունը գրելու համար անհրաժեշտ է Q_i -ի հաղորդման պրոցեսներից ամեն մեկը բաժանել մի շարք այնքան փոքր տարրական պրոցեսներին, որ կարելի լինի համարել, որ նրանցից յուրաքանչյուրի ընթացքում տարրական $\Delta'Q_i$ քանակությամբ ջերմությունը հաղորդվում է հաստատուն ($\Delta'Q_i$ -ից յուրաքանչյուրի համար առանձին) T_i ջերմաստիճանի դեպքում: Այդ դեպքում (131.4)-ի փոխարեն կգրենք

$$\sum_0 \frac{\Delta'Q_i}{T_i} \leq 0, \quad (131.5)$$

որտեղ $\dot{\lambda}$ ինդեքսը արդեն ցույց է տալիս ոչ թե համակարգի հետ շերմափոխանակման մեջ մասնող մարմնի համարը, այլ այն տարրական պրոցեսներից մեկի համարը, որոնցով մասերի էինք բաժանել համակարգի կատարած ցիկլը, $\Delta'Q_1$ -ն ցույց է տալիս λ -րդ տարրական պրոցեսի ընթացքում արտաքին մարմիններից մեկի կողմից համակարգի ստացած շերմության քանակը, իսկ T_1 -ն՝ արտաքին մարմնի շերմաստիճանը համակարգին $\Delta'Q_1$ շերմությունը հաղորդելու պահին: $\sum \eta_2$ -նի տակի \bigcirc պայմանական նշանը ցույց է տալիս, որ գումարը պետք է վերցվի ամբողջ ցիկլով:

(131.5) արտահայտությունը ցույց է տալիս, որ ցիկլի ընթացքում դրսից համակարգի ստացած տարրական վերածված շերմության քանակների գումարը հավասար է գրոյի, եթե ցիկլը դարձելի է և փոքր է գրոյից, եթե ցիկլը դարձելի չէ:

Խիստ ասած, (131.5)-ը պետք է գրվի հետևյալ ձևով՝

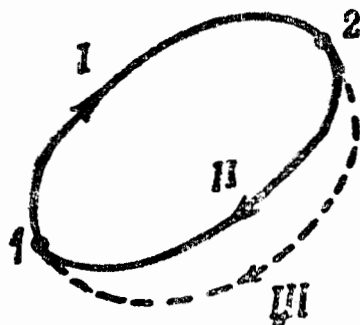
$$\oint \frac{d'Q}{T} \leq 0, \quad (131.6)$$

որտեղ ինտեգրալը վերցվում է ամբողջ ցիկլով¹:

§ 132. Էնտրոպիա

Վերածված շերմության քանակների գումարը կարելի է կազմել ոչ միայն ցիկլի համար, այլև ցանկացած ոչ շրջանային պրոցեսի համար: Ինչպես հիմա կպարզենք, մեկ վիճակից մեկ այլ վիճակը կատարվող դարձելի անցումների համար այս գումարը օժտված է հիանալի հատկություններ:

Վերցնենք որևէ դարձելի ցիկլ և նրա վրա առանձնացնենք երկու ցանկացած



Նկ. 297

¹ Այն դատողությունները, որոնցով (131.3)-ից հանդեպինք (131.6)-ին բոլորովին չեն կարող խիստ ապացուցման միջոց դառնալ: Սակայն (131.6) արտահայտությունը կարելի է ստանալ (131.3)-ից միանգամայն խիստ եղանակով:

վիճակներ՝ 1-ը և 2-ը (նկ. 297): Այս վիճակները ցիկլը բաժանում են երկու ճյուղերի, որոնք նկարի վրա նշանակված են I և II թվերով:

Ինչպես ցույց տվեցինք նախորդ պարագրաֆում, վերածված ջերմության քանակների՝ ամբողջ ցիկլով (ցիկլը դարձելի է) վերցված գումարը հավասար է զրոյի, այսինքն՝

$$\sum \frac{\Delta'Q}{T} = 0: \quad (132.1)$$

○

(132.1) գումարի մեջ մտնող բոլոր գումարելիները կարելի է բաժանել երկու խմբի, մեկ խմբի մեջ մտցնելով I ճյուղին համապատասխանող գումարելիները, իսկ մյուս խմբի մեջ՝ II ճյուղին համապատասխանող գումարելիները: Այդ դեպքում (132.1) արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ ձևով՝

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta'Q}{T} + \sum_{\substack{2 \rightarrow 1 \\ (II)}} \frac{\Delta'Q}{T} = 0: \quad (132.2)$$

Առաջին գումարը համապատասխանում է I ճյուղով 1 վիճակից դեպի 2 վիճակը տեղի ունեցող անցմանը, իսկ երկրորդ գումարը՝ II ճյուղով 2 վիճակից դեպի 1 վիճակը տեղի ունեցող անցմանը:

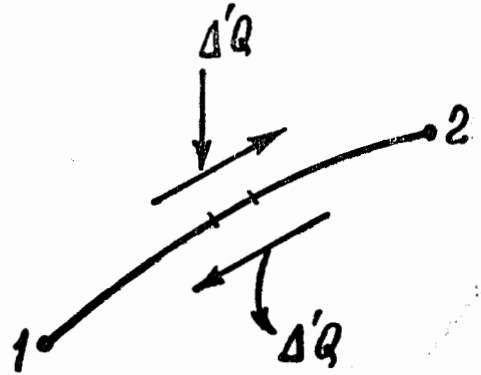
Քննարկենք

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\text{դարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} \quad (132.3)$$

գումարը, որը համապատասխանում է 1 վիճակից դեպի 2 վիճակը տեղի ունեցող դարձելի անցմանը (նկ. 298): Եթե փոխենք անցման ուղղությունը, ապա պրոցեսի դարձելիության պատճառով (132.3) գումարը պետք է փոխի իր նշանը: Իսկապես, եթե, 'օրինակ՝ նկ. 298-ում նշված տեղամասում 1→2 ուղղությամբ տեղի ունեցող պրոցեսի դեպքում

համակարգը ստանում է $\Delta'Q$ քանակությամբ ջերմություն T ջերմաստիճանի որևէ մարմնից, նույն տեղամասում $2 \rightarrow 1$ ուղղությամբ տեղի ունեցող պրոցեսի դեպքում համակարգը տալիս է նույն $\Delta'Q$ քանակությամբ ջերմություն T ջերմաստիճան ունեցող հենց նույն մարմնին, այսինքն՝ համակարգը ստանում է $-\Delta'Q$ ջերմություն: Այսպիսով, անցման ուղղությունը փոխելիս (132.3)-ի մեջ բոլոր գումարելիները փոխում են իրենց նշանները, որի հետևանքով

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\eta \text{արձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} = - \sum_{\substack{2 \rightarrow 1 \\ (\eta \text{արձ})}} \frac{\Delta'Q}{T}, \quad (132.4)$$



Հիմնվելով (132.4) հատկություն վրա, (132.2)-ը արտագրենք հետևյալ ձևով՝

Նկ. 298

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta'Q}{T} - \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (II)}} \frac{\Delta'Q}{T} = 0,$$

որտեղից հետևում է

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta'Q}{T} = \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (II)}} \frac{\Delta'Q}{T}, \quad (132.5)$$

Քանի որ սկզբնական դարձելի ցիկլը վերցրել էինք բոլորովին կամայականորեն, ապա (132.5)-ը պետք է տեղի ունենա 1 և 2 վիճակները ընդգրկող ցանկացած դարձելի ցիկլի համար: Մասնավորապես, I և II ճյուղերով կազմված ցիկլի փոխարեն կարելի է քննարկել I ճյուղից և Նկ. 297-ում կետագծերով պատկերված դարձելի III ճյուղից բաղկացած ցիկլը և, նույն դատողությունները կատարելով, համոզվել, որ (132.3) գումարը III ճյուղի համար ունի ճիշտ նույն արժեքը, ինչ որ I ճյուղի համար:

Այսպիսով հանգեցինք չափազանց կարևոր եզրակացու-
թյան. մեկ վիճակից (սկզբնական) դեպի մյուսը (վերջնական)
դարձելի անցում կատարելիս համակարգի ստացած վերած-
ված ջնշմության քանակների գումարը կախում չունի այն
ճանապարհից, որով կատարվել է անցումը, հետևաբար՝ կա-
խում ունի միայն սկզբնական և վերջնական վիճակներից:

Ինչպես գիտենք, նման հատկութեամբ օժտված է նաև
ներքին էներգիայի անձրի գումարը: Այն պատճառով, որ
էներգիան վիճակի ֆունկցիա է, 1 վիճակից 2 վիճակը ցան-
կացած ձևով անցնելու դեպքում ներքին էներգիայի անձրի
գումարը պետք է հավասար լինի այդ վիճակներին համա-
պատասխանող էներգիայի արժեքների տարբերութեանը՝
այսինքն՝

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta U = U_2 - U_1: \quad (132.6)$$

Ակնհայտ է, որ վերևում ասվածը իրավացի է ցանկա-
ցած վիճակի ֆունկցիայի համար, այսինքն՝ համակարգի
վիճակով միարժեք որոշվող մեծութեան համար

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta f \text{ (վիճ)} = f(2) - f(1): \quad (132.7)$$

Եթե մեծութեանը վիճակի ֆունկցիա չէ, ապա ստացվում
է, որ նրա տարրական քանակների գումարը կախում ունի
այն ճանապարհից, որով համակարգը մի վիճակից անցնում
է մյուսին: Այդպիսի մեծութեան է օրինակ աշխատանքը:
Ինչպես գիտենք

$$A = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta' A$$

աշխատանքը թվապես հավասար է պրոցեսը պատկերող
կորով պարփակված մակերեսին (նկ. 215) և, ակնհայտ է՝
որ կախված է այն ճանապարհից, որով կատարվում է ան-
ցումը:

Նույնը տեղի ունի նաև համակարգի ստացած շերմության քանակի համար: Թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի համաձայն

$$Q = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta'Q = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta U + \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta'A: \quad (132.8)$$

(132.8) արտահայտությունն աջ մասի առաջին գումարը կախում չունի ճանապարհից, իսկ երկրորդ գումարը՝ կախում ունի: Հետևաբար, $\sum \Delta'Q$ կախում ունի այն ճանապարհից, որով տեղի է ունենում անցումը: Այն, որ

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta'Q}{T} \quad (\text{գարձ})$$

գումարը կախում չունի 1 վիճակից դեպի 2 վիճակը կատարվող դարձելի անցման ճանապարհից, մեզ հիմք է տալիս հաստատելու, որ դարձելի պրոցեսի դեպքում $\Delta'Q/T$ -ն վիճակի որևէ ֆունկցիայի աճն է: Այդ ֆունկցիան կոչվում է էնտրոպիա: Այն սովորաբար նշանակում են S -ով: Այսպիսով՝

$$\left(\frac{\Delta'Q}{T} \right)_{\text{գարձ}} = \Delta S: \quad (132.9)$$

(132.9)-ի համաձայն էնտրոպիայի աճը հավասար է գրոցի համակարգի դարձելի ձևով ստացած շերմության տարրական քանակի և այն շերմաստիճանի հարաբերությունը, որի դեպքում ստացվում է այդ շերմությունը¹:

Քանի որ էնտրոպիան վիճակի ֆունկցիա է, էնտրոպիայի աճերի գումարը պետք է հավասար լինի վերջնական և սկզբնական վիճակներին համապատասխանող էնտրոպիա-

¹ Հիշեցնենք, որ դարձելի պրոցեսի դեպքում շերմության փոխանակող մարմինների շերմաստիճանները միատեսակ են:

ների արժեքների տարբերությունը [համեմատենք (132.6)-ի հետ].

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\text{զարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta S = S_2 - S_1; \quad (132.10)$$

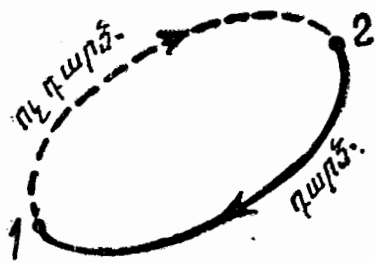
Ավելի խիստ, (132.10)-ի մեջ գումարները պետք է փոխարինվեն ինտեգրալներով՝

$$\int_{\substack{1 \\ (\text{զարձ})}}^2 \frac{d'Q}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1; \quad (132.11)$$

Էնտրոպիան ադիտիվ մեծություն է: Դա նշանակում է, համակարգի էնտրոպիան հավասար է նրա առանձին մասերի էնտրոպիաների գումարին:

§ 133. Էնտրոպիայի հատկությունները

Դարձելի պրոցեսի դեպքում վերածված շերմության քանակների (132.10) գումարը հավասար է էնտրոպիայի աճին: Պարզենք, թե ինչպիսի հարաբերակցության մեջ են գտնվում վերածված շերմության քանակների գումարը և էնտրոպիայի աճը ոչ դարձելի պրոցեսի դեպքում:



Նկ. 299

Այդ նպատակով քննարկենք ոչ դարձելի և դարձելի ճյուղերից կազմված մի ցիկլ (Նկ. 299): Քանի որ ցիկլը ամբողջությամբ վերցրած, դարձելի չէ, բերված շերմության քանակների գումարը՝ հաշված ամբողջ ցիկլով, փոքր կլինի զրոյից, այսինքն՝

$$\sum_{\bigcirc} \frac{\Delta'Q}{T} < 0;$$

Այս գումարը բաժանենք տարբեր ճյուղերին համապատասխանող երկու մասերի՝

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\text{ոչ դարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} + \sum_{\substack{2 \rightarrow 1 \\ (\text{դարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} < 0, \quad (133.1)$$

Այս գումարներից երկրորդը (132.10)-ի համաձայն հավասար է 1 և 2 վիճակների էնտրոպիաների արժեքների տարբերությանը: Ուստի (133.1) առնչությունը կարելի է գրել

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\text{ոչ դարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T} + (S_1 - S_2) < 0,$$

որտեղից հետևում է

$$S_2 - S_1 > \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (\text{ոչ դարձ})}} \frac{\Delta'Q}{T}, \quad (133.2)$$

(132.10) և (133.2) արտահայտությունները իրար միացնելով, կստանանք

$$S_2 - S_1 \geq \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta'Q}{T}, \quad (133.3)$$

որտեղ հավասարության նշանը համապատասխանում է 1 վիճակից դեպի 2 վիճակը կատարվող ցանկացած դարձելի անցմանը, իսկ անհավասարության նշանը՝ ցանկացած 1→2 ոչ դարձելի անցմանը: (133.3)-ի մեջ T-ն այն մարմնի ջերմաստիճանն է, որից համակարգը ստանում է Δ'Q ջերմությունը: Դարձելի անցման դեպքում այդ ջերմաստիճանը համընկնում է համակարգի ջերմաստիճանի հետ:

Ակնհայտ է, որ (133.3) առնչությունը պետք է տեղի ունենա յուրաքանչյուր տարրական պրոցեսի համար՝

$$\Delta S \geq \frac{\Delta'Q}{T} \quad (133.4)$$

կամ

$$dS \geq \frac{d'Q}{T} \quad (133.5)$$

Նշենք, քանի որ էնտրոպիան վիճակի ֆունկցիա է, ուրեմն

$$S_2 - S_1 = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta S$$

արտահայտությունը, այնպես ինչպես (132.6)-ը և (132.7)-ը, միշտ իրավացի է, անկախ նրանից, թե համապատասխան անցումը դարձելի է կամ ոչ դարձելի:
Իսկ

$$S_2 - S_1 = \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta'Q}{T}$$

բանաձևը իրավացի է միայն այն դեպքում, երբ անցումը դարձելի է:

Եթե համակարգը մեկուսացված է, այսինքն՝ ջերմություն չի փոխանակում արտաքին միջավայրի հետ, (133.3)-ի մեջ բոլոր ΔQ -ն հավասար կլինեն զրոյի, որի հետևանքով

$$S_2 - S_1 \geq 0 \quad (133.6)$$

կամ համապատասխանորեն՝

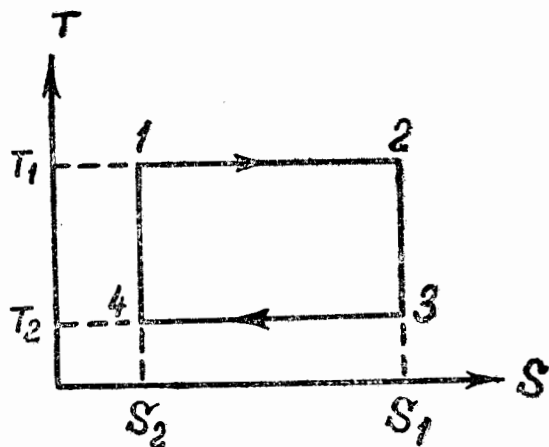
$$\Delta S \geq 0: \quad (133.7)$$

Այսպիսով, մեկուսացված համակարգի էնտրոպիան կարող է միայն անել (եթե համակարգում կա ոչ դարձելի պրոցես) կամ մնալ հաստատուն (եթե համակարգում կա դարձելի պրոցես): Մեկուսացված համակարգի էնտրոպիան չի կարող նվազել:

Արտաքին միջավայրի հետ առանց ջերմափոխանակման ընթացող պրոցեսը, ինչպես գիտենք, կոչվում է ադիաբատիկ: Հետևաբար, դարձելի ադիաբատիկ պրոցեսի համար բնորոշ է այն, որ այդ պրոցեսն ընթանում է հաստատուն էնտրոպիայի պայմաններում, ուստի դարձելի ադիաբատը կարելի է անվանել իզոէնտրոպիկ: Օգտվելով նոր տերմինաբանությունից

կարելի է ասել, որ Կարնոյի ցիկլը բաղկացած է երկու իզոթերմներից և երկու իզոէնտրոպներից: Այնհայտ է, որ (T, S) դիագրամի վրա Կարնոյի ցիկլը կունենա ուղղանկյան տեսք (Նկ. 300): Ուղղանկյան մակերեսը թվապես հավասար է ցիկլի ընթացքում համակարգի ստացած ջերմության քանակին: Իսկապես, (133.4)-ի համաձայն դարձելի պրոցեսի դեպքում համակարգի ստացած տարրական ջերմության քանակը՝

$$\Delta'Q = T\Delta S: \quad (133.8)$$



Նկ. 300

Հետևաբար, դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում համակարգի ստացած ջերմության քանակը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով՝

$$Q = T(S_2 - S_1), \quad (133.9)$$

որտեղ S_1 -ը էնտրոպիայի արժեքն է պրոցեսի սկզբում, իսկ S_2 -ը՝ պրոցեսի վերջում:

Օգտվելով (133.9)-ից, ցիկլը կազմող իզոթերմիկ պրոցեսների ընթացքում համակարգի ստացած ջերմության քանակները կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$Q_{12} = T_1(S_1 - S_2), \quad Q_{34} = T_2(S_2 - S_1):$$

Ցիկլի ընթացքում ստացած լրիվ ջերմության քանակը՝ $Q = Q_{12} + Q_{34} = T_1(S_1 - S_2) + T_2(S_2 - S_1) = (T_1 - T_2)(S_1 - S_2)$:

Ինչպես հեշտ է տեսնել, վերջին արտահայտությունը հավասար է ցիկլի մակերեսին:

(133.7) առնչությունը, որը ցույց է տալիս, որ էնտրոպիան չի կարող նվազել, վերաբերում է միայն մեկուսացված համակարգերին: Եթե համակարգը արտաքին միջավայրի հետ փոխանակում է ջերմություն, նրա էնտրոպիան կարող է իրեն պահել ցանկացած ձևով: Մասնավորապես, եթե համակարգը արտաքին մարմիններին տալիս է ջերմություն

(համակարգի ստացած $\Delta'Q$ -ն բացասական է), նրա էնտրոպիան փոքրանում է:

Եթե չմեկուսացված համակարգը կատարում է ցիկլ, նրա էնտրոպիան, որը վիճակի ֆունկցիա է, ցիկլի վերջում ընդունում է սկզբնական արժեքը: Սակայն ցիկլի ընթացքում էնտրոպիան փոխվում է, ընդ որում այնպես, որ եթե որոշ տեղամասերում այն աճում է, մյուս տեղամասերում նվազում է, քանի որ ցիկլի ընթացքում էնտրոպիայի գումարային փոփոխությունը պետք է հավասարվի զրոյի:

Գտնենք էնտրոպիայի փոփոխությունը դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում: (133.3)-ի համաձայն էնտրոպիայի աճը՝

$$S_2 - S_1 = \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta'Q}{T}$$

Հաստատուն ջերմաստիճանը գումարի նշանի տակից դուրս բերելով, կստանանք

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{T} \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta'Q = \frac{Q_{12}}{T}, \quad (133.10)$$

որտեղ Q_{12} -ը ջերմության այն քանակն է, որ համակարգը ստանում է 1 վիճակից դեպի 2 վիճակը դարձելի իզոթերմիկ անցումը կատարելիս: Եթե ջերմության այդ քանակը բացասական է, $S_2 < S_1$:

Ոչ դարձելի պրոցեսի դեպքում էնտրոպիայի փոփոխությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է քննարկել որևէ դարձելի պրոցես, որը համակարգին բերում է միևնույն վերջնական վիճակին, և այդ պրոցեսի համար հաշվել վերածված ջերմության քանակների գումարը: Սա բացատրենք հետևյալ օրինակով: Գոյություն ունի մեկուսացված մի համակարգ, որը բաղկացած է տարբեր՝ T_1 և T_2 ($T_1 > T_2$) ջերմաստիճաններով օժտված երկու մարմիններից: Մարմինների միջև տեղի է ունենում ջերմափոխանակություն, որի հետևանքով նրանց ջերմաստիճանները հավասարվում են: Ակնհայտ է, որ այս պրոցեսը ոչ դարձելի է և պետք է ուղեկցվի համակարգի էնտրոպիայի աճով:

Պարզության համար ենթադրենք, որ երկու մարմինների ջերմունակությունները միատեսակ են և հավասար են C -ի: Այդ դեպքում երկու մարմինների վերջնական հավասարակշիռ ջերմաստիճանը՝

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}; \quad (133.11)$$

Համակարգի էնտրոպիայի փոփոխությունը հաշվելու համար քննարկենք մի այնպիսի դարձելի պրոցես, որը համակարգին բերում է մի վիճակի, որի դեպքում երկու մարմիններն էլ օժտվում են միևնույն T_0 ջերմաստիճանով: Այդ պրոցեսի դեպքում համակարգի առաջին մարմինը դարձելի ձևով որևէ արտաքին մարմնի տալիս է այնքան ջերմություն, որ նրա (համակարգի առաջին մարմնի) ջերմաստիճանը իջնում է մինչև T_0 արժեքը, իսկ համակարգի երկրորդ մարմինը դարձելի ձևով դրսից ստանում է այնքան ջերմություն, որ նրա ջերմաստիճանը բարձրանում է մինչև T_0 արժեքը: Որպեսզի այս երկու պրոցեսները լինեն դարձելի, պետք է ընթանան այնպես, որ համակարգի մարմիններից յուրաքանչյուրի և համապատասխան արտաքին մարմնի ջերմաստիճանները ժամանակի յուրաքանչյուր պահին լինեն միատեսակ:

Առաջին մարմնի սառեցման պրոցեսը ուղեկցվում է նրա էնտրոպիայի աճով՝

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_0} \frac{d'Q}{T} = \int_{T_1}^{T_0} \frac{CdT}{T} = C \ln \frac{T_0}{T_1};$$

Երկրորդ մարմնի տաքացման պրոցեսը ուղեկցվում է նրա էնտրոպիայի աճով՝

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_0} \frac{d'Q}{T} = \int_{T_2}^{T_0} \frac{CdT}{T} = C \ln \frac{T_0}{T_2};$$

Նշենք, քանի որ $T_1 > T_0 > T_2$, ΔS_1 -ը բացասական է, իսկ ΔS_2 -ը՝ դրական:

Համակարգի էնտրոպիայի փոփոխությունը գումարվում է առանձին մարմինների էնտրոպիաների փոփոխություններից, այսինքն՝

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C \ln \frac{T_0}{T_1} + C \ln \frac{T_0}{T_2} = C \ln \frac{T_0^2}{T_1 T_2}; \quad (133.12)$$

(133.12)-ի մեջ T_0 -ի (133.11) արժեքը տեղադրելով, կստանանք համակարգի էնտրոպիայի աճի վերջնական արտահայտությունը՝

$$\Delta S = C \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2};$$

Յույց տանք, որ իրոք այս արտահայտությունը գրելից մեծ է: Դրա համար լոգարիթմի նշանի տակ գանձեց արտահայտությունը ձևափոխենք հետևյալ ձևով՝

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} &= \frac{T_1^2 + 2T_1 T_2 + T_2^2}{4T_1 T_2} = \frac{T_1^2 - 2T_1 T_2 + T_2^2 + 4T_1 T_2}{4T_1 T_2} \\ &= 1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4T_1 T_2} > 1; \end{aligned}$$

Քանի որ այս արտահայտությունը մեծ է մեկից, նրա լոգարիթմը դրական է և, հետևաբար, $\Delta S > 0$:

Հաշվենք դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում մարմինների համակարգի կատարած աշխատանքը: (95.4) հավասարման համաձայն

$$d'A = d'Q - dU;$$

Ինչպես հետևում է (133.5) բանաձևից, դարձելի պրոցեսի դեպքում $d'Q = TdS$: Տեղադրելով այս արժեքը $d'A$ արտահայտության մեջ, կստանանք

$$d'A = TdS - dU;$$

Քանի որ $dT = 0$ (պրոցեսը իզոթերմիկ է), TdS -ը կարելի է փոխարինել $d(TS)$ -ով: Մյթ դեպքում աշխատանքի արտահայտությունը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$d'A = d(TS) - dU = -d(U - TS); \quad (133.13)$$

Այսպիսով պարզվում է, որ դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում արտաքին մարմինների վրա համակարգի կատարած աշխատանքը հավասար է

$$F = U - TS \quad (133.14)$$

մեծություն նվազմանը, որը ինչպես հեշտ է տեսնել, վիճակի ֆունկցիա է: Այս մեծությունը կոչվում է ազատ էներգիա: Պա համակարգի ներքին էներգիայի այն մասն է, որը դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսների դեպքում վերածվում է արտաքին աշխատանքի: TS մեծությունը, որը հավասար է ներքին և ազատ էներգիաների տարբերությանը, երբեմն կոչվում է կապիտալ էներգիա:

Ինտեգրելով (133.13) առնչությունը, կստանանք

$$(A_{12})_{\text{իզոթերմիկ}} = F_1 - F_2 \quad (133.15)$$

Նշենք, որ ադիաբատիկ պրոցեսի ($Q=0$) դեպքում համակարգի կատարած աշխատանքը հավասար է համակարգի ներքին էներգիայի նվազմանը, այսինքն՝

$$(A_{12})_{\text{ադիաբատիկ}} = U_1 - U_2 \quad (133.16)$$

Իզոթերմիկ պրոցեսների դեպքում ներքին էներգիայի դերը կատարում է ազատ էներգիան:

(133.16) առնչությունը իրավացի է ինչպես դարձելի, այնպես էլ ոչ դարձելի պրոցեսների դեպքում: (133.15) առնչությունը իրավացի է միայն դարձելի պրոցեսների դեպքում: Ոչ դարձելի պրոցեսների դեպքում $d'Q < TdS$ [տե՛ս (133.5)-ը]: Տեղադրելով այս անհավասարությունը $d'A = d'Q - dU$ հավասարման մեջ, հեշտությամբ կարելի է ըստանալ, որ ոչ դարձելի իզոթերմիկ պրոցեսների դեպքում

$$(A_{12})_{\text{իզոթերմիկ}} < F_1 - F_2$$

Հետևաբար, ազատ էներգիայի նվազումը որոշում է աշխատանքի այն ամենամեծ քանակը, որը կարող է կատարել համակարգը իզոթերմիկ պրոցեսի դեպքում:

§ 134. Ներնստի թեորեմը

(132.11) արտահայտությունը որոշում է ոչ թե էնտրոպիան, այլ երկու վիճակներում նրա ունեցած արժեքների տարբերությունը: Ներնստը ապացուցել է մի թեորեմ, որը հնարավորություն է տալիս որոշել ցանկացած վիճակի էնտրոպիայի արժեքը:

Ներնստի թեորեմը (երբեմն այն կոչվում է թերմոդինամիկայի երրորդ սկզբունք) ասում է, որ բացարձակ ջերմաստիճանը զրոյի ձգանելու դեպքում ցանկացած մարմնի էնտրոպիան նույնպես ձգտում է զրոյի, այսինքն՝

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0; \quad (134.1)$$

Ներնստի թեորեմի համաձայն ցանկացած մարմնի էնտրոպիան բացարձակ զրոյի դեպքում հավասար է զրոյի: Մրա հիման վրա T ջերմաստիճան ունեցող վիճակի էնտրոպիան կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով՝

$$S = \int_0^T \frac{d'Q}{T}; \quad (134.2)$$

Եթե հայտնի է, օրինակ, մարմնի ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում որպես ջերմաստիճանի ֆունկցիա, էնտրոպիան կարելի է հաշվել հետևյալ բանաձևով՝

$$S = \int_0^T \frac{C_p(T)dT}{T}; \quad (134.3)$$

§ 135. Էնտրոպիա և հավանականություն

Ինչպես ցույց է ավել բույցմանը, էնտրոպիան ունի պարզ վիճակագրական մեկնաբանում: Նախորդ պալադրաֆում ցույց տրվեց, որ մեկուսացված, այսինքն՝ ինքն իրեն թողնված, համակարգի էնտրոպիան չի կարող նվազել: Մյուս կողմից ակնհայտ է, որ ինքն իրեն թողնված համակարգը ավելի քիչ հավանական վիճակներից կանցնի ավելի շատ հավանական վիճակների: Ընկնելով ամենահավանական վիճակը, համակարգը այդ վիճակում կգտնվի անսահման երկար ժամանակ: Եթե միատեսակ, ընդ որում ամենամեծ, հավանականությունը օժտված են մի շարք վիճակներ, մեկուսաց-

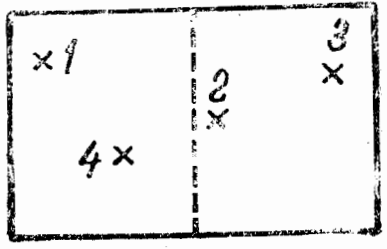
ված համակարգը կարող է այդ վիճակներից մեկից անցնել մյուսին: Այսպիսով, մեկուսացված համակարգի վիճակների էնտրոպիան և հավանականությունը իրենց պահում են նման ձևով, նրանք կարող են կամ աճել, կամ մնալ անփոփոխ:

Կատարված դատողություններից հետևում է, որ համակարգի վիճակի էնտրոպիայի և հավանականությունից միջև պետք է գոյություն ունենա որոշակի կապ: Բուլցմանը ցույց է տվել, որ այդ կապը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$S = k \ln W, \quad (135.1)$$

որտեղ k -ն Բուլցմանի հաստատունն է, իսկ W -ն՝ այսպես կոչված համակարգի վիճակի թերմոդինամիկական հավանականությունը, որը ցույց է տալիս այն տարբեր եղանակների թիվը, որոնց միջոցով կարելի է ստանալ տվյալ վիճակը¹:

W մեծության իմաստը հասկանալու համար քննարկենք հետևյալ օրինակը: Դիցուք անոթում գոյություն ունեն միայն չորս մոլեկուլներ: Մտովի անոթը բաժանենք երկու հավասար մասերի՝ աջ և ձախ (նկ. 301):



Նկ. 301

Մոլեկուլների շարժման հետևանքով նրանց բաշխումը անոթի երկու մասերի միջև կփոխվի: Քննարկենք այնպիսի վիճակներ, որոնք իրարից տարբերվում են անոթի աջ և ձախ մասերում ունեցած մոլեկուլների թվով: Մոլեկուլները համարակալենք և հաշվենք այն եղանակների թիվը, որոնցով կարելի է իրականացնել յուրաքանչյուր վիճակը: Հաշվարկի արդյունքները բերված են աղյուսակ 12-ում: Անոթի երկու կեսերի միջև մոլեկուլների 16 հնարավոր բաշխումներից վեցը համապատասխանում են այն վիճակներին, երբ աջ և

¹ Թերմոդինամիկական հավանականությունը տարբերվում է մաթեմատիկական հավանականությունից, որը սովորաբար կոչվում է պարզապես հավանականություն: Որևէ դեպքի մաթեմատիկական հավանականությունը հավասար է այդ դեպքին նպաստող դեպքերի թվի և իրար հավասար հավանականություններ ունեցող դեպքերի ընդհանուր թվի հարաբերությանը: Հետևաբար, մաթեմատիկական հավանականությունը արտահայտվում է կատարակային թվով և չի կարող մեկից զերազանցել: Թերմոդինամիկական հավանականությունը, ընդհակառակը, արտահայտվում է ամբողջ թվով և, որպես կանոն, շատ մեծ թվով:

ձախ մասերում գտնվում են միատեսակ թվով մուլեկուլներ, ութը՝ այն վիճակներին, երբ կեսերից մեկում գտնվում է մեկ մուլեկուլ, իսկ մյուսում՝ երեք մուլեկուլ, և միայն երկու եղանակներով կարող են ստացվել այն վիճակները, որոնց դեպքում բոլոր մուլեկուլները հավաքվում են անոթի կեսերից մեկում:

Ս. դ յ ու ս ա կ 12

Վիճակը		Վիճակի իջահանացման եղանակները		Տվյալ վիճակի իջացման եղանակների թիվը (W)
մուլեկուլների թիվը ձախից	մուլեկուլների թիվը աջից	ձախում գտնվող մուլեկուլների №	աջում գտնվող մուլեկուլների №	
0	4	—	1, 2, 3, 4	1
1	3	1 2 3 4	2, 3, 4 1, 3, 4 1, 2, 4 1, 2, 3	4
2	2	1, 2 1, 3 1, 4 2, 3 2, 4 3, 4	3, 4 2, 4 2, 3 1, 4 1, 3 1, 2	6
3	1	1, 2, 3 1, 2, 4 1, 3, 4 2, 3, 4	4 3 2 1	4
4	0	1, 2, 3, 4	—	1
Ընդամենը եղանակներ				2 ⁴ = 16

Յուրաքանչյուր մուլեկուլ կարող է հավասար հավանականությամբ գտնվել անոթի ինչպես ձախ, այնպես էլ աջ կեսում:

Ուստի մուլտիպլիկացիայի 16 բաշխումներից յուրաքանչյուրը իրականացվում է միևնույն հաճախությամբ: Հետևաբար, տվյալ վիճակի իրականացման եղանակների թիվը որոշում է այդ վիճակի հավանականությունը:

Ինչպես տեսանք, չորս մուլտիպլիկացիայի դեպքում գոյություն ունի բավականաչափ մեծ հավանականություն (1/8-ի հավասար)՝ որ բոլոր մուլտիպլիկացիաները կհավաքվեն անոթի կեսերից մեկում: Մակայն մուլտիպլիկացիայի թվի մեծացումով դրությունը խիստ փոխվում է: Աղյուսակ 13-ում բերված են այն եղանակները, որոնցով իրականացվում են տարբեր վիճակները տասը մուլտիպլիկացիայի համար: Այս դեպքում բոլոր մուլտիպլիկացիաների՝ անոթի կեսերից մեկում հավաքվելու հավանականությունը ընդամենը 1/512 է: Դեպքերից մեծ մասում (1024-ից 672 դեպքերում) անոթի երկու մասերում կգտնվեն կամ հավասար (5—5), կամ համարյա հավասար (6—4 կամ 4—6) թվով մուլտիպլիկացիաներ:

Կարելի է ցույց տալ, որ անոթի երկու կեսերի միջև N մուլտիպլիկացիայի բաշխման եղանակների ընդհանուր թիվը 2^N է ($N=4$ և $N=10$ դեպքերի համար հնարավորություն ունեցանք դրանում համոզվելու): Ուստի, եթե մուլտիպլիկացիայի N թիվը հավասար է, օրինակ, 10^{20} , ապա բոլոր մուլտիպլիկացիաների՝ անոթի մի կեսում հավաքվելու հավանականությունը չափազանց փոքր կլինի (այն հավասար կլինի երկուսը բաժանած երկուսի 10^{20} -ի վրա):

Աղյուսակ 13

Մուլտիպլիկացիայի թիվը		W
ձախից	աջից	
0	10	1
1	9	10
2	8	45
3	7	120
4	6	210
5	5	252
6	4	210
7	3	120
8	2	45
9	1	10
10	0	1

Ենթադրենք, թե ըսկզբում գազը գտնվում էր անոթի ձախ կեսում, որը դատարկ աչ կեսից անշատված է միջնորմով: Եթե հանենք միջնորմը, գազը ինքնաբերաբար կտարածվի ամբողջ անոթի մեջ: Այս պրոցեսը կլինի ոչ դարձելի, որովհետև բոլոր մուլտիպլիկացիայի ջերմային շարժման հետևանքով անոթի մի կեսում հավաքվելու հա-

վանականությունը, ինչպես տեսանք, գործնականորեն հավասար է զրոյի: Հետևաբար, ինքն իրեն, առանց արտաքին

ազդեցութեան գազը չի կարող հավաքվել անոթի ձախ կետում:

Այսպիսով, պարզվում է, որ ամբողջ անոթում գազի տարածումը ոչ դարձելի պրոցես է, քանի որ նրա հակառակ պրոցեսը շատ քիչ է հավանական: Այս եզրակացութիւնը կարելի է տարածել նաև այլ պրոցեսների վրա: Յուրաքանչյուր ոչ դարձելի պրոցես այնպիսի մի պրոցես է, որի հակառակը չափազանց քիչ է հավանական:

§ 136. Իդեալական գազի էնտրոպիան

Գտնենք իդեալական գազի էնտրոպիայի արտահայտութիւնը: Քանի որ էնտրոպիան ադիտիվ մեծութիւն է, բավական է գտնել գազի մեկ կիլոմոլի էնտրոպիայի S_{μ} արժեքը: Ցանկացած m մասսայով գազի էնտրոպիան կլինի

$$S = \frac{m}{\mu} S_{\mu}$$

Ելնելով թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքի (96.4) հավասարումից և տեղադրելով նրա մեջ իդեալական գազի dU արտահայտութիւնը, կստանանք

$$d'Q_{\mu} = C_V dT + p dV_{\mu}$$

$d'Q_{\mu}$ բաժանելով T -ի վրա, կստանանք dS_{μ} [տե՛ս (133.5)-ը, ենթադրվում է, որ պրոցեսը դարձելի է].

$$dS_{\mu} = C_V \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV_{\mu} \quad (136.1)$$

Իդեալական գազի վիճակի հավասարման համաձայն p/T -ը հավասար է R/V_{μ} : Հետևաբար, (136.1)-ը կարելի է գրել

$$dS_{\mu} = C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV_{\mu}}{V_{\mu}}$$

Վերցնելով $dS_{4\sigma}$ -ի անորոշ ինտեգրալը, կստանանք

$$S_{4\sigma} = C_V \ln T + R \ln V_{4\sigma} + S_{04\sigma}, \quad (136.2)$$

որտեղ $S_{04\sigma}$ -ն ինտեգրման հաստատունն է: (136.2) բանաձևը տալիս է իդեալական գազի մեկ կիլոմոլի էնտրոպիայի արտահայտությունը՝ T և V փոփոխականներից կախված: Վիճակի հավասարումով կարելի է անցնել $S_{4\sigma}$ -ի այնպիսի արտահայտությունների, որոնք կախված են այլ փոփոխականներից: Տեղադրելով (136.2)-ի մեջ $V_{4\sigma} = RT/p$, կստանանք

$$S_{4\sigma} = C_V \ln T + R \ln R + R \ln T - S \ln p + S_{04\sigma}:$$

Նշանակելով $R \ln R + S_{04\sigma}$ -ը $S'_{04\sigma}$ -ով և հաշվի առնելով, որ իդեալական գազի համար $C_V + R$ -ը հավասար է C_p -ի, կարելի է գրել

$$S_{4\sigma} = C_p \ln T - R \ln p + S'_{04\sigma}, \quad (136.3)$$

Վերջապես, (136.2)-ի մեջ T -ն փոխարինելով $pV_{4\sigma}/R$ -ով, կարելի է ստանալ

$$S_{4\sigma} = C_V \ln p + C_p \ln V_{4\sigma} + S''_{04\sigma}, \quad (136.4)$$

որտեղ

$$S''_{04\sigma} = S_0 - C_V \ln R:$$

Հաշվենք էնտրոպիայի փոփոխությունը երկու տարբեր գազեր իրար խառնելիս. դեպքում: Դիցուք յուրաքանչյուրը մեկ կիլոմոլ քանակությամբ երկու տարբեր գազեր գտնվում են միևնույն p ճնշման և T ջերմաստիճանի պայմաններում և իրարից միջնորմով բաժանված են հավասար V ծավալներում (նկ. 302): Եթե միջնորմը հանենք, կսկսվի գազերի փոխադարձ դիֆուզիա, որի հետևանքով նրանցից յուրաքանչյուրը կտարածվի $2V$ ծավալով: Առաջացած խառնուրդում երկու գազերի պարզիալ ճնշումը հավասար կլինի $p/2$ -ի: Ակնհայտ է, որ գազերի խառնման պրոցեսը ոչ դարձելի է, այսինքն՝ այն պետք է ուղեկցվի համակարգի էնտրոպիայի աճով: Օգտվելով (136.3) արտահայտությունից, համակարգի էն-

տրոպիայի սկզբնական արժեքը, որը հավասար է երկու գազերի էնտրոպիաների գումարին, կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$S_{սկ} = (C_{p1} \ln T - R \ln p + S'_{01}) + (C_{p2} \ln T - R \ln p + S'_{02}) \quad (136.5)$$

Սառնուրդի էնտրոպիան կարելի է հաշվել որպես նրա երկու բաղադրիչների էնտրոպիաների գումար՝

$$S_{սկբջ} = \left(C_{p1} \ln T - R \ln \frac{p}{2} + S'_{01} \right) + \left(C_{p2} \ln T - R \ln \frac{p}{2} + S'_{02} \right):$$

էնտրոպիայի աճը՝

$$\Delta S = S_{սկբջ} - S_{սկ} = 2R \ln p - 2R \ln \frac{p}{2} = 2R \ln 2 \quad (136.6)$$

Այսպիսով, գազերը իրար խառնելու դեպքում էնտրոպիան իսկապես աճում է:

Այն հանգամանքը, որ էնտրոպիայի աճը նույնն է տարբեր գազերի ցանկացած զույգի համար (այն հավասար է $2R \ln 2$), կարծես թե մեզ հնարավորութուն է տալիս (136.6) արդյունքը տարածել նաև նույնական բաղադրիչների դեպքի վրա, այսինքն՝ այն դեպքի վրա, երբ միջնորմի տարբեր

μ_1	μ_2
$p_1 = p$	$p_2 = p$
$V_1 = V$	$V_2 = V$

Նկ. 302

կողմերում նախօրոք գտնում է նույն գազը: Տարբեր բաղադրիչներից նույնական բաղադրիչներին անցնելու դեպքում հանգում ենք Գիբսի պարադոքսին. միջնորմի հեռացումը ոչ դիֆուզիա է առաջացնում և ոչ էլ մեկ այլ դարձելի պրոցես, և միաժամանակ թվում է, թե այն ուղեկցվում է էնտրոպիայի

աճով, որը հավասար է (136.6)-ին: Սակայն (136.6)-ի տարածումը նույնական բաղադրիչների դեպքի վրա իրավացի չէ: (136.6) բանաձևը ստացված է տարբեր բաղադրիչների համար, որոնցից յուրաքանչյուրին խառնուրդի մեջ վերա-

գրվում է p_i պարօրիալ ճնշում: Նույնական բաղադրիչների դեպքում միջնորմը հեռացնելուց հետո ոչ թե խառնուրդ է ստացվում, այլ մնում է սկզբնական նույն գազը միևնույն p ճնշման դեպքում, սակայն արդեն երկու մոլ քանակով: Նրա $S_{գեղջ}$ էնտրոպիան (136.3) բանաձևի համաձայն կլինի [քանի որ գազի քանակը հավասար է երկու մոլի, (136.3) արտահայտությունը պետք է կրկնապատկել]

$$S_{գեղջ} = 2[C_p \ln T - R \ln p + S'_{0գ}],$$

որը, ինչպես հեշտությունը կարելի է տեսնել, հավասար է $S_{0գ}$ -ի (136.5) արտահայտությանը, եթե վերջինի մեջ տեղադրենք $C_{p1} = C_{p2} = C_p$ և $S'_{01} = S'_{02} = S'_{0գ}$:

XV Գ Լ ՈՒ Խ

ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿ

§ 137. Բյուրեղային վիճակի տարբերիչ գծերը

Բնության մեջ պինդ մարմինների ճնշող մեծամասնությունը ունի բյուրեղային կառուցվածք: Այսպես, գրեթե բոլոր հանքերը և բոլոր մետաղները պինդ վիճակում բյուրեղներ են:

Ի տարբերություն հեղուկ և գազանման վիճակների, բյուրեղային վիճակի տարբերիչ գիծը անիզոտրոպիայի առկայությունն է, այսինքն՝ մի շարք ֆիզիկական հատկությունների (մեխանիկական, ջերմային, էլեկտրական, օպտիկական) կախումը ուղղությունից:

Այն մարմինները, որոնց հատկությունները բոլոր ուղղություններով միատեսակ են, կոչվում են իզոտրոպ մարմիններ: Գազերից և, առանձին բացառություններով, բոլոր հեղուկներից բացի իզոտրոպ են նաև ամորֆ պինդ մարմինները: Վերջինները գերսառեցրած հեղուկներ են (§ 149):

Բյուրեղների 'անիզոտրոպիայի պատճառը բյուրեղները կազմող մասնիկների (ատոմների կամ մոլեկուլների) կարգավորված դասավորությունն է:

Մասնիկների կարգավորված դասավորությունը արտահայտվում է բյուրեղների կանոնավոր արտաքին երեսակումով: Բյուրեղները սահմանափակված են հարթ նիստերով,

որոնք իրար հետ փոխհատվում են բյուրեղների յուրաքանչյուր տրված տեսակին բնորոշ անկյունով: Բյուրեղները հեշտությամբ կոտրատվում են որոշակի հարթություններով, որոնք կոչվում են թերթականության հարթություններ:

Սովորաբար, բյուրեղների երկրաչափական ձևի կանոնավորությունը և անիզոտրոպությունը չեն դրսևորվում, որովհետև բյուրեղային մարմինները, որպես կանոն, հանդիպում են պոլիբյուրեղների տեսքով, այսինքն՝ բազմաթիվ սերտածած և անկանոն կերպով կողմնորոշված մանր բյուրեղիկների կոնգլոմերատների տեսքով: Պոլիբյուրեղներում անիզոտրոպիան նկատվում է միայն յուրաքանչյուր առանձին վերցրած բյուրեղի սահմաններում, իսկ մարմինը՝ ամբողջությամբ վերցրած, բյուրեղիկների անկանոն կողմնորոշման հետևանքով անիզոտրոպ չէ:

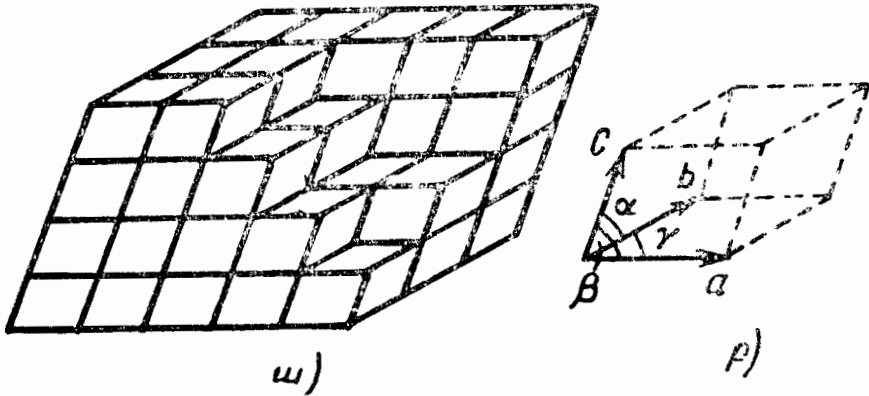
Ստեղծելով բյուրեղացման հատուկ պայմաններ, ձուլվածքից կամ լուծույթից կարելի է ստանալ ցանկացած նյութի առանձին մեծ բյուրեղներ՝ մոնոբյուրեղներ: Մի քանի հանքերի մոնոբյուրեղները բնության մեջ հանդիպում են բնական վիճակում:

Բյուրեղի ատոմների կարգավորված դասավորությունը այն է, որ ատոմները (կամ մոլեկուլները) տեղավորվում են երկրաչափորեն կանոնավոր տարածական ցանցի հանգույցներում: Ամբողջ բյուրեղը ստացվում է միևնույն կառուցվածքային տարրը երեք տարբեր ուղղություններով բազմաթիվ անգամ կրկնելով: Այդ կառուցվածքային տարրը կոչվում է տարրական բյուրեղային բջիջ (նկ. 303, ա): Բյուրեղային բջջի a, b և c կողերի երկարությունները կոչվում են բյուրեղի նույնականության պարբերություններ:

Բյուրեղային բջիջը մի զուգահեռանիստ է, որը կառուցված է երեք՝ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} վեկտորներով, որոնց մոդուլները հավասար են նույնականության պարբերություններին: Բացի a, b, c կողերից, այս զուգահեռանիստը բնութագրվում է նաև կողերի միջև գտնվող α , β և γ անկյուններով (նկ. 303,

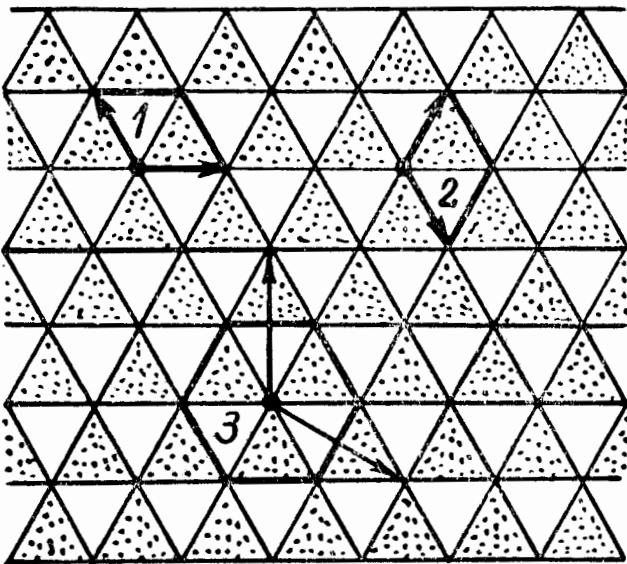
բ) a, b, c և α, β, γ մեծությունները միարժեք բնութագրում են տարրական բջիջը և կոչվում են նրա պարամետրեր:

Տարրական բջիջը կարելի է ընտրել տարբեր եղանակներով: Դա ցույց է տրված նկ. 304-ում բերված հարթ կառուցվածքի օրինակում: Պատի երեսպատումը իբար հաջորդող բաց և մուգ գույնի եռանկյունաձև սալիկներով կարելի է



Նկ. 303

իրականացնել տարբեր բջիջները երկու ուղղություններով բազմաթիվ անգամ կրկնելով (տե՛ս, օրինակ, 1, 2 և 3 բջիջները, սլաքներով ցույց են տրված այն ուղղությունները, որոնցով կրկնվում են բջիջները): 1 և 2 բջիջները տարբերվում են նրանով, որ պարունակում են նվազագույն քանակով կառուցվածքային տարրեր (մեկական բաց գույնի և մեկական մուգ գույնի սալիկներ): Այն բյուրեղային բջիջը, որը պարունակում է բյուրեղային նյութի քիմիական կազմը բնութագրող ատոմների ամենափոքր թիվը (օրինակ, սառույցի բյուրեղի համար՝ մեկ ատոմ թթվածին և երկու ատոմ ջրածին), կոչվում է պարզ բջիջ: Սակայն պարզ բջջի փոխարեն, սովորաբար, ընտրում են ավելի մեծ թվով ատոմներ պարունակող տար-



Նկ. 304

րական բջիջներ, որոնք օժտված են նույնպիսի սիմետրիայով, ինչպիսի սիմետրիայով որ օժտված է բյուրեղը ամբողջությամբ վերցրած: Այսպես, նկ. 304-ում պատկերված հարթ կառուցվածքը համընկնում է ինքն իր հետ, եթե այն պտտենք 120° -ով՝ սալիկների գագաթներով անցնող և իրեն ուղղահայաց ցանկացած առանցքի շուրջը: Այսպիսի հատկությամբ օժտված է նաև տարրական 3 բջիջը: 1 և 2 բջիջներն ունեն սիմետրիայի ավելի փոքր աստիճան. նրանք համընկնում են իրենց հետ միայն 360° -ով պտտվելու դեպքում:

§ 138. Բյուրեղների դասակարգումը

Բյուրեղային ցանցը օժտված է սիմետրիայի տարբեր տեսակներով: Բյուրեղային ցանցի սիմետրիա կոչվում է ցանցի ինքն իր հետ համընկնելու հատկությունը՝ որոշ տարածական տեղափոխությունների դեպքում:

Յուրաքանչյուր ցանց առաջին հերթին օժտված է տրանսլյացիոն սիմետրիայով, այսինքն՝ այն համընկնում է ինքն իր հետ նույնականություն պարբերություն մեծության չափով տեղափոխվելու (տրանսլյացիայի) դեպքում¹: Սիմետրիայի այլ տեսակներից նշենք ինչպես որոշ առանցքների շուրջը կատարվող պտույտի, այնպես էլ որոշակի հարթությունների նկատմամբ հայելային անդրադարձման հետ կապված սիմետրիաները:

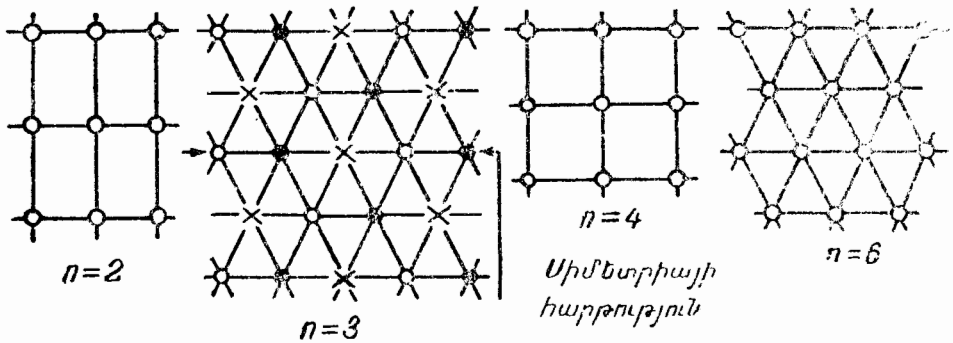
Եթե ցանցը ինքն իր հետ համընկնում է որևէ առանցքի շուրջը $2\pi/n$ անկյամբ պտտելու դեպքում (հետևաբար, ցանցը առանցքի շուրջը մի լրիվ պտույտ կատարելիս համընկնում է ինքն իր հետ n անգամ), այդ առանցքը կոչվում է n -րդ կարգի սիմետրիայի առանցք: Կարելի է ցույց տալ, որ 1-ին կարգի տրիվիալ առանցքից բացի հնարավոր են

¹ Ցանցի սիմետրիան քննարկելիս նկատի չեն առնվում բյուրեղի վերջավոր չափերը և համարում են, որ ցանցը անվերջ է:

միայն 2-րդ, 3-րդ, 4-րդ և 6-րդ կարգի սիմետրիայի առանցքներ: Այսպիսի սիմետրիայի առանցքներով օժտված կառուցվածքների օրինակները սխեմատիկորեն ցույց են տրված նկ. 305-ում (սպիտակ և սև օղակներով, սև խաչիկներով նշանակված են տարբեր տեսակի ատոմները):

Այն հարթութայինները, որոնցից հայելային անդրադարձման դեպքում ցանցը համընկնում է ինքն իր հետ, կոչվում են սիմետրիայի հարթութայիններ: Սիմետրիայի հարթութային օրինակ է տրված նաև նկ. 305-ում:

Տարբեր տեսակի սիմետրիաները կոչվում են բյուրեղային ցանցի սիմետրիայի տարրեր: Առանցքներից և հարթութայիններից բացի գոյություն ունեն նաև սիմետրիայի այլ տարրեր, որոնց քննարկմամբ մենք չենք զբաղվելու:



Նկ. 305

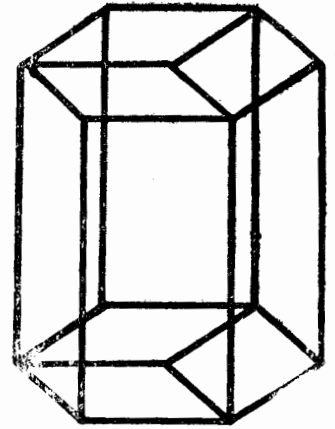
Որպես կանոն, բյուրեղային ցանցը միաժամանակ օժտված է մի քանի տեսակի սիմետրիաներով: Սակայն, սիմետրիայի տարրերի ոչ բոլոր համակցություններն են հնարավոր: Ինչպես ցույց է տվել հայտնի ռուս գիտնական Ե. Ս. Ֆեոդորովը, հնարավոր են սիմետրիայի տարրերի 230 համակցություններ, որոնք կոչվում են տարածական խումբեր: Այս 230 տարածական խումբերը ըստ սիմետրիայի հատկանիշների բաժանվում են 32 դասերի: Վերջապես, բոլոր բյուրեղները ըստ տարրական բջջի ձևի բաժանվում են չոթ բյուրեղագիտական համակարգերի (կամ սինգոնիաների), որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է սիմետրիայի մի քանի դասեր:

Բյուրեղագիտական համակարգերը սիմետրիայի աճման կարգով դասավորվում են հետևյալ ձևով:

1. Տրիկլինային համակարգ: Այս համակարգի համար բնորոշ է, որ $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$: Տարրական բջիջն ունի շեղանկյուն զուգահեռանիստի տեսք:

2. Մոնոկլինային համակարգ: Երկու անկյունները ուղիղ են, իսկ երրորդը (որպես երրորդ անկյուն ընդունված է վերցնել β անկյունը) ուղիղ անկյուն չէ: Հետևաբար՝ $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$: Տարրական բջիջն ունի ուղիղ պրիզմայի ձև, որի հիմքում ընկած է զուգահեռագիծը (այսինքն՝ ունի ուղիղ զուգահեռանիստի ձև):

3. Շեղանկյունային համակարգ: Բոլոր անկյուններն ուղիղ են, իսկ բոլոր կողերը՝ տարբեր, այսինքն՝ $a \neq b \neq c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$: Տարրական բջիջն ունի ուղղանկյուն զուգահեռանիստի ձև:



Նկ. 306

4. Տետրագոնալ համակարգ:

Բոլոր անկյունները ուղիղ են, իսկ երկու կողերը՝ միատեսակ, այսինքն՝ $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$: Տարրական բջիջն ունի քառակուսի հիմքով ուղիղ պրիզմայի տեսք:

5. Ռոմբոէդրային (կամ տրիգոնալ) համակարգ: Բոլոր կողերը միատեսակ են, բոլոր անկյունները նույնպես հավասար են և ուղիղ չեն, այսինքն՝ $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$: Տարրական բջիջն ունի անկյունագծի երկարությամբ սեղմման կամ ձգման միջոցով դեֆորմացված խորանարդի ձև:

6. Հեքսագոնալ համակարգ: Կողերը և այդ կողերով կազմված անկյունները բավարարում են հետևյալ պայմաններին՝ $a = b \neq c$; $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$: Եթե երեք տարրական բջիջները միացնենք իրար այնպես, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 306-ում, ապա կստացվի կանոնավոր վեցանիստ պրիզմա:

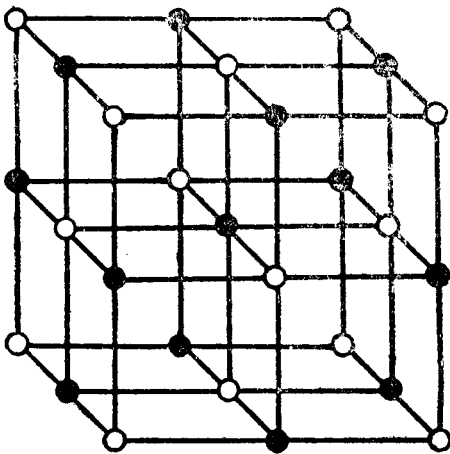
7. Խորանարդային համակարգ: Բոլոր կողերը հավասար են, իսկ բոլոր անկյունները՝ ուղիղ, այսինքն՝

$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$: Տարրական բջիջն ունի խորանարդի ձև:

§ 139. Բյուրեղային ցանցերի ֆիզիկական տեսակները

Բյուրեղային ցանցի հանգույցներում տեղավորված մասնիկների և այդ մասնիկների միջև փոխազդեցության ուժերի բնույթից կախված տարբերում են բյուրեղային ցանցերի և, համապատասխանաբար, բյուրեղների չորս տեսակներ՝ իոնային, ատոմային, մետաղական և մոլեկուլային:

1. Իոնային բյուրեղներ: Բյուրեղային ցանցի հանգույցներում տեղավորվում են տարբեր նշաններով իոններ: Փոխազդեցության ուժերը նրանց միջև հիմնականում էլեկտրաստատիկ (կուլոնյան) են: Տարանուն լիցքերով լիցքավորված իոնների միջև ձգողության էլեկտրաստատիկ ուժերով պայմանավորված կապը կոչվում է հետերոպոլյար (կամ իոնային): Իոնային ցանցի տիպիկ օրինակ է նկ. 307-ում պատկերված քարաղի (NaCl) ցանցը: Այս ցանցը պատկանում է խորանարդային համակարգին: Սպիտակ շրջանակներով պատկերված են նատրիումի դրական իոնները, իսկ սև շրջանակներով՝ քլորի բացասական իոնները: Ինչպես երևում է նկարից, տվյալ նշանի իոնի ամենամոտ հարևանները հակառակ նշաններով իոններն են: NaCl-ը գազանման վիճակում բաղկացած է այնպիսի մոլեկուլներից, որոնց մեջ զույգ-զույգ իրար միացած են նատրիումի և քլորի իոնները: Մոլեկուլը առաջացնող Cl-ի իոնից և Na-ի իոնից բաղկացած խմբավորումը բյուրեղում կորցնում է իր անշատ գոյությունը: Իոնային բյուրեղը բաղկացած է ոչ թե մոլեկուլներից, այլ իոն-



նկ. 307

մակարգին: Սպիտակ շրջանակներով պատկերված են նատրիումի դրական իոնները, իսկ սև շրջանակներով՝ քլորի բացասական իոնները: Ինչպես երևում է նկարից, տվյալ նշանի իոնի ամենամոտ հարևանները հակառակ նշաններով իոններն են: NaCl-ը գազանման վիճակում բաղկացած է այնպիսի մոլեկուլներից, որոնց մեջ զույգ-զույգ իրար միացած են նատրիումի և քլորի իոնները: Մոլեկուլը առաջացնող Cl-ի իոնից և Na-ի իոնից բաղկացած խմբավորումը բյուրեղում կորցնում է իր անշատ գոյությունը: Իոնային բյուրեղը բաղկացած է ոչ թե մոլեկուլներից, այլ իոն-

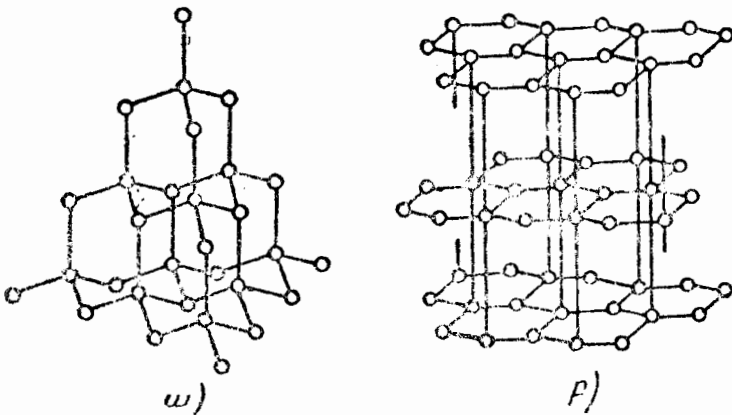
ներից: Ամբողջ բյուրեղը ընդհանուր առմամբ կարելի է դիտել որպես մի հսկա մոլեկուլ:

2. Ատոմային բյուրեղներ: Բյուրեղային ցանցի հանգույցներում տեղավորվում են չեզոք ատոմները: Բյուրեղում (ինչպես նաև մոլեկուլում) չեզոք ատոմները միացնող կապը կոչվում է հոմոնոպոլյար (կամ կովալենտ): Հոմոնոպոլյար կապի դեպքում փոխազդեցության ուժերը նույնպես ունեն էլեկտրական (բայց ոչ թե կուլոնյան) բնույթ: Այս ուժերի բնույթի բացատրությունը կարող է տրվել միայն քվանտային մեխանիկայի հիմունքներով:

Հոմոնոպոլյար կապը իրականացվում է էլեկտրոնային զույգերով: Այդ նշանակում է, որ երկու ատոմների միջև կապը ապահովելու համար յուրաքանչյուր ատոմից մասնակցում է մեկական էլեկտրոն: Այդ պատճառով հոմոնոպոլյար կապն ունի ուղղորդված բնույթ:

Հետերոպոլյար կապի դեպքում յուրաքանչյուր իոն ազդում է բոլոր իրեն բավականաչափ մոտ իոնների վրա: Հոմոնոպոլյար կապի դեպքում ազդեցությունը ուղղված է դեպի այն ատոմը, որի հետ տվյալ ատոմը ունի ընդհանուր էլեկտրոնային զույգ: Հոմոնոպոլյար կապը կարող է իրականանալ միայն վալենտական, այսինքն՝ ատոմի հետ ամենաթույլ կապով կապված էլեկտրոնների միջև: Քանի որ յուրաքանչյուր էլեկտրոն կարող է կապը ապահովել միայն մեկ ատոմի հետ, ուրեմն կապերի թիվը, որոնցում տվյալ ատոմը կարող է մասնակցել (հարևանների թիվը, որոնց հետ այն կարող է կապվել), հավասար է նրա վալենտականությանը:

Ատոմային բյուրեղների բնորոշ օրինակներ են ալմաս-



տը և գրաֆիտը: Նրկու նյութերն էլ ըստ քիմիական բնույթի նույնն են (ներանք կառուցված են ածխածնի ատոմներից), բայց տարբերվում են բյուրեղային կառուցվածքով:

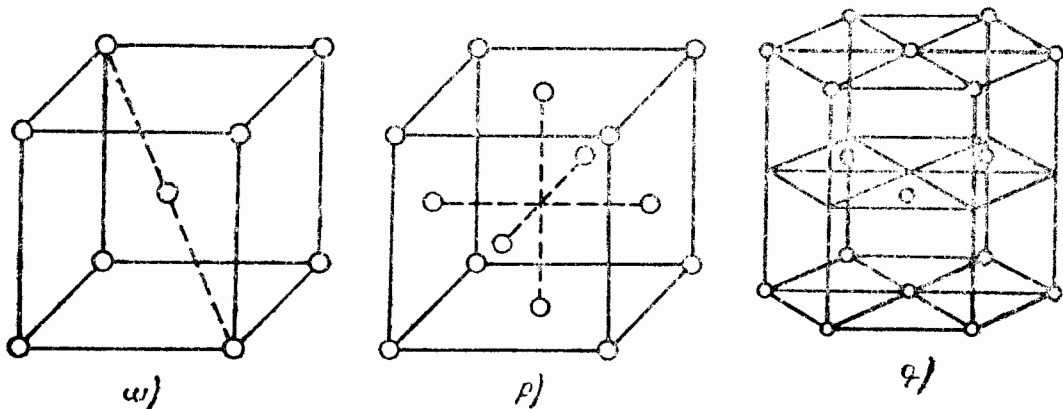
Նկ. 308, ա-ում ցույց է տրված ալմաստի ցանցը, նկ 308, բ-ում՝ գրաֆիտի ցանցը: Այս օրինակում պարզորոշ երևում է բյուրեղային կառուցվածքի ազդեցությունը նյութի հատկությունների վրա:

Ալմաստի ցանցի տիպի ցանց ունեն նաև տիպիկ կիսահաղորդիչները՝ գերմանիումը (Ge) և սիլիցիումը (Si): Այս ցանցի համար բնորոշ է այն, որ յուրաքանչյուր ատոմ շրջապատված է իրենից հավասար հեռավորությունների վրա գրտնրվող չորս հարևաններով, որոնք տեղադրված են կանոնավոր տետրաէդրի գագաթներում: Վալենտական չորս էլեկտրոններից յուրաքանչյուրը մտնում է էլեկտրոնային զույգի մեջ, որը տվյալ ատոմը կապում է հարևաններից մեկի հետ:

3. Մեկտաղական բյուրեղներ: Բյուրեղային ցանցի բոլոր հանգույցներում տեղադրված են մետաղի դրական իոններ: Նրանց միջև անկանոն ձևով, գազի մոլեկուլների նման, շարժվում են այն էլեկտրոնները, որոնք ատոմներից պոկվել են իոնների առաջացման ժամանակ: Այդ էլեկտրոնները կատարում են «ցեմենտի» դեր և մեկտեղ են պահում դրական իոնները, հակառակ դեպքում ցանցը իոնների միջև գոյություն ունեցող վանող ուժերի ազդեցության տակ կքայքայվեր: Սրա հետ միասին էլեկտրոններն էլ իոնների կողմից պահվում են բյուրեղային ցանցի սահմաններում և չեն կարող հեռանալ այնտեղից:

Մետաղների մեծ մասը ունի հետևյալ երեք տեսակի ցանցերից որևէ մեկը. խորանարդային ծավալակենտրոնադիր (նկ. 309, ա), խորանարդային նիստակենտրոնադիր (նկ. 309, բ) և, այսպես կոչված, խիտ հեքսագոնալ (նկ. 309, գ): Վերջինս հեքսագոնալ ցանց է, որի c/a հարաբերությունը հավասար է $\sqrt{8/3}$ -ի: Խորանարդային նիստակենտրոնադիր և խիտ հեքսագոնալ ցանցերը համապատասխանում են միատեսակ գնդերի ամենախիտ ծրարմանը:

4. Մոլեկուլային բյուրեղներ: Բյուրեղային ցանցի հանգույցներում տեղավորված են որոշակի ձևով կողմնորոշված մոլեկուլներ: Բյուրեղում մոլեկուլների միջև գոյություն ունեն



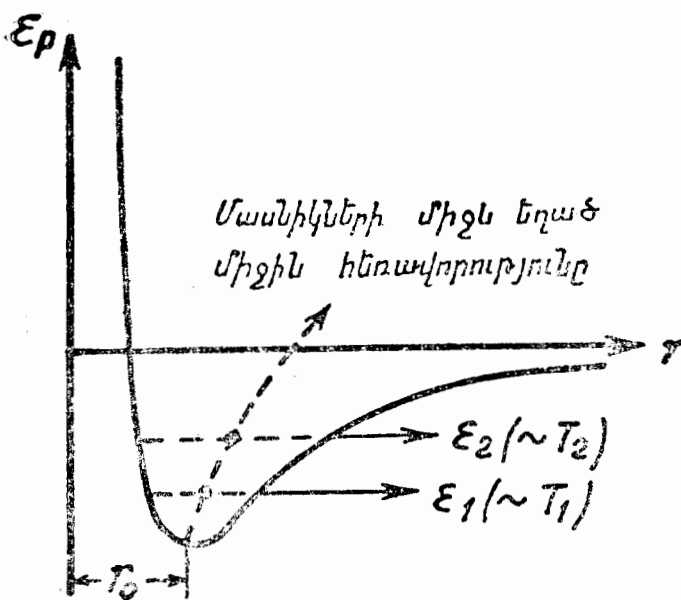
Նկ. 309

ցող կապի ուժերը ունեն այն բնույթը, ինչ որ մոլեկուլների միջև ձգողության ուժերը, որոնք գազերը շեղում են իդեալական վիճակից: Այդ պատճառով նրանք կոչվում են վանդեր-վաալսյան ուժեր: Մոլեկուլային ցանցեր առաջացնում են, օրինակ՝ H_2 -ը, N_2 -ը, O_2 -ը, CO_2 -ը, H_2O -ն: Այսպիսով, սովորական սառույցը, ինչպես նաև այսպես կոչված չոր սառույցը (պինդ ածխաթթուն) մոլեկուլային բյուրեղներ են:

§ 140. Ջերմային շարժումը բյուրեղներում

Բյուրեղային ցանցի հանգույցները որոշում են մասնիկների միջին դիրքերը: Մասնիկները (իոնները, ատոմները կամ մոլեկուլները) անընդհատ տատանվում են միջին դիրքերի շուրջը, ընդ որում տատանումների ինտենսիվությունը աճում է ջերմաստիճանի հետ:

Բյուրեղ առաջացնող մասնիկների միջև ձգողական ուժերը բավականաչափ փոքր հեռավորությունների վրա փոխարինվում են հեռավորության փոքրացման հետ արագ աճող վանող ուժերի: Այս հանգամանքը իրավացի է նաև երկու տարանուն իոնների համար, քանի որ իոնների էլեկտրո-



Նկ. 310

նային թաղանթների շատ մոտենալու դեպքում ավելի ուժեղ են զգացվում վանողական ուժերը նրանց միջև¹:

Այսպիսով, բյուրեղում ցանկացած տեսակի մասնիկների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցությունը կարելի է ներկայացնել նկ. 310-ում պատկերված պոտենցիալային կորի տեսքով (համեմ. նկ. 264-ի հետ): Կորը մինիմումի նկատմամբ սիմետրիկ չէ: Այդ պատճառով մասնիկների

միայն շատ փոքր տատանումները հավասարակշռության վերքի շուրջը կունենան հարմոնիկ բնույթ: Տատանումների ամպլիտուդի մեծացման հետ (որը կատարվում է շերմաստիճանի բարձրացման դեպքում) ավելի ուժեղ կարտահայտվի անհարմոնիկությունը (այսինքն՝ տատանումների շեղումը հարմոնիկ տատանումներից): Իրանից, ինչպես երևում է նկ. 310-ից, միջին հեռավորությունները մասնիկների միջև մեծանում են, և հետևաբար՝ մեծանում է նաև բյուրեղի ծավալը: Այսպես է բացատրվում բյուրեղների շերմային ընդարձակումը:

§ 141. Բյուրեղների շերմունակությունը

Բյուրեղային ցանցի հանգույցներում մասնիկների դասավորությունը համապատասխանում է նրանց փոխազարձ պոտենցիալ էներգիայի մինիմումին: Հավասարակշռության դիրքից

¹ Իոնների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցությունն ունի ավելի բարդ բնույթ, քան կետային լիցքերի փոխազդեցությունը:

ցանկացած ուղղությամբ մասնիկների շեղման դեպքում առաջանում է մի ուժ, որը ձգտում է մասնիկը վերադարձնել սկզբնական դիրքը, որի հետևանքով առաջանում են մասնիկի տատանումներ: Կամայական ուղղությամբ կատարվող տատանումները կարելի է ներկայացնել որպես երեք կոորդինատային առանցքների ուղղությամբ կատարվող տատանումների վերադրում: Այսպիսով, բյուրեղում յուրաքանչյուր մասնիկի պետք է վերագրել ազատության երեք տատանողական աստիճաններ:

Ինչպես տեսանք § 101-ում, մեկ մասնիկի ազատության յուրաքանչյուր տատանողական աստիճանին միջին հաշվով բաժին է ընկնում kT -ի երկու կեսերին հավասար էներգիա, որոնցից մեկը կլինետիկ էներգիա է, իսկ մյուսը՝ պոտենցիալ: Հետևաբար, յուրաքանչյուր մասնիկի, օրինակ, ատոմի՝ ատոմային ցանցում, իոնի՝ իոնային կամ մետաղական ցանցում¹, միջին հաշվով բաժին է ընկնում $3kT$ -ի հավասար էներգիա: Բյուրեղային վիճակում գտնվող նյութի կիլոմոլի էներգիան կարելի է որոշել մեկ մասնիկի միջին էներգիան բազմապատկելով բյուրեղային ցանցի հանգույցներում գտնվող մասնիկների թվով: Վերջին թիվը համընկնում է Ավոգադրոյի N_A թվի հետ միայն քիմիապես պարզ նյութերի դեպքում: $NaCl$ -ի նման նյութի դեպքում մասնիկների թիվը հավասար կլինի $2N_A$ -ի, քանի որ $NaCl$ -ի մոլը իր մեջ պարունակում է Na -ի N_A թվով և Cl -ի N_A թվով ատոմներ:

Սահմանափակվելով ատոմային կամ մետաղական բյուրեղներ առաջացնող քիմիապես պարզ նյութերի քննարկումով, բյուրեղային վիճակում գտնվող նյութի կիլոգրամատոմի ներքին էներգիայի համար կարող ենք գրել

$$U_{\text{կ}} = N_A 3kT = 3RT:$$

Ներքին էներգիայի այն աճը, որը համապատասխանում է շերմաստիճանի բարձրացմանը մեկ աստիճանով, (102.6)-ի

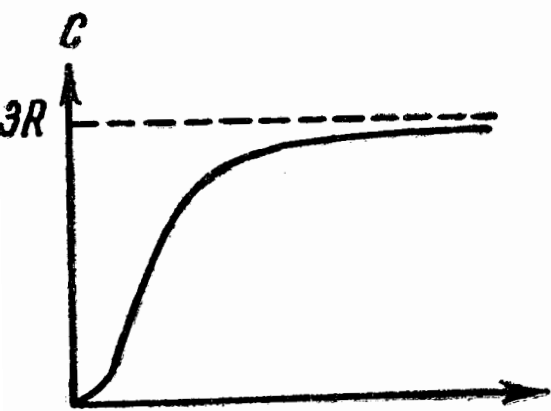
¹ Մոլեկուլային բյուրեղների դեպքում գործը ավելի բարդանում է: Մոլեկուլները համընթաց տատանումների հետ միասին կատարում են նաև ոլորման տատանումներ: Բացի դրանից, տեղի են ունենում նաև ատոմների տատանումներ մոլեկուլների ներսում:

համաձայն հավասար է ջերմունակությանը հաստատուն ծավալի դեպքում: Հետևաբար՝

$$C_V = 3R \approx 25 \cdot 10^3 \text{ Ջ/աատ. կգ-ատոմ:} \quad (141.1)$$

Քանի որ պինդ մարմինների ծավալը տաքացնելիս քիչ է փոխվում, նրանց ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում աննշան չափով է տարբերվում հաստատուն ծավալի դեպքում մարմնի ունեցած ջերմունակությունից, այնպես որ կարելի է համարել, որ $C_p \approx C_V$ և խոսել պարզապես պինդ մարմնի ջերմունակության մասին:

Այսպիսով, (141.1)-ի համաձայն բյուրեղային վիճակում գտնվող քիմիապես պարզ մարմինների համար կիլոգրամատոմային ջերմունակությունը նույնն է և հավասար է $25 \cdot 10^3$ Ջ/աատ. կգ-ատ.: Այս պնդումը Դյուլոնգի և Պտիի փորձնական ճանապարհով ստացած օրենքի բովանդակությունն է: Այս օրենքը բավականին լավ մոտավորությամբ տեղի ունի շատ նյութերի համար սենյակի ջերմաստիճանում: Սակայն ալմաստը, օրինակ, սենյակի ջերմաստիճանում ունի $5,6 \cdot 10^3$ Ջ/աատ. կգ-ատ ջերմունակություն: Ավելին, (141.1)-ին հակառակ բյուրեղների ջերմունակությունը կախում ունի ջերմաստիճանից, ընդ որում կախումը ունի նկ.



նկ. 311

Մարմիններից մեծ մասի մոտ այդ տեղի է ունենում սենյակի ջերմաստիճանում, իսկ ալմաստի ջերմունակությունը հասնում է (141.1) արժեքին միայն 1000°C -ի կարգի ջերմաստիճանում:

Էյնշտեյնի և Դեբայի ստեղծած պինդ մարմինների ջերմունակություն ճշգրիտ տեսությունը առաջին հերթին հաշ-

վի է առնում տատանողական շարժման էներգիայի քվանտացումը (§ 102): Երկրորդ, տեսությունը հաշվի է առնում այն, որ բյուրեղային ցանցում կատարվող մասնիկների տատանումները իրարից անկախ չեն: Հավասարակշռության դիրքից տեղաշարժված մասնիկը շարժման մեջ է ներգրավում իրեն շատ մոտ գտնվող մասնիկներին: Բյուրեղի մասնիկների միջև գոյություն ունեցող ուժեղ փոխազդեցությունը հանգեցնում է նրան, որ որևէ մասնիկի տատանումով առաջացած գրգռումը փոխանցվում է մյուս մասնիկներին և բյուրեղում առաջանում է վազող ալիք: Հասնելով բյուրեղի սահմանին, ալիքը անդրադառնում է: Ինչպես հայտնի է, ուղիղ և անդրադարձող ալիքների վերադրման դեպքում առաջանում են կանգուն ալիքներ: Սահմանափակ միջավայրում կանգուն ալիքները պետք է բավարարեն որոշակի պայմանների (օրինակ, այդպիսի պայման կարող է լինել այն պահանջը, որ միջավայրի սահմանի վրա առաջանա ալիքի ուռույց): Այս պայմանները կանգուն ալիքների հնարավոր երկարությունների կամ տատանումների հաճախությունների վրա դնում են սահմանափակումներ: Օրինակ, հայտնի է, որ ամրացված ծայրեր ունեցող լարի մեջ կարող են առաջանալ միայն λ երկարությամբ կանգուն ալիքներ, որոնք բավարարում են $l = n\lambda/2$ պայմանին, որտեղ l -ը լարի երկարությունն է, իսկ n -ը ամբողջ թիվ է: Այսպիսով, բյուրեղներում ջերմային շարժումը կարելի է ներկայացնել որպես դիսկրետ հաճախությունների լրիվ հավաքածու (սպեկտրը) ունեցող կանգուն ալիքների վերադրում:

Բյուրեղների ջերմունակության քվանտային տեսությունը լավ համաձայնեցվում է փորձնական տվյալների հետ, մասնավորապես, բարձր ջերմաստիճանների համար այն հանգեցնում է (141.1) արտահայտությանը:

XVI ՔԼՈՒԽ

ՀԵՂՈՒԿ ՎԻՃԱԿ

§ 142. Հեղուկների կառուցվածքը

Հեղուկ վիճակը, գրավելով միջանկյալ դիրք գազերի և բյուրեղների միջև, իր մեջ համակցում է այդ երկու վիճակների որոշ գծերը: Մասնավորապես հեղուկների, ինչպես նաև բյուրեղային մարմինների համար բնորոշ է որոշակի ծավալի առկայությունը և դրա հետ միասին գազի նման հեղուկը ընդունում է այն անոթի ձևը, որի մեջ գտնվում է ինքը: Այնուհետև, բյուրեղային վիճակի համար բնորոշ է նրա մասնիկների (ատոմների կամ մոլեկուլների) կարգավորված դասավորությունը, իսկ գազերում, այս իմաստով, լրիվ քառս է տիրում: Ռենտգենագրական հետազոտությունների համաձայն մասնիկների դասավորության բնույթի տեսակետից հեղուկները դարձյալ միջանկյալ դիրք են գրավում: Հեղուկի մասնիկների դասավորման մեջ դիտվում է, այսպես կոչված, մոտակա կարգ: Նշանակում է, որ ցանկացած մասնիկի նկատմամբ նրան մոտ հարևան մասնիկների դասավորությունը կարգավորված է: Սակայն, տվյալ մասնիկից հեռանալուն համեմատ այլ մասնիկների դասավորությունը նրա նկատմամբ դառնում է ավելի քիչ կարգավորված և բավականին արագ մասնիկների դասավորման մեջ կարգ ու կանոնը լրիվ անհետանում է: Բյուրեղներում տեղի ունի հեռավոր կարգ, այսինքն՝ ցան-

կացած մասնիկի նկատմամբ մյուս մասնիկների կարգավորված դասավորությունը դիտվում է զգալի ծավալի սահմաններում:

Հեղուկներում մոտակա կարգի առկայությունն պատճառով հեղուկների կառուցվածքը կոչվում է քվազիբյուրեղային (բյուրեղանման):

Հեռավոր կարգի բացակայության հետևանքով հեղուկները (բացառությամբ, այսպես կոչված, հեղուկ բյուրեղների) չեն հայտնաբերում անիզոտրոպություն, որը բնորոշ է կանոնավոր դասավորված մասնիկներով բյուրեղների համար:

Երկարավուն մոլեկուլներ ունեցող հեղուկներում դիտվում է մոլեկուլների միատեսակ կողմնորոշում ծավալի զգալի սահմաններում, որը պայմանավորում է օպտիկական և այլ հատկությունների անիզոտրոպությունը: Այդպիսի հեղուկները կոչվում են հեղուկ բյուրեղներ: Այդ հեղուկներում կարգավորված է միայն մոլեկուլների կողմնորոշումը, իսկ մոլեկուլների փոխադարձ դասավորությունը, ինչպես սովորական հեղուկներում, հեռավոր կարգ չի հայտնաբերում:

Հեղուկների գրաված միջանկյալ դիրքով է պայմանավորված հեղուկ վիճակի հատկությունների առանձնահատուկ բարդությունը: Այդ պատճառով հեղուկ վիճակի վերաբերյալ տեսությունը անհամեմատ ավելի քիչ է զարգացել, քան բյուրեղային և, մանավանդ, գազանման վիճակների վերաբերյալ տեսությունները: Դեռևս գոյություն չունի հեղուկների վերաբերյալ միանգամայն կատարյալ և ընդհանուր ճանաչում գտած տեսություն: Հեղուկ վիճակի վերաբերյալ տեսության մի շարք պրոբլեմների մշակման հարցում նշանակալի վաստակ ունի սովետական գիտնական Յ. Ի. Ֆրենկելը:

Ըստ Ֆրենկելի հեղուկներում ջերմային շարժման բնույթը հետևյալն է: Յուրաքանչյուր մոլեկուլ որոշ ժամանակի ընթացքում տատանվում է հավասարակշռության որոշակի դիրքի շուրջը: Ժամանակ առ ժամանակ մոլեկուլը, թռիչ-

քով տեղափոխվելով, փոխում է իր հավասարակշռության դիրքը. նոր դիրքը գտնվում է նախորդից մոլեկուլների չափերի կարգի հեռավորության վրա: Այսպիսով, հեղուկում մոլեկուլները տեղափոխվում են միայն դանդաղ, ժամանակի մի մասը անցկացնելով որոշակի տեղերի մոտ: Ըստ Ֆրենկելի պատկերավոր արտահայտություն մոլեկուլները, շարժվելով հեղուկի ամբողջ ժավալով, վարում են թափառաշրջիկի կյանք, այսինքն՝ նրանց կարճատև տեղափոխությունները փոխվում են նստակյաց կյանքի՝ համեմատաբար երկար ժամանակամիջոցներով: Այդ դադարներն ունեն իրարից խիստ տարբերվող տեղություններ և անկարգ ձևով փոխարինում են մեկը մյուսին, ընդամին պարզվում է, որ միևնույն հավասարակշռության դիրքի մոտ յուրաքանչյուր հեղուկ ունի տատանումների միջին տեղություն որոշակի արժեք, որը ջերմաստիճանի բարձրացման դեպքում կտրուկ նվազում է: Այս կապակցությամբ ջերմաստիճանը բարձրացնելու դեպքում խիստ աճում է մոլեկուլների շարժունությունը, որը իր հերթին փոքրացնում է հեղուկների մածուցիկությունը:

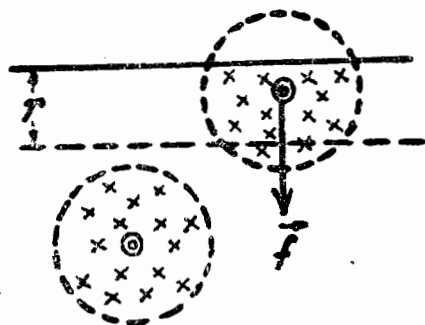
Գոյություն ունեն այնպիսի պինդ մարմիններ, որոնք շատ տեսակետներով պեղի մոտ են հեղուկներին, քան բյուրեղներին: Այդպիսի մարմինները, որոնք կոչվում են ամորֆ, անիզոտրոպություն չեն հայտնաբերում: Նրանց մասնիկների դասավորության մեջ, ինչպես հեղուկներում, գոյություն ունի միայն մոտակա կարգ: Տաքացման դեպքում անցումը ամորֆ պինդ մարմնից դեպի հեղուկը տեղի է ունենում անընդհատ, մինչդեռ անցումը բյուրեղային վիճակից դեպի հեղուկը կատարվում է թռիչքով (այդ մասին մանրամասն ասվելու է § 149-ում): Այս բոլորը հիմք է տալիս ամորֆ պինդ մարմինները դիտել որպես գերսառեցրած հեղուկներ, որոնց մասնիկները խիստ աճած մածուցիկության հետևանքով ունեն սահմանափակ շարժունություն:

Ամորֆ պինդ մարմնի տիպիկ օրինակ է ապակին: Ամորֆ մարմինների թվին են դասվում նաև ձյութը, բիտումը և այլն:

Հեղուկի մոլեկուլները իրար այնքան մոտ են դասավորվում, որ ձգման ուժերը նրանց միջև չափազանց զգալի են դառնում: Քանի որ փոխազդեցությունը արագ նվազում է հեռավորության մեծացման հետ միասին (տե՛ս նկ. 264-ի կորը), ապա որոշ հեռավորությունից սկսած մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող ձգման ուժերը կարելի է արհամարհել:

Այս է հեռավորությունը, ինչպես գիտենք (§ 118), կոչվում է մոլեկուլային ազդեցության շառավիղ, իսկ է շառավիղով գունդը՝ մոլեկուլային ազդեցության գունդ: Մոլեկուլային ազդեցության շառավիղն ունի մոլեկուլի մի քանի էֆեկտիվ տրամագծի կարգի մեծություն:

Յուրաքանչյուր մոլեկուլ կրում է բոլոր այն մոլեկուլների ազդեցությունները, որոնք գտնվում են մոլեկուլային ազդեցության այն գնդի սահմաններում, որի կենտրոնը համընկնում է տվյալ մոլեկուլի հետ:



Նկ. 312

Ակնհայտ է, որ հեղուկի մակերևութից է-ից ավելի մեծ հեռավորության վրա գտնվող մոլեկուլի վրա ազդող այս բոլոր ուժերի համագործը զրո է (նկ. 312): Բանն այլ կերպ է, եթե մոլեկուլը գտնվում է մակերևութից է-ից ավելի փոքր հեռավորության վրա: Քանի որ գոլորշու (կամ հեղուկի հետ սահմանակցող գազի) խտությունը շատ ավելի փոքր է հեղուկի խտությունից, ուրեմն մոլեկուլային ազդեցության գնդի՝ հեղուկի սահմաններից դուրս գտնվող մասը ավելի քիչ լցված կլինի մոլեկուլներով, քան գնդի մնացած մասը: Այդ պատճառով է հաստություն մակերևութային շերտում գտնվող յուրաքանչյուր մոլեկուլի վրա կազդի դեպի հեղուկի ներսը ուղղված մի ուժ: Այս ուժի մեծությունը աճում է շերտի ներքին եզրագծից դեպի արտաքին եզրագիծը:

Մոլեկուլի անցումը հեղուկի խորքից դեպի մակերևու-
թային շերտը տեղի ունենալու համար անհրաժեշտ է մա-
կերևութային շերտում գործող ուժերի հանդեպ կատարել
աշխատանք: Մոլեկուլը այս աշխատանքը կատարում է իր
կինետիկ էներգիայի պաշարի հաշվին, որից մոլեկուլի պո-
տենցիալ էներգիան աճում է այնպես, ինչպես երկրի ձգո-
ղականության ուժերի հանդեպ վերև թռչող մարմնի կատա-
րած աշխատանքը մեծացնում է մարմնի պոտենցիալ էներ-
գիան: Հակառակ ուղղությամբ՝ դեպի հեղուկի խորքը, անցում
կատարելու դեպքում մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան,
որով օժտված էր ինքը մակերևութային շերտում գտնվելու
ժամանակ, վերածվում է մոլեկուլի կինետիկ էներգիայի:

Այսպիսով, մակերևութային շերտի մոլեկուլները օժտը-
ված են լրացուցիչ պոտենցիալ էներգիայով: Մակերևութա-
յին շերտը ամբողջությամբ վերցրած օժտված է լրացու-
ցիչ էներգիայով, որը հեղուկի ներքին էներգիայի բաղա-
դրիչ մասն է:

Քանի որ հավասարակշռության դիրքը համապատաս-
խանում է պոտենցիալ էներգիայի մինիմումին, ապա ինքն
իրեն թողնված հեղուկը կընդունի ամենափոքր մակերես
ունեցող ձևը, այսինքն՝ գնդի ձև:

Ընդհանրապես մենք գործ ունենք ոչ թե «ինքն իրեն
թողնված» հեղուկների, այլ այնպիսի հեղուկների հետ, որոնք
ենթարկվում են երկրի ձգողականության ազդեցությանը:

Այս դեպքում հեղուկը ընդունում է գումարային էներգիայի
(ձգողականության ուժերի դաշտի էներգիայի և մակերևու-
թային էներգիայի) մինիմում արժեքին համապատասխա-
նող ձև:

Մարմնի չափերը մեծացնելիս ծավալը մեծանում է նրա
գծային չափերի խորանարդ աստիճանով, իսկ մակերեսը՝
միայն քառակուսի աստիճանով: Ուստի մարմնի ծավալին
համեմատական ձգողական դաշտի էներգիան մակերևութա-
յին էներգիայի հետ համեմատած մարմնի չափերից կախ-
ված ավելի արագ կփոխվի: Հեղուկի փոքր կաթիլներում
գերակշռող դեր է խաղում մակերևութային էներգիան, որի

հետևանքով այդպիսի կաթիլները լինում են գնդաձև: Հեղուկի մեծ կաթիլները ձգողականություն ուժերի ազդեցության տակ տափակում են, չնայած այս դեպքում մակերևութային էներգիան մեծանում է: Հեղուկի մեծ մասսաներն ունեն հորիզոնական ազատ մակերևույթ և ընդունում են այն անոթի ձևը, որի մեջ լցված են:

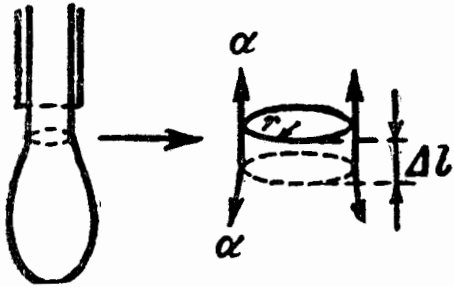
Մակերևութային էներգիայի առկայության պատճառով հեղուկը ձգտում է կրճատել իր մակերեսը: Հեղուկը իրեն պահում է այնպես, կարծես թե այն լցված է առաձգական ձգված մի թաղանթի մեջ, որը ձգտում է սեղմվել: Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ իրականում հեղուկը արտաքինից սահմանափակող ոչ մի թաղանթ գոյություն չունի: Մակերևութային թաղանթը բաղկացած է հենց նույն մոլեկուլներից, ինչ որ ամբողջ հեղուկը, և մակերևութային շերտի մոլեկուլների միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցության բնույթը նման է հեղուկի ներսի փոխազդեցության բնույթին: Բանը նրանում է, որ հեղուկի ներսում գտնվող մոլեկուլների համեմատությամբ հեղուկի մակերևույթում գտնվող մոլեկուլները օժտված են լրացուցիչ էներգիայով:

Մտովի առանձնացնենք հեղուկի մակերևույթի այն մասը, որը պարփակված է փակ կոնտուրով: Այդ տեղամասի կրճատվելու տենդենցը հանգեցնում է նրան, որ նա ազդում է իր հետ սահմանակցող տեղամասերի վրա ամբողջ կոնտուրով բաշխված ուժերով (ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի մակերևութային շերտի արտաքին տեղամասերը ազդում են մակերևույթի քննարկվող մասի վրա նույն մեծության, բայց հակառակ ուղղված ուժերով): Այդ ուժերը կոչվում են մակերևութային լարման ուժեր: Մակերևութային լարման ուժը ուղղված է հեղուկի մակերևույթի շոշափողի ուղղությամբ, ուղղահայաց կոնտուրի այն մասին, որի վրա ազդում է:

Նշանակենք կոնտուրի միավոր երկարությանը ընկնող մակերևութային լարման ուժը α -ով, որը կոչվում է մակերևութային լարման գործակից:

Այն չափում են Նյուտոնը բաժանած մետրի (ՏՆ-ում) կամ դինը բաժանած սանտիմետրի վրա (CGS համակար-

գում) միավորներով: Մակերևութային լարման գործակցի արժեքը կախված է հեղուկի բնույթից և այն պայմաններից, որում գտնվում է հեղուկը, մասնավորապես՝ շերմաստիճանից:



Նկ. 313

Ֆննարկենք որևէ պրոցես, որի ընթացքում հեղուկի մակերեսը աճում է արտաքին ուժերի հաշվին: Օրինակ՝ դա տեղի է ունենում, երբ հեղուկը հոսում է նեղ խողովակից (Նկ. 313): Հեղուկը այդպիսի խողովակից դուրս է գալիս կաթիլներով: Պոկվելուց անմիջապես առաջ կաթիլը կախված է լինում վզիկից, որը կարելի է մոտավորապես գլանաձև համարել: Կաթիլի կշիռը հավասարակշռվում է վզիկի լայնական կտրվածքը սահմանափակող կոնտուրի վրա ազդող մակերևութային լարման ուժերով:

Այդ ուժերի արդյունարարը կարելի է ներկայացնել $2\pi r\alpha$ տեսքով, որտեղ r -ը վզիկի շառավիղն է: Վզիկի երկարությունը Δl -ով մեծանալու դեպքում ծանրություն ուժը կատարում է

$$A' = 2\pi r\alpha \Delta l = \alpha \Delta \sigma$$

աշխատանք, որտեղ $\Delta \sigma = 2\pi r \Delta l$ -ը կաթիլի մակերեսի աճն է (մակերեսը նշանակում ենք σ -ով, որովհետև այս պարագրաֆում S -ով նշանակելու ենք էնտրոպիան):

Եթե մակերեսի մեծացման պրոցեսը ընթանար ադիաբատ եղանակով, հեղուկի վրա կատարված աշխատանքը հավասար կլիներ հեղուկի ներքին էներգիայի աճին՝ $\Delta U = A' = \alpha \Delta \sigma$: Մակայն այս դեպքում ներքին էներգիայի աճը բաղկացած կլիներ ոչ միայն մակերևութային ΔU_{σ} էներգիայի, այլև ծավալային էներգիայի աճից, այսինքն՝ հեղուկի ներքին մասերի էներգիայի $\Delta U_{\text{ծավ}}$ աճից: Դա տեղի է ունենում այն պատճառով, որ մակերեսի մեծացումը ուղեկցվում է հեղուկի սառեցումով (հիշեցնենք, որ մոլեկուլները հեղուկի խորքից մակերևութային շերտ անցնելիս նրանց արագությունը փոքրանում է):

Որպեսզի ներքին էներգիան փոփոխվի միայն մակերե-
վութային էներգիայի հաշվին (այսինքն՝ $\Delta U = \Delta U_{\text{մակ}}$), հե-
ղուկի մակերեսը պետք է մեծացնել իզոթերմիկ եղանակով:
Այդ դեպքում $A' = \alpha \Delta \sigma$ աշխատանքը կատարելու հաշվին հե-
ղուկի մակերեսի մեծացումը կուղեկցվի հեղուկը շրջապատող
միջավայրից $Q = T \Delta S = \Delta(TS)$ ջերմության ներհոսումով:
Քանի որ էնտրոպիան ազիտիվ մեծություն է, այս արտա-
հայտության մեջ մտնող S -ը կարելի է հասկանալ որպես
հեղուկի մակերևութային շերտի էնտրոպիա (հեղուկի ներքին
մասերի վիճակը, հետևաբար՝ նաև էնտրոպիան, չեն փո-
փոխվում): Այսպիսով, ներքին էներգիայի աճը՝

$$\Delta U = \Delta U_{\text{մակ}} = A' + Q = \alpha \Delta \sigma + \Delta(TS)_{\text{մակ}}$$

Վերջին առնչությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ
ձևով՝

$$\alpha \Delta \sigma = \Delta(U - TS)_{\text{մակ}} = \Delta F_{\text{մակ}}$$

որտեղ ΔF -ը $\Delta \sigma$ մակերեսով մակերևութային շերտի ազատ
էներգիան է¹:

Այսպիսով հանգեցինք այն եզրակացության, որ մակե-
րևութային լարման α գործակիցը հավասար է հեղուկի միա-
վոր մակերեսին ընկնող ազատ էներգիային: Ուստի այն
կարելի է արտահայտել ոչ միայն նյութոնը բաժանած
մետրի վրա (կամ դինը սանտիմետրի վրա), այլև ջոուլը
բաժանած քառակուսի մետրի վրա (համապատասխանաբար՝
էրգը՝ բաժանած քառակուսի սանտիմետրի վրա) միավոր-
ներով:

Աղյուսակ 14-ում բերված են մի քանի հեղուկների α -ի
արժեքները սենյակի ջերմաստիճանում:

Աղյուսակ 14

Նյութը	α (Գ/մ)
Սնդիկ	0, 490
Ջուր	0, 073
Բենզոլ	0, 029
Սպիրտ	0, 023
Եթեր	0, 020

¹ Տե՛ս (133.14) բանաձևը:

Խառնուրդները ուժեղ են ազդում մակերևութային լարման մեծություն վրա: Այսպես, օճառը ջրում լուծվելով նվազեցնում է մակերևութային լարման գործակիցը մինչև 0,045 Գ/ս-ի: NaCl-ը ջրում լուծվելով, ընդհակառակը, մեծացնում է մակերևութային լարումը:

Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին փոքրանում է հեղուկի և նրա հագեցած գոլորշիների խառնուրդների միջև գոյություն ունեցող տարբերությունը: Դրա հետ կապված փոքրանում է նաև մակերևութային լարման գործակիցը: Կրիտիկական ջերմաստիճանում α -ն զրո է:

§ 144. Ճնշումը հեղուկի կորացած մակերևույթի տակ

Քննարկենք որևէ հարթ կոնտուրի վրա հենված հեղուկի մակերես (նկ. 314, ա): Եթե հեղուկի մակերևույթը հարթ չէ, նրա կրճատվելու ձգտումը կառաջացնի հարթ մակերևույ-



Նկ. 314

թույթի դեպքում՝ բացասական (նկ. 314, գ): Վերջին դեպքում մակերևութային շերտը, ձգտելով կրճատվել, ձգում է հեղուկը:

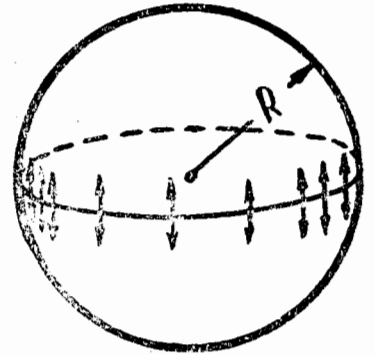
Ակնհայտ է, որ լրացուցիչ ճնշման մեծությունը պետք է աճի α մակերևութային լարման գործակցի և մակերեսի կորություն մեծացմանը դուրընթաց: Հաշվենք լրացուցիչ ճնշումը հեղուկի գնդային մակերևույթի դեպքում: Դրա համար մտովի հեղուկի գնդաձև կաթիլը տրամագծային հարթությունով կիսենք երկու կիսագնդերի (նկ. 315): Մակերեսվութային լարման պատճառով երկու կիսագնդերը ձգում են միմյանց մի ուժով, որը հավասար է՝

$$f = l\alpha = 2\pi R\alpha:$$

Այս ուժը սեղմում է միմյանց $S = \pi R^2$ մակերեսով երկու կիսագնդերը և, հետևաբար, պայմանավորում է հետևյալ լրացուցիչ ճնշումը՝

$$\Delta p = \frac{f}{S} = \frac{2\pi R a}{\pi R^2} = \frac{2a}{R}; \quad (144.1)$$

Գնդային մակերևույթի կորույթյունը ամենուրեք նույնն է և որոշվում է գնդի R շառավղով: Ակնհայտ է, որ որքան փոքր է R -ը, այնքան ավելի մեծ է գնդային մակերևույթի կորույթյունը: Կամավոր մակերևույթի կորույթյունը ընդունված է բնութագրել,



Նկ. 315

այսպես կոչված, միջին կորույթյամբ, որը մակերևույթի տարբեր կետերի համար տարբեր է: Միջին կորույթյունը որոշվում է նորմալ կտրվածքների կորույթյունով: Որևէ կետում մակերևույթի նորմալ կտրվածք կոչվում է այդ մակերևույթի և քննարկվող կետում մակերևույթի նորմալով անցնող հարթության հատման գիծը: Գնդային մակերևույթի ցանկացած նորմալ կտրվածքը իրենից ներկայացնում է R շառավղով շրջան (R -ը գնդի շառավղին է): $H = 1/R$ մեծությունը տալիս է գնդի կորույթյունը: Ընդհանուր դեպքում միևնույն կետով տարված տարբեր նորմալ կտրվածքներն ունեն տարբեր կորույթյուններ: Երկրաչափության մեջ ապացուցված է, որ կորույթյան շառավղիների հակադարձ մեծությունների կիսագումարը՝

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (144.2)$$

փոխադարձ ուղղահայաց նորմալ կտրվածքների ցանկացած զույգի համար ունի նույն արժեքը: Այս մեծությունն հենց մակերևույթի միջին կորույթյունն է ավյալ կետում:

(144.2) բանաձևի մեջ R_1 և R_2 շառավղիները հանրահաշվական մեծություններ են: Եթե նորմալ կտրվածքի կորույթյան կենտրոնը գտնվում է ավյալ մակերևույթի տակ, կորույթյան համապատասխան շառավղիը դրական է, եթե

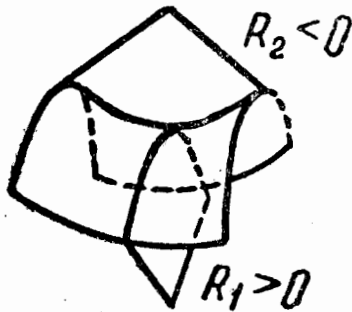
կորուստի կենտրոնը գտնվում է մակերևույթի վերևում, կորուստի շառավիղը բացասական է (նկ. 316): Այսպիսով, ոչ հարթ մակերևույթը կարող է ունենալ զրոյի հավասար միջին կորուստ: Դրա համար պետք է, որ կորուստի R_1 և R_2 շառավիղները լինեն հավասար ըստ մեծության և հակառակ ըստ նշանի:

Գնդային մակերևույթի համար $R_1 = R_2 = R$, և (144.2)-ի համաձայն $H = 1/R$:

Տեղադրելով այդ արժեքը (144.1)-ի մեջ, գնդային մակերևույթի տակ գոյություն ունեցող լրացուցիչ ճնշման համար կստանանք

$$\Delta p = 2H\alpha \quad (144.3)$$

Ինչպես ցույց է տվել Հապլասը, (144.3) բանաձևը իրավացի է ցանկացած ձևի մակերևույթի համար, եթե H -ը մակերևույթի միջին կորուստն է և այն կետում, որի տակ որոշվում է լրացուցիչ ճնշումը:



Տեղադրելով (144.3)-ի մեջ միջին կորուստի (144.2) արտահայտությունը, կստանանք կամայական մակերևույթի տակ գոյություն ունեցող լրացուցիչ ճնշման հետևյալ բանաձևը՝

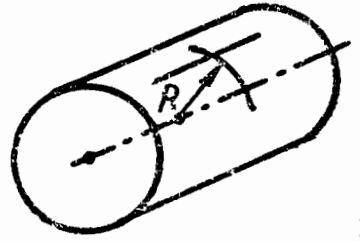
$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (144.4)$$

որը կոչվում է Հապլասի բանաձև:

(144.4) լրացուցիչ ճնշումը պայմանավորում է հեղուկի մակարդակի փոփոխությունը նեղ խողովակներում (մազանոթներում), որի հետևանքով այն երբեմն կոչվում է մազանոթային ճնշում:

Վննարկենք R շառավիղով շրջանային գլանի ձև ունեցող մի մակերևույթ: Որպես նորմալ կտրվածքներ վերցնենք գլանի առանցքով անցնող հարթության և մակերևույթի հատումից ստացված կտրվածքը և առանցքին ուղղահայաց հարթության հետ մակերևույթի հատումից ստացված կտրվածքը (նկ. 317): Առաջին կտրվածքը կլինի ուղիղ գիծ

($R_1 = \infty$), իսկ երկրորդը՝ R շառավղով շրջանագիծ ($R_2 = R$): (144.2) բանաձևի համաձայն գլանային մակերևույթի կորուսյունը հավասար է $1/2R$ -ի, այսինքն՝ 2 անգամ ավելի փոքր է միևնույն շառավղով գնդային մակերևույթի կորուսյունից: (144.4) բանաձևի համաձայն R շառավղով գլանային մակերևույթի տակ գոյութուն ունեցող լրացուցիչ ճնշումը՝



Նկ. 317

$$\Delta p = \frac{\alpha}{R} \quad (144.5)$$

Եթե հեղուկում գոյութուն ունի գազի պղպջակ, նրա մակերևույթը, ձգտելով կրճատվել, գազի վրա կառաջացնի լրացուցիչ ճնշում: Կրկնելով (144.1) բանաձևին հանգեցնող դատողությունները, կարելի է ցույց տալ, որ այս ճնշումը հավասար է $2\alpha/R$ -ի: Գտնենք ջրի մեջ գտնվող պղպջակի այն շառավիղը, որի դեպքում լրացուցիչ ճնշումը հավասար է 1 մթնոլորտի: Ջրի մակերևութային լարման գործակիցը 20°C -ի դեպքում հավասար է $0,073$ ն/մ-ի, 1 մթն-ը համապատասխանում է մոտավորապես 10^5 ն/մ²: Հետևաբար, R -ի համար կստանանք

$$R = \frac{2\alpha}{\Delta p} = \frac{2 \cdot 0,073}{10^5} \approx 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ մ} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ մմ}:$$

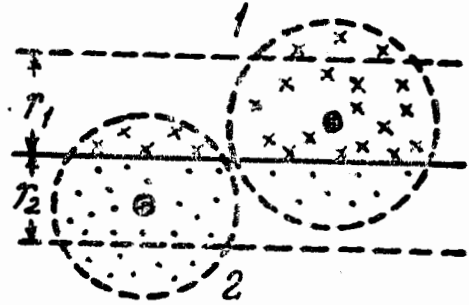
Այսպիսով, մոտավորապես 3 մկ տրամագծով պղպջակի դեպքում $\Delta p = 1$ մթն-ի, 1 մմ տրամագծով պղպջակի համար լրացուցիչ ճնշումը գերազանցում է 2 մմ սնդ. սյան ճնշմանը:

§ 145. Երևույթներ հեղուկի և պինդ մարմնի սահմանում

§ 143-ում բոլոր ասվածները այն հատուկ պայմանների մասին, որոնց մեջ գտնվում են մակերևութային շերտի

մուկեկուլները, լրիվ վերաբերվում են նաև պինդ մարմիններին: Հետևաբար, պինդ մարմինները, ինչպես նաև հեղուկները օժտված են մակերևութային լարումով:

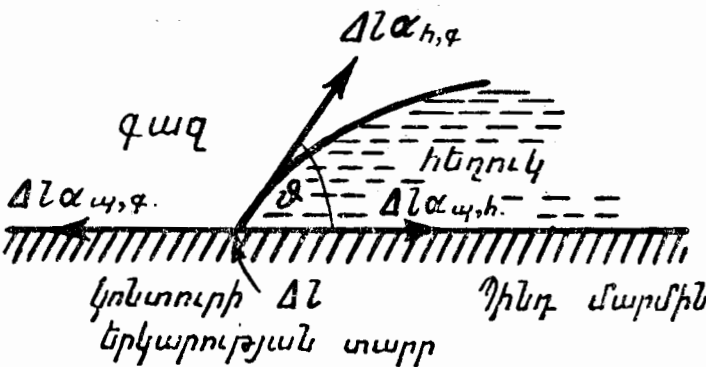
Տարբեր միջավայրերի սահմանագծերի վրա տեղի ունեցող երևույթները քննարկելիս պետք է նկատի ունենալ, որ հեղուկի կամ պինդ մարմնի մակերևութային էներգիան կախում ունի ոչ միայն սվյալ հեղուկի կամ պինդ մարմնի հատկություններից, այլև այն նյութի հատկություններից, որի հետ նրանք սահմանակցում են: Խիստ ասած, պետք է քննարկել իրար հետ սահմանակցող երկու նյութերի գումարային մակերևութային α_{12} էներգիան (նկ. 318):



Նկ. 318

Միայն եթե մի նյութը գազանման է, քիմիական ուեակցիայի մեջ չի մտնում մյուս նյութի հետ և նրա մեջ քիչ է լուծվում, այս դեպքում կարելի է խոսել երկրորդ հեղուկի կամ պինդ մարմնի մակերևութային էներգիայի (կամ մակերևութային լարման գործակցի) մասին:

Եթե իրար հետ միաժամանակ սահմանակցում են երեք նյութեր՝ պինդ, հեղուկ և գազանման (նկ. 319), ամբողջ համակարգն ընդունում է գումարային պոտենցիալ էներգիայի



Նկ. 319

(մակերևութային, ծանրության ուժերի գաշտում էներգիայի և այլն) միմյանից արժեքին համապատասխանող կոնֆիգուրացիան: Մասնավորապես, այն կոնտուրը, որով սահ-

մանակցում են բոլոր երեք նյութերը, պինդ մարմնի մակերևույթի վրա դասավորվում է այնպես, որ կոնտուրի յուրաքանչյուր տարրի վրա կիրառված՝ մակերևութային լարման բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը այն ուղղության վրա, որով կոնտուրի տարրը կարող է տեղաշարժվել (այսինքն՝ պինդ մարմնի մակերևույթի շոշափողի ուղղության վրա) հավասար լինի զրոյի: Նկ. 319-ից հետևում է, որ կոնտուրի Δl երկարության տարրի հավասարակշռության պայմանը կգրվի հետևյալ ձևով՝

$$\Delta l \alpha_{\mu, \eta} = \Delta l \alpha_{\mu, \zeta} + \Delta l \alpha_{\zeta, \eta} \cos \vartheta, \quad (145.1)$$

որտեղ $\alpha_{\mu, \eta}$ -ն, $\alpha_{\mu, \zeta}$ -ն և $\alpha_{\zeta, \eta}$ -ն մակերևութային լարման գործակիցներն են համապատասխանաբար պինդ մարմին-գազ, պինդ մարմին-հեղուկ և հեղուկ-գազ սահմանագծերում:

Հեղուկի ներսում հաշված ϑ անկյունը, որը կազմվում է մարմնի և հեղուկի մակերևույթներին տարած շոշափողներով, կոչվում է եզրային անկյուն: (145.1)-ի համաձայն

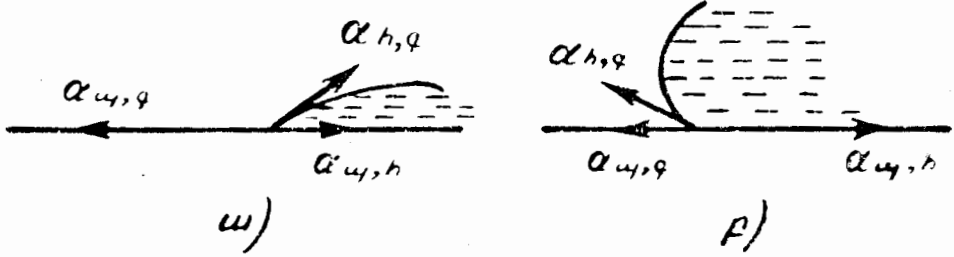
$$\cos \vartheta = \frac{\alpha_{\mu, \eta} - \alpha_{\mu, \zeta}}{\alpha_{\zeta, \eta}}; \quad (145.2)$$

Եզրային անկյունը որոշվում է (145.2) արտահայտությունում միայն այն պայմանի դեպքում, երբ

$$\frac{|\alpha_{\mu, \eta} - \alpha_{\mu, \zeta}|}{\alpha_{\zeta, \eta}} \leq 1; \quad (145.3)$$

Եթե (145.3)-ը տեղի չունի, այսինքն՝ $|\alpha_{\mu, \eta} - \alpha_{\mu, \zeta}| > \alpha_{\zeta, \eta}$, ϑ -ի ոչ մի արժեքի դեպքում չի կարող հաստատվել հավասարակշռություն: Սա տեղի ունի հետևյալ երկու դեպքերում: 1) $\alpha_{\mu, \eta} > \alpha_{\mu, \zeta} + \alpha_{\zeta, \eta}$: Ինչքան էլ, որ փոքր լինի ϑ անկյունը, $\alpha_{\mu, \eta}$ ուժը գերազանցում է մյուս երկուսին (նկ. 320, ա): Այս դեպքում հեղուկը անսահմանորեն տարածվում է պինդ մարմնի ամբողջ մակերևույթի վրա, այսինքն՝ տեղի ունի

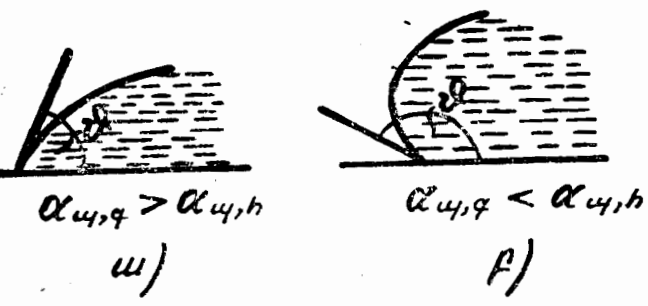
Լրիվ թրջում: Ստացվում է, որ պինդ մարմին-գազ համակարգի անջատման մակերևույթի փոխարինումը պինդ մարմին-հեղուկ և հեղուկ-գազ համակարգերի անջատման մակերևույթներով էներգետիկորեն շահավետ է: Լրիվ թրջվելու դեպքում եզրային անկյունը հավասար է զրոյի:



Նկ. 320

2) $\alpha_{u,s} > \alpha_{u,g} + \alpha_{s,g}$: Որքան ϑ անկյունը մոտ լինի π -ին, $\alpha_{u,s}$ ուժը կգերազանցի մյուս երկուսին (Նկ. 320, բ): Այդ դեպքում այն մակերևույթը, որով հեղուկը սահմանակցում է պինդ մարմնի հետ, կենտրոնացվում է մի կետում, և հեղուկը անջատվում է պինդ մակերևույթից, այսինքն՝ տեղի ունի լրիվ չթրջվելու դեպքը: Ստացվում է, որ պինդ մարմին-հեղուկ համակարգի անջատման մակերևույթի փոխարինումը պինդ մարմին-գազ և հեղուկ-գազ համակարգերի երկու անջատման մակերևույթներով էներգետիկորեն շահավետ է: Լրիվ չթրջվելու դեպքում եզրային անկյունը հավասար է π -ի:

(145.3) պայմանի պահպանման դեպքում եզրային անկյունը կարող է լինել սուր կամ բութ՝ կախված $\alpha_{u,g}$ -ի և $\alpha_{u,s}$ -ի հարաբերակցությունից: Եթե $\alpha_{u,g}$ -ն ավելի մեծ է $\alpha_{u,s}$ -ից, ապա $\cos\vartheta > 0$ և ϑ անկյունը սուր է (Նկ. 321, ա): Այդ դեպքում

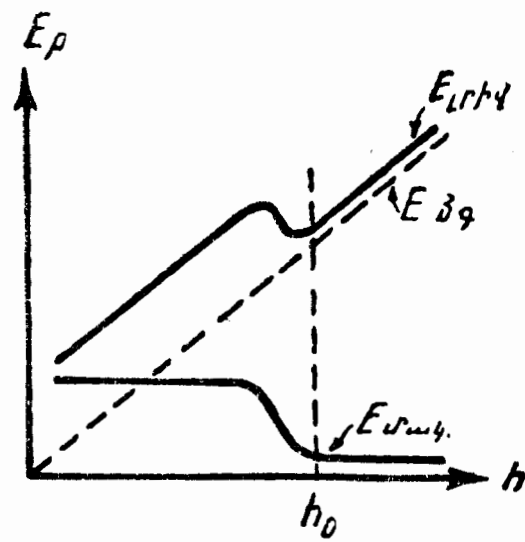


Նկ. 321

տեղի ունի մասնակի թրջում: Եթե $\alpha_{u,g}$ -ն փոքր է $\alpha_{u,s}$ -ից, ապա $\cos\vartheta < 0$ և ϑ անկյունը բութ է (Նկ. 321, բ): Այդ դեպքում տեղի է ունենում մասնակի չթրջում:

Զթրջումը կարող է հանգեցնել հետաքրքիր երևույթների: Հայտնի է, որ ճարպով քսված ասեղը կամ ածելու շեղբը կարող են մնալ ջրի մակերևույթի վրա:

Առաջին հայացքից զարմանալի այս երևույթի բացատրությունը ամենից պարզ կերպով կարելի է բացատրել՝ ելնելով էներգետիկ դատողություններից: Ճարպով քաված պողպատի մակերևույթը չի թրջվում ջրով, պողպատ-ջուր համակարգի հսկայական մակերևույթը օժտված է անհամեմատ ավելի մեծ էներգիայով, քան պողպատ-օդ կամ օդ-ջուր մակերևույթները:



Նկ. 322

Ասեղի լրիվ սուզումը ջրի մեջ ուղեկցվում է մակերևութային էներգիայի մեծացումով՝ $S_{\alpha_{\text{պ.դ.}}}$ արժեքից (պողպատ-օդ) մինչև $S_{\alpha_{\text{պ.ջ.}}}$ արժեքը (պողպատ-ջուր), որտեղ S -ը ասեղի մակերեսն է: Սուզման դեպքում մակերևութային էներգիայի փոփոխությունը նկարագրվում է նկ. 322-ում պատկերված $E_{\text{սակ}}$ կորով: h -ը ասեղի բարձրությունն է՝ հաշված անոթի հատակից, h_0 -ն հեղուկի մակերևույթի բարձրությունն է՝ հաշված հատակի մակարդակից: Երկրի ձգողականության դաշտում ասեղի $E_{\text{ձգ}}$ պոտենցիալ էներգիայի կախվածությունը h -ից ունի կոորդինատների սկզբնականով անցնող ուղղի տեսք: Լրիվ էներգիան, որը հավասար է $E_{\text{սակ}}$ -ի և $E_{\text{ձգ}}$ -ի գումարին, ունի մինիմում արժեք $h=h_0$ -ի դեպքում, սա հնարավորություն է տալիս, որ ասեղը լողա ջրի մակերևույթի վրա: Եթե ասեղը սեղմելով սուզենք այնպիսի խորության վրա, որ լրիվ էներգիան անցնի մաքսիմում արժեքը և սկսի փոքրանալ, ասեղը կսկսի ինքնիրեն սուզվել և կընկղմվի:

Նման ձևով է բացատրվում նաև «ցանցով ջուր կրելու»



հնարավորությունը: Եթե ջուրը չի թրջում ցանցը (սրան կարելի է հասնել ցանցի թելերը պարաֆինով պատելով) և ջրի

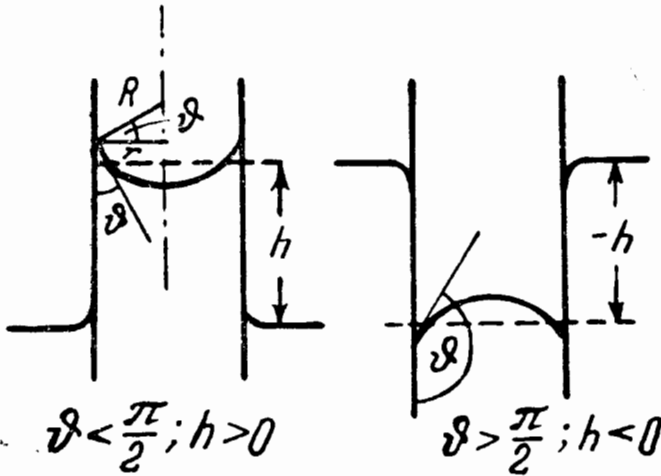
Նկ. 323

շերտը այնքան մեծ չէ, հեղուկի մակարդակի ոչ մեծ տեղաշարժը դեպի ներքև (նկ. 323) կուղեկցվի մակերևութային էներգիայի մեծացումով, որ ըստ մեծության գերազանցում է ձգողական ուժերի դաշտում կատարվող էներգիայի նվազմանը: Ուստի շուրը կմնա ցանցում և չի թափվի:

§ 146. Մազական երևույթներ

Եզրային անկյան գոյությունը հանգեցնում է նրան, որ անոթի պատերի մոտ դիտվում է հեղուկի մակերևութի կորացում:

Նեղ խողովակում (մազանոթում)¹ կամ երկու պատերի միջև ընկած նեղ արանքում կորանում է հեղուկի ամբողջ մակերևութը: Եթե հեղուկը թրջում է պատերը, մակերևութը կլինի գոգավոր, եթե հեղուկը չի թրջում պատերը, մակերևութը կլինի ուռուցիկ (նկ. 324): Հեղուկի այդպիսի կորացած մակերևութները կոչվում են մենիսկներ:



Նկ. 324

կտարբերվի լայն անոթում հարթ մակերևութի տակի ճնշումից Δp -ով, որը որոշվում է (144.4) բանաձևից: Դրա հետևանքով մազանոթի թրջվելու դեպքում հեղուկի մակարդակը կլինի ավելի բարձր, քան անոթում, իսկ չթրջվելու դեպքում՝ ավելի ցածր:

¹ լատ. capillus՝ մազ: կապիլյար՝ «մազի նման նեղ խողովակ»:

Հեղուկի մակարդակի բարձրությունն փոփոխությունը նեղ խողովակներում կամ արանքներում կոչվում է մագականություն: Մագական երևույթները այն երևույթներն են, որոնք պայմանավորված են մակերևութային լարումով: Մասնավորապես, մակերևութային լարումով պայմանավորված (144.4) ճնշումը, ինչպես գիտենք, կոչվում է մագական ճնշում:

Մագանոթում և լայն անոթում գտնվող հեղուկների միջև հաստատվում է մակարդակների այնպիսի ի տարբերություն, որ ρgh հիդրոստատիկ ճնշումը հավասարակշռի Δp մագական ճնշմանը, այսինքն՝

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{R} ; \quad (146.1)$$

Այս բանաձևում σ -ն մակերևութային լարումն է հեղուկ-գազ սահմանագծի վրա, R -ը՝ մենիսկի կորություն շառավիղը:

Մենիսկի կորության R շառավիղը կարելի է արտահայտել եզրային θ անկյան և մագանոթի r շառավղի միջոցով: Իսկապես, նկ. 324-ից երևում է, որ $R = r / \cos \theta$: Տեղադրելով այս արժեքը (146.1)-ի մեջ և լուծելով ստացված հավասարումը h -ի նկատմամբ, կստանանք

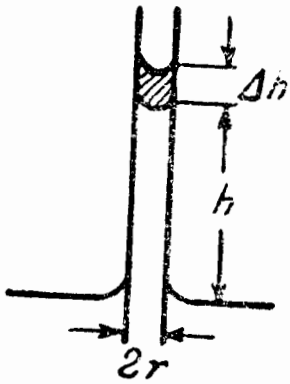
$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho gr} ; \quad (146.2)$$

Քանի որ թրջող հեղուկը մագանոթով բարձրանում է, իսկ չթրջողը՝ իջնում է, (146.2) բանաձևը $\theta > \pi/2$ ($\cos \theta < 0$) դեպքում տալիս է դրական h և $\theta > \pi/2$ ($\cos \theta < 0$) դեպքում՝ բացասական h :

(146.2) արտահայտությունը արտածելիս մենք ենթադրեցինք, որ մենիսկը գնդաձև է: h -ի բանաձևը կարելի է ստանալ նաև էներգետիկ դատողությունների հիման վրա, ընդ որում անհրաժեշտություն չի առաջանում կատարել որևէ հատուկ ենթադրություն մենիսկի ձևի մասին:

Մենիսկի հավասարակշռության դիրքը կհամապատասխանի հեղուկ-մագանոթ համակարգի E_p պոտենցիալ էներգիա-

ի մինիմումին: Այս էներգիան կազմված է հեղուկ-պատ, հեղուկ-գազ և պատ-գազ համակարգերի սահմանագծերի մակերևութային էներգիաներից, ինչպես նաև Երկրի ձգողականության դաշտում հեղուկի պոտենցիալ էներգիայից:



Նկ. 325

Գտնենք մագախողովակում հեղուկի բարձրացման դեպքում բարձրության ոչ մեծ Δh աճին համապատասխանող էներգիայի ΔE_p աճը: Բարձրությունը Δh -ով աճելու դեպքում մագախողովակի պատի հետ հեղուկի հպման մակերևույթը մեծանում է $2\pi r \Delta h$ -ով, որի հետևանքով էներգիան ստանում է $2\pi r \Delta h \alpha_{պ.հ}$ -ին հավասար աճ: Միաժամանակ փոքրանում է գազի հետ պատի հպման մակերևույթը, որը

ուղեկցվում է էներգիայի $-2\pi r \Delta h \alpha_{պ.գ}$ աճով: Երկրի ձգողականության դաշտում պոտենցիալ էներգիան ստանում է մի աճ, որը հավասար է հեղուկի ստվերագծված մասի ծավալով կշռի (Նկ. 325) և h -ի արտադրյալին, այսինքն՝ $g\rho\pi r^2 h \Delta h$: Հեղուկի մակարդակի փոփոխությունը լայն անոթում կարելի է արհամարհել: Այսպիսով՝

$$\Delta E_p = 2\pi r(\alpha_{պ.հ} - \alpha_{պ.գ})\Delta h + \pi r^2 \rho g h \Delta h:$$

Այստեղից հետևում է

$$\frac{dE_p}{dh} = 2\pi r(\alpha_{պ.հ} - \alpha_{պ.գ}) + \pi r^2 \rho g h:$$

Հավասարեցնելով այս ածանցյալը զրոյի, կստանանք հավասարակշռության պայմանը, որից հետևում է

$$h = \frac{2(\alpha_{պ.գ} - \alpha_{պ.հ})}{\rho g r}: \quad (146.3)$$

Սակայն, (145.2)-ի համաձայն $\alpha_{պ.գ} - \alpha_{պ.հ} = \alpha_{ս.գ} \cos\theta$: Տեղադրելով այս արժեքը (143.1)-ի մեջ և $\alpha_{ս.գ}$ -ն նշանակելով պարզապես α -ով, կստանանք (146.2) բանաձևը:

Հեղուկի մեջ սուզված երկու զուգահեռ թիթեղիկների միջև գոյություն ունեցող արանքում մենիսկը կունենա կորության $R = (d/2)\cos\theta$ շառավղով գլանի ձև (d -ն թիթեղիկների միջև եղած հեռավորությունն է): Այդ դեպքում (144.5)-ի համաձայն մագաղան ճնշումը կլինի $\frac{a}{R} = \frac{2\alpha \cos \theta}{d}$: Հետևյալ՝

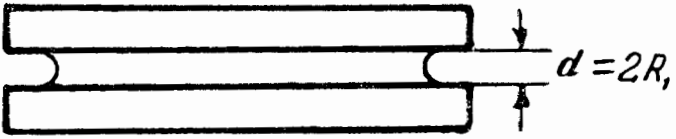
$$\frac{2\alpha \cos \theta}{d} = \rho gh,$$

պայմանից կստանանք

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho gd} :$$

Եթե իրար վրա դնենք երկու հղկված թրջված թիթեղիկներ, նրանց միջև կառաջանա զգալի հարակցական ուժ: Այս երևույթը բացատրում են

հետևյալ կերպ: Հեղուկի մակերևույթը թիթեղիկների արանքում խիստ կորացած է (նկ. 326): Հետևաբար, հեղուկի ներսում ճնշումը



փոքր կլինի մթնոլորտայինից հետևյալ չափով՝

Նկ. 326

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right):$$

Լրիվ թրջվելու դեպքում $R_1 = d/2$, որտեղ d -ն թիթեղիկների միջև գոյություն ունեցող բացակի մեծությունն է: Թիթեղիկներին զուգահեռ հարթության հատումից ստացված կտրվածքի R_2 շառավղիցը զգալիորեն մեծ է R_1 -ից:

Ուստի կարելի է ընդունել, որ $\Delta p \approx \alpha \frac{1}{R_1} = \frac{2\alpha}{d}$, եթե հեղուկով թրջված յուրաքանչյուր թիթեղիկի մակերեսը հավասար է S -ի, թիթեղիկները կսեղմվեն իրար հետևյալ ուժով՝

$$f = \Delta p S = \frac{2\alpha S}{d} \quad (146.4)$$

Թիթեղիկների միջև գոյություն ունեցող բացակի մեծությունը որոշվում է նրանց մակերևույթների խորդուբորդությունների չափերով: Ջրով թրջված թիթեղիկների 1 մկ կարգի արանքի դեպքում $\Delta\rho$ -ն 1մթն կարգի մեծություն է: Այնպես որ, եթե թիթեղիկների չափերը հավասար են 10×10 մմ-ի, նրանց միջև գոյություն ունեցող հարակցական ուժը կարող է հասնել 1 կՖ-ի:

Այն դեպքում, երբ թիթեղիկների միջև գոյություն ունի նրանց չթրջող հեղուկի միջնաշերտ, առաջանում է թիթեղիկները իրարից վանող մի ուժ: Այս ուժի մեծությունը նույնպես որոշվում է (146.4) արտահայտությամբ:

XVII Ք Լ ՈՒ Խ

ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ՓՈՒՍԱԿԵՐՊՈՒՄՆԵՐ

§ 147. Ներածություն

Թերմոդինամիկայում փուլ է կոչվում համակարգի համասեռ և միատեսակ հատկություններով օժտված մասերի ամբողջությունը: Բացատրենք փուլ հասկացությունը հետևյալ օրինակներով: Փակ անոթում կա ջուր, իսկ նրա վրա՝ օդի և ջրի գոլորշու խառնուրդ: Այդ դեպքում գործ ունենք երկու փուլերից բաղկացած համակարգի հետ. մեկ փուլը ջուրն է, իսկ երկրորդը՝ օդի և ջրի գոլորշու խառնուրդը: Եթե ջրի մեջ ավելացնենք սառույցի մի քանի փոքր կտորներ, դրանք կկազմեն երրորդ փուլը: Որևէ նյութի տարբեր բյուրեղային վերափոխակները նույնպես իրենցից ներկայացնում են տարբեր փուլեր: Այսպես, ալմաստը և գրաֆիտը ածխածնի տարբեր պինդ փուլերն են:

Որոշակի պայմաններում միևնույն նյութի տարբեր փուլերը, միմյանց հպվելով, կարող են գտնվել հավասարակշռության մեջ: Երկու փուլերի հավասարակշռությունը կարող է տեղի ունենալ միայն ջերմաստիճանների որոշակի միջակայքում, ընդ որում ջերմաստիճանի յուրաքանչյուր Դարժեքին համապատասխանում է միանգամայն որոշակի թ ճնշում, որի դեպքում հնարավոր է հավասարակշռությունը: Այսպիսով, երկու փուլերի հավասարակշռության վիճակ-

ները (p, T) դիագրամում կպատկերվեն հետևյալ գծով՝

$$p = f(T): \quad (147.1)$$

Այսպես, հեղուկի և նրա հագեցած գոլորշիների միջև հավասարակշռությունը հնարավոր է, ինչպես տեսանք § 119-ում, միայն ջերմաստիճանների այն միջակայքում, որը գտնվում է եռակի կետի ջերմաստիճանի և կրիտիկական ջեմաստիճանի միջև: (147.1) Ֆունկցիայի գրաֆիկը այս դեպքում հագեցած գոլորշիների ճնշման կորն է:

Միևնույն նյութի երեք փուլերը (պինդ, հեղուկ և գազային, կամ հեղուկ և երկու պինդ) կարող են հավասարակշռության մեջ գտնվել ջերմաստիճանի և ճնշման միայն եզակի արժեքների դեպքում. (p, T) դիագրամի վրա նրանց համապատասխանում է մի կետ, որը կոչվում է եռակի: Այս կետը գտնվում է գույգ-գույգ վերցված փուլերի հավասարակշռության կորերի հատման տեղում:

Թերմոդինամիկայում ապացուցվում և փորձի արդյունքներով հաստատվում է այն դրույթը, որ միևնույն նյութի երեքից ավելի փուլերի հավասարակշռությունը անհնար է:

Մեկ փուլից մյուսին անցումը սովորաբար ուղեկցվում է որոշ քանակությամբ ջերմության կլանումով կամ արձակումով, որը կոչվում է անցման թաքնված ջերմություն կամ պարզապես անցման ջերմություն: Գոյություն ունեն բյուրեղային մեկ վերափոխակից մյուսին անցնելու այնպիսի դեպքեր, որոնք չեն ուղեկցվում ջերմության կլանումով կամ արձակումով: Այսպիսով անցումները կոչվում են երկրորդ կարգի փուլային անցումներ, ի տարբերություն սովորական անցումների, որոնք կոչվում են առաջին կարգի անցումներ: Մենք կսահմանափակվենք միայն առաջին կարգի անցումների քննարկմամբ:

§ 148. Գոլորշիացում և խտացում

Հեղուկ և պինդ մարմիններում ցանկացած ջերմաստիճանում գոյություն ունեն որոշ թվով մոլեկուլներ,

որոնք օժտված են բավականաչափ էներգիայով՝ մյուս մոլեկուլների ձգողականութունը հաղթահարելու և հեղուկ կամ պինդ մարմնի մակերեսը լքելու և գազանման փուլին անցնելու համար: Հեղուկի անցումը գազանման վիճակի կոչվում է գոլորշիացում, իսկ պինդ մարմնի անցումը գազանման վիճակի՝ սուբլիմացիա:

Բոլոր պինդ մարմինները առանց բացառություն ան կամ այն չափով սուբլիմացվում են: Որոշ նյութերում, օրինակ, ածխածնի վիճակում, սուբլիմացիան ընթանում է զգալի արագությամբ, իսկ որոշ նյութերում՝ սովորական ջերմաստիճաններում այդ պրոցեսը այնքան աննշան է ընթանում, որ գործնականորեն չի հայտնաբերվում:

Գոլորշիացման և սուբլիմացիայի դեպքում մարմինը քում են ամենաարագ մոլեկուլները, որի հետևանքով մնացած մոլեկուլների միջին էներգիան փոքրանում է և մարմինը սառչում է: Գոլորշիացող (կամ սուբլիմացվող) մարմնի ջերմաստիճանը անփոփոխ պահելու համար անհրաժեշտ է նրան անընդհատ ջերմություն հաղորդել: Այն զ ջերմությունը, որ անհրաժեշտ է հաղորդել միավոր մասսա ունեցող նյութին՝ գոլորշի դարձնելու համար, որը (գոլորշին) ունի այնպիսի ջերմաստիճան, ինչ որ նյութը ուներ նախքան գոլորշիացումը, կոչվում է գոլորշիացման (կամ սուբլիմացիայի) տեսակարար ջերմություն:

Գոլորշիացման ժամանակ ծախսված ջերմությունը խտացման դեպքում վերադարձվում է. խտացման դեպքում առաջացած հեղուկը (կամ պինդ մարմինը) տաքանում է:

Գնահատենք հեղուկի գոլորշիացման ջերմությունը: Որոշ քանակությամբ հեղուկի գոլորշիացումից գազանման փուլին անցնող մոլեկուլները պետք է աշխատանք կատարեն մակերևութային շերտում ազդող ուժերի դեմ (տե՛ս § 143-ը): Այս ուժերը գործում են շերտի Է հաստությունը հավասար ճանապարհի վրա: Նշանակելով ուժի միջին մեծությունը այդ ճանապարհի վրա \bar{F} -ով, իսկ մոլեկուլների թիվը միավոր մասսայում՝ N -ով, մակերևութային շերտում գործող ուժերի դեմ կատարվող աշխատանքը կարելի է ներկայաց-

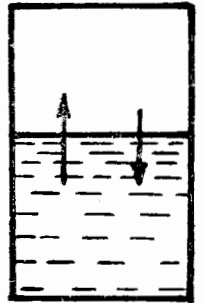
նել $n\bar{r}$ տեսքով: Գոլորշիացման պրոցեսը ուղեկցվում է նյութի ծավալի մեծացումով, որի հետևանքով առաջանում է արտաքին ուժերի դեմ աշխատանք կատարելու անհրաժեշտություն: Եթե գոլորշիացումը տեղի է ունենում հաստատուն արտաքին p ճնշման դեպքում, ապա արտաքին ուժերի նկատմամբ կատարված աշխատանքը հավասար կլինի $p(V'_q - V'_s)$, որտեղ V'_q -ը և V'_s -ը գոլորշու և հեղուկի տեսակարար ծավալներն են: Վերևում նշված երկու աշխատանքներն էլ կատարվում են գոլորշիացման q ջերմության հաշվին: Այսպիսով՝

$$q = n\bar{r} + p(V'_q - V'_s): \quad (148.1)$$

Ինչպես հետևում է (148.1)-ից, գոլորշիացման ջերմությունը փոքրանում է ջերմաստիճանի աճի հետ միասին: Իսկապես, ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին հագեցած գոլորշիների խտությունը աճում է, որը փոքրացնում է մակերևութային շերտում գտնվող մոլեկուլի վրա ազդող ուժերը: Փոքրանում է նաև հագեցած գոլորշու և հեղուկի տեսակարար ծավալների միջև գոյություն ունեցող տարբերությունը: Հետևաբար, ջերմաստիճանի բարձրացման դեպքում (148.1)-ի երկու գումարելիներն էլ նվազում են: Կրիտիկական ջերմաստիճանի դեպքում գոլորշիացման ջերմությունը դառնում է գրո:

Քննարկենք հեղուկի և նրա գոլորշու միջև հավասարակշռության հաստատման պրոցեսը: Վերցնենք հերմետիկ մի անոթ, որը մասամբ լցված է հեղուկով (նկ. 327), և ենթադրենք, որ սկզբում հեղուկի վերևի մասից նյութը բոլորովին հեռացված է: Գոլորշիացման պրոցեսի հետևանքով հեղուկի վերևի տարածությունը կլցվի մոլեկուլներով: Գազանման փուլի անցնող մոլեկուլները կատարում են քառասյին շարժում, որի ընթացքում նրանք իսկում են ջրի մակերևույթին, ընդ որում այդպիսի հարվածներից մի մասը ուղեկցվում է մոլեկուլների անցումով հեղուկ փուլի: Ակնհայտ է, որ միավոր ժամանակում հեղուկ փուլի անցնող մոլեկուլների թիվը

ուղիղ համեմատական է ջրի մակերևույթին հարվածող մոլեկուլների թվին, որը, ինչպես գիտենք [տե՛ս (99.9)], իր հերթին ուղիղ համեմատական է $n\sqrt{\bar{v}}$ -ին, այսինքն՝ աճում է ք ճնշման հետ միասին: Հետևաբար, գոլորշիացման հետ միասին տեղի է ունենում հակառակ պրոցեսը՝ մոլեկուլների անցումը գազանման փուլից դեպի հեղուկը, ընդ որում այս անցման ինտենսիվությունը աճում է հեղուկի վերևի տարածությունում մոլեկուլների խտության մեծացմանը զուգընթաց: Հասնելով որևէ, միանգամայն որոշակի (տվյալ ջերմաստիճանի համար) ճնշման, հեղուկից հեռացող և դեպի այն վերադարձող մոլեկուլների թվերը հավասարվում են միմյանց: Այդ պահից սկսած գոլորշու խտությունը դադարում է փոփոխվելուց: Հեղուկի և գոլորշու միջև հաստատվում է շարժական հավասարակշռություն (նկ. 327), որը գոյություն կունենա այնքան ժամանակ, քանի դեռ չեն փոխվել համակարգի ծավալը և ջերմաստիճանը:



Նկ. 327

Շարժուն հավասարակշռությունը համապատասխանող ճնշումը հազեցած գոլորշիների $P_{ս.գ}$ ճնշումն է: Եթե մեծացնենք անոթի ծավալը, գոլորշու ճնշումը կընկնի և հավասարակշռությունը կխախտվի: Սրա հետևանքով գոլորշու կվերածվի հեղուկի լրացուցիչ մի այնպիսի քանակ, որպեսզի ճնշումը նորից հավասարվի $P_{ս.գ}$ -ի: Նման ձևով ծավալի փոքրացումը որոշ քանակությամբ գոլորշին կվերածի հեղուկի:

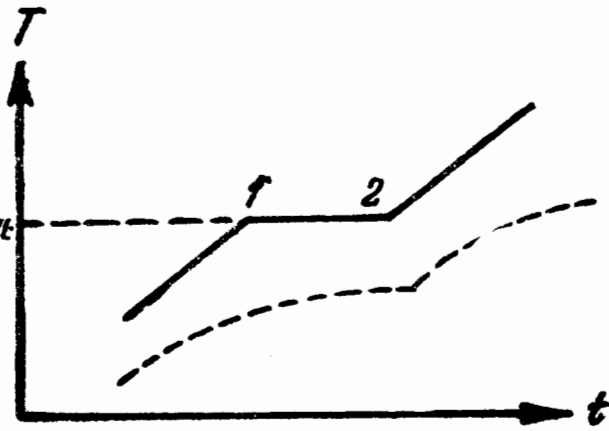
Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին աճում է նաև միավոր ժամանակում հեղուկը լքող մոլեկուլների թիվը: Հեղուկի մակերեսին հարվածող մոլեկուլների թիվը ավելի թույլ է կախված ջերմաստիճանից ($\sqrt{\bar{v}}$ -ի միջոցով \sqrt{T} ձևով): Ուստի ջերմաստիճանի բարձրացման հետ միասին հավասարակշռությունը փուլերի միջև կխախտվի և որոշ ժամանակի ընթացքում մոլեկուլների հոսքը հեղուկ \rightarrow գոլորշի ուղղությամբ ավելի մեծ կլինի գոլորշի \rightarrow հեղուկ ուղղությամբ կատարվող հոսքից: Այսպես շարունակվում է այնքան ժամանակ, մինչև որ ճնշման աճը այլևս չի հաստատում

շարժուն հավասարակշռություն: Այսպիսով պարզվում է, որ հագեցած գոլորշիների ճնշումը, որի դեպքում հեղուկի և գոլորշու միջև հաստատվում է շարժուն հավասարակշռություն, կախում ունի ջերմաստիճանից: Այդ կախման տեսքը ցույց է տրված նկ. 274-ում:

Հեղուկի և գազի միջև գոյություն ունեցող հավասարակշռության մասին բոլոր ասվածները իրավացի են պինդ մարմին—գազ համակարգի համար ևս: Յուրաքանչյուր ջերմաստիճանի համապատասխանում է ճնշման այնպիսի որոշակի արժեք, որի դեպքում պինդ մարմնի և գազի միջև հաստատվում է շարժուն հավասարակշռություն: Շատ մարմինների համար, ինչպես օրինակ, պինդ մետաղների, այդ ճնշումը սովորական ջերմաստիճաններում այնքան փոքր է, որ այն հնարավոր չէ հայտնաբերել նույնիսկ ամենազգայուն սարքերով:

§ 149. Հալում եվ բյուրեղացում

Բյուրեղային մարմնի անցումը հեղուկ վիճակի յուրաքանչյուր նյութի համար կատարվում է որոշակի ջերմաստիճանում և պահանջում է որոշ



Նկ. 328

քանակությամբ ջերմության ծախս, որը կոչվում է հալման ջերմություն:

Եթե սկզբնապես բյուրեղային վիճակում գտնվող նյութին յուրաքանչյուր վայրկյանում հաղորդենք միևնույն քանակությամբ ջերմություն, ժամանակի ընթացքում մարմնի

ջերմաստիճանի փոփոխությունը կլինի այնպիսին, ինչպես ցույց է տրված նկ. 328-ում: Սկզբում մարմնի ջերմաստիճանը անընդհատ աճում է: Հալման T_1 ջերմաստիճանին հասցնելուց հետո (1 կետը նկ. 328-ում), չնայած նրան, որ

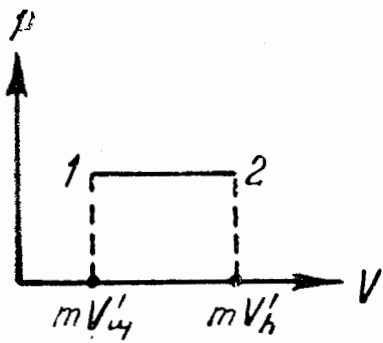
առաջվա նման շարունակում է ջերմության հաղորդումը մարմնին, նրա ջերմաստիճանը դադարում է փոփոխվելուց: Միաժամանակ սկսում է պինդ մարմնի հալման պրոցեսը, որի ընթացքում նյութի նոր բաժիններ են անընդհատ փոխարկվում հեղուկի: Հալման պրոցեսից հետո, երբ ամբողջ նյութը անցնում է հեղուկ վիճակի (2 կետը նկ. 328-ում), ջերմաստիճանը նորից սկսում է բարձրանալ:

Ամորֆ մարմնի տաքացման կորը այլ տեսք ունի (տե՛ս կետագծերով կորը նկ. 328-ում): Ջերմությունը հավասարաչափ հաղորդելու դեպքում ամորֆ մարմնի ջերմաստիճանը անընդհատ աճում է: Ամորֆ մարմինների համար գոյություն չունի որոշակի ջերմաստիճան, որի դեպքում նրանք անցնում են հեղուկ վիճակի: Այդ անցումը կատարվում է անընդհատ, և ոչ թե թռիչքով: Միայն կարելի է նշել ջերմաստիճանների խնտերվալը, որի սահմաններում մարմինը փափկում է: Սա բացատրվում է նրանով, որ հեղուկները և ամորֆ մարմինները իրարից տարբերվում են միայն մոլեկուլների շարժունության աստիճանով. ինչպես արդեն նշվել է, ամորֆ մարմինները խիստ գերսառեցված հեղուկներ են:

Հալման ջերմաստիճանը կախված է ճնշումից: Այսպիսով, բյուրեղային վիճակից հեղուկ վիճակին անցումը տեղի է ունենում ճնշման և ջերմաստիճանի արժեքներով բնութագրվող միանգամայն որոշակի պայմաններում: Այդ արժեքների ամբողջությանը (p, T) դիագրամում համապատասխանում է մի կոր, որը ընդունված է անվանել հալման կոր: Հալման կորը շատ կտրուկ է բարձրանում: Օրինակ, հալչող սառույցի ջերմաստիճանը 1° փոխելու համար անհրաժեշտ է ճնշումը փոխել 132 մթն-ով:

Հալման կորի կետերը որոշում են այն պայմանները, որոնց դեպքում բյուրեղային և հեղուկ փուլերը կարող են հավասարակշռվել իրար հետ: Այսպիսի հավասարակշռությունը հնարավոր է հեղուկի և բյուրեղների մասսաների միջև գոյություն ունեցող ցանկացած հարաբերությունների դեպքում, այսինքն՝ mV'_u -ից մինչև mV'_l սահմաններում գրտնրվող համակարգի ծավալի արժեքների դեպքում, որտեղ

m-ը համակարգի մասսան է, իսկ V'_u -ը և V'_s -ը՝ պինդ և հեղուկ փուլերի տեսակարար ծավալները: Ուստի հալման կորի յուրաքանչյուր կետին (p, V) դիագրամում համապատասխանում է հորիզոնական ուղղի մի հատված (նկ. 329): Քանի որ այս հատվածի կետերով պատկերված վիճակներում նյութը ունի միևնույն ջերմաստիճանը, ապա նկ. 329-ում 1—2 ուղիղը նյութի երկփուլ վիճակներին համապատասխանող իզոթերմի հատված է (համեմատել նկ. 272-ի իզոթերմերի հորիզոնական տեղամասերի հետ):



նկ. 329

Հալման հակառակ պրոցեսը՝ բյուրեղացումը ընթանում է հետևյալ ձևով: Սառեցնելով հեղուկը մինչև այն ջերմաստիճանը, որի դեպքում պինդ և հեղուկ փուլերը կարող են հավասարակշռվել իրար հետ կամ՝ տվյալ ճնշման դեպքում (այսինքն՝ մինչև այն ջերմաստիճանը, որի դեպքում տեղի է ունենում հալման պրոցեսը) սկսում է բյուրեղների միաժամանակյա աճը, այսպես կոչված, սաղմերի կամ բյուրեղացման կենտրոնների շուրջը: Առանձին բյուրեղիկները, անընդհատ աճելով, ի վերջո միանում են իրար, կազմելով բազմաբյուրեղային պինդ մարմին:

Որպես բյուրեղացման կենտրոններ կարող են ծառայել հեղուկում կախված պինդ մասնիկները: Այդպիսի մասնիկներից ինամքով մաքրված հեղուկը կարելի է սառեցնել բյուրեղացման ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճանում, առանց բյուրեղիկների առաջացման: Այդպիսի գերսառեցված հեղուկի վիճակը կոչվում է մետակայուն վիճակ: Սովորաբար, բավական է, որ այսպիսի հեղուկի մեջ ընկնի մի փոշեհատիկ, որպեսզի այն (հեղուկը) տարրալուծվի հավասարակշիռ ջերմաստիճանում գտնվող հեղուկի և բյուրեղների: Սակայն որոշ դեպքերում, օրինակ՝ ուժեղ գերսառեցման դեպքում, հեղուկի մոլեկուլների շարժունությունը այնքան աննշան է դառնում, որ մետակայուն վիճակը կարող է պահպանվել շատ երկար: Հեղուկը այս դեպքում օժտված է շատ փոքր հոսու-

նությամբ և իրենից ներկայացնում է ամորֆ պինդ մարմին:

Բյուրեղացման պրոցեսը ուղեկցվում է այնքան ջերմության անջատումով, որքան կլանվում է հալման դեպքում:

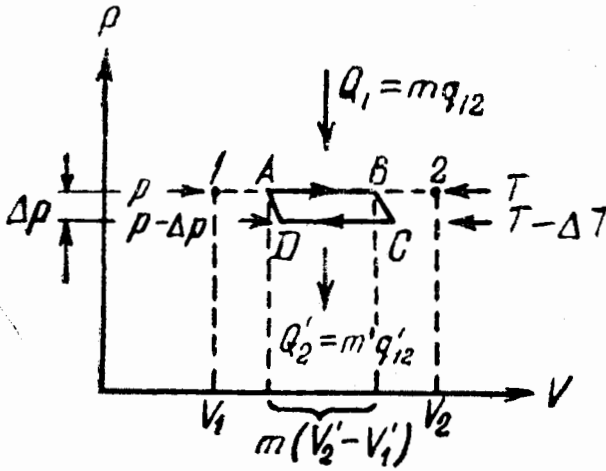
§ 150. Կլապեյրոն-Կլաուզիուսի հավասարումը

Ինչպես տեսանք նախորդ պարագրաֆներում, նյութի ցանկացած երկու փուլերը կարող են գտնվել հավասարակշռության մեջ միայն այնպիսի որոշակի ճնշման դեպքում, որի մեծությունը կախում ունի ջերմաստիճանից: Այդ կախման ընդհանուր տեսքը կարելի է ստանալ թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքից: Այդ նպատակով քննարկենք Կարնոյի ցիկլը այն համակարգի համար, որը բաղկացած է տրվյալ նյութի հավասարակշռության մեջ գտնվող երկու փուլերից:

Երկփուլ համակարգի համար Կարնոյի ցիկլը (p, V) դիագրամի վրա կունենա նկ. 330-ում ցույց տրված տեսքը (ենթադրվում է, որ սառնարանի և ջեռուցիչի ջերմաստիճանները տարբերվում են շատ փոքր ΔT մեծությամբ): 1 և 2 թվերով նշված են T ջերմաստիճան ունեցող իզոթերմի հորիզոնական տեղամասի եզրային կետերը: 1 և 2 վիճակները միափուլ են: 1—2 հատվածի բոլոր միջանկյալ կետերը պատկերում են երկփուլ վիճակներ, որոնք միմյանցից տարբերվում են նյութի մասսայի բաշխումով՝ առաջին և երկրորդ փուլերի միջև:

$A \rightarrow B$ իզոթերմիկ պրոցեսը ուղեկցվում է նյութի որևէ m մասսայի փուլային փոխակերպումով: Ընդ որում նյութի ծավալը ստանում է $m(V'_2 - V'_1)$ -ին հավասար աճ, որտեղ V'_1 -ը և V'_2 -ը առաջին և երկրորդ փուլերի տեսակարար ծավալներն են: Այս փոխակերպումը իրականացնելու համար նյութին պետք է հաղորդել $m q_{12}$ -ին հավասար Q_1 քանակությամբ ջերմություն, որտեղ q_{12} -ը T ջերմաստիճանում 1 վիճակից 2 վիճակին անցնելու ժամանակ կլանվող տեսա-

կարար ջերմությունն է: Q_1 ջերմությունը ցիկլի ընթացքում ջեռուցիչից համակարգի ստացած ջերմությունն է: Սառնարանին ջերմությունը հաղորդվում է $C \rightarrow D$ իզոթերմիկ պրոցեսի ընթացքում: Հաղորդված ջերմության քանակը հավասար է՝ $Q_2 = m'q'_{12}$, որտեղ q'_{12} -ը 1—2 անցման ջերմությունն է $T - \Delta T$ ջերմաստիճանում, իսկ m' -ը այն նյութի քանակն է, որը $C \rightarrow D$ պրոցեսի ընթացքում ենթարկվում է փուլային փոխակերպման: Նյութի այս քանակը որոշ չափով տարբերվում է m -ից, որովհետև ադիբատիկ պրոցեսների ընթացքում նյութի որոշ մասսան ենթարկվում է փուլային փոխակերպումների:



Նկ. 330

Մեկ ցիկլի ընթացքում կատարված A աշխատանքը թվապես հավասար է ցիկլի մակերեսին: Ուստի կարելի է գրել

$$A \approx m(V_2' - V_1') \Delta p: \quad (150.1)$$

(150.1) հավասարությունը մոտավոր է: Սահմանային դեպքում, երբ Δp -ն ձգտում է զրոյի (դրա համար անհրաժեշտ է, որ ΔT -ն ձգտի 0-ի), (150.1) արտահայտությունը փոխակերպվում է ճշգրիտ հավասարության:

Ըստ սահմանման, ցիկլի օ. գ. գ-ը՝

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \approx \frac{m(V_2' - V_1') \Delta p}{m q_{12}} = \frac{V_2' - V_1'}{q_{12}} \Delta p: \quad (150.2)$$

Միաժամանակ ըստ (129.7)-ի կարելի է գրել

$$\eta = \frac{\Delta T}{T}: \quad (150.3)$$

Իրար հավասարեցնելով η -ի (150.2) և (150.3) արտահայտությունները, կստանանք

$$\frac{V_2' - V_1'}{q_{12}} \Delta p \approx \frac{\Delta T}{T}.$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} \approx \frac{q_{12}}{T(V'_2 - V'_1)}; \quad (150.4)$$

Սահմանային դեպքում, երբ ΔT -ն ձգտում է զրոյի, (150.4) մոտավոր հավասարությունը փոխակերպվում է հետևյալ ճշգրիտ հավասարությանը՝

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V'_2 - V'_1)}; \quad (150.5)$$

(150.5) առնչությունը կոչվում է Կլապեյրոն-Կլաուզիուսի բանաձև (կամ հավասարում): Կլապեյրոն-Կլաուզիուսի հավասարումը հավասարակշռային ճնշման ածանցյալն ըստ ջերմաստիճանի կապում է անցման ջերմության, ջերմաստիճանի և հավասարակշռության մեջ գտնվող փուլերի տեսակարար ծավալների տարբերության հետ:

(150.5)-ի համաձայն $\frac{dp}{dT}$ ածանցյալի նշանը կախում ունի այն բանից, թե ջերմության կլանման դեպքում կատարվող փուլային անցումը ծավալի ինչպիսի փոփոխությամբ է ուղեկցվում՝ մեծացմամբ, թե փոքրացմամբ: Հեղուկի կամ պինդ մարմնի գոլորշիացման ժամանակ մարմնի ծավալը միշտ մեծանում է, ուստի $\frac{dp}{dT}$ -ն գոլորշիացման կորի, ինչպես նաև սուբլիմացիայի կորի համար կլինի միայն դրական, այսինքն՝ ջերմաստիճանի բարձրացումը մեծացնում է հավասարակշռային ճնշումը:

Հալման դեպքում, որպես կանոն, ծավալը մեծանում է, այնպես որ $\frac{dp}{dT} > 0$. Ճնշման մեծացումը հանգեցնում է հալման ջերմաստիճանի մեծացմանը: Մակայն մի շարք նյութերի, այդ թվում նաև ջրի, հեղուկ փուլի ծավալը ավելի փոքր է պինդ փուլի ծավալից ($V'_2 < V'_1$)¹: Այդ դեպքում $\frac{dp}{dT} < 0$, այսինքն՝ ճնշման մեծացումը ուղեկցվում է

¹ Հայտնի է, որ ջուրը սառեցնելիս նրա ծավալը մեծանում է: Այդ պատճառով սառույցի խտությունը ավելի փոքր է ջրի խտությունից:

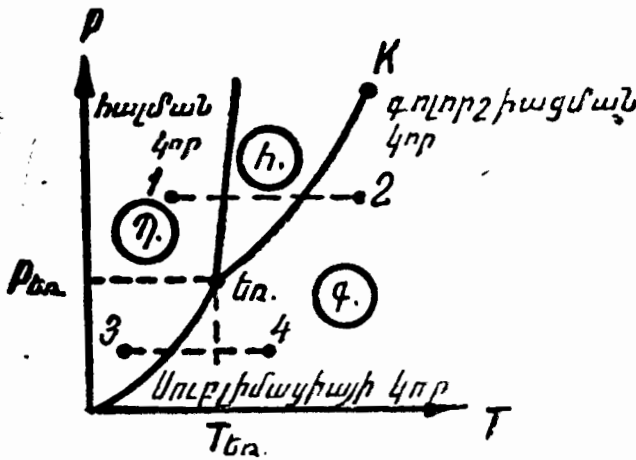
հալման ջերմաստիճանի փոքրացումով: Սառույցը կարելի է հալեցնել առանց բարձրացնելու նրա ջերմաստիճանը 0°C -ից՝ ուժեղ սեղմման ենթարկելով:

Մեկ բյուրեղային վերափոխակից մյուսին անցնելու ժամանակ ջերմաստիճանը բարձրանում կամ իջնում է ճնշման աճի հետ միաժամանակ, կախված նրանից, թե պինդ փուլերից որն է օժտված ավելի մեծ տեսակարար ծավալով:

§ 151. Եռակի կետ: Վիճակի դիագրամը

Վերցնենք հեղուկից և նրա հետ հավասարակշռության մեջ գտնվող հազեցած գոլորշիներից կազմված մի նյութ և առանց ծավալը փոխելու նրանից աստիճանաբար հեռաց-

նենք ջերմությունը: Այս պրոցեսը ուղեկցվում է նյութի ջերմաստիճանի իջեցումով և ճնշման համապատասխան փոքրացումով: Ուստի (p, T) դիագրամի վրա նյութի վիճակը պատկերող կետերը գոլորշիացման կորով կտեղափոխվի դեպի ներքև (նկ. 331): Սա կշարունակվի այնքան



նկ. 331

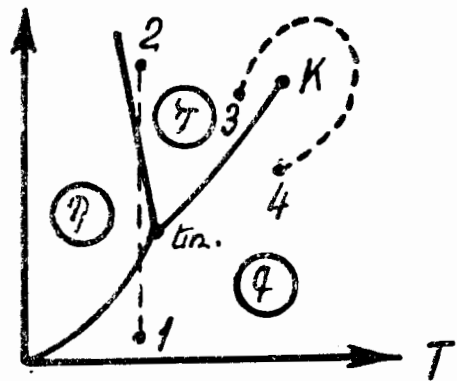
ժամանակ, քանի դեռ չի հասել նյութի բյուրեղացման ջերմաստիճանը, որը համապատասխանում է ճնշման հավասարակշռային արժեքին: Այդ ջերմաստիճանը նշանակենք $T_{հա}$ -ով: Ամբողջ ժամանակի ընթացքում քանի դեռ ընթանում է բյուրեղացման պրոցեսը, ջերմաստիճանը և ճնշումը մնում են անփոփոխ: Այս դեպքում հեռացվող ջերմությունը բյուրեղացման ժամանակ անշատվող ջերմությունն է: $T_{հա}$ ջերմաստիճանը և նրան համապատասխանող հավասարակշռային $p_{հա}$ ճնշումը ջերմաստիճանի և ճնշման այն միակ արժեքներն են, որոնց դեպքում կարող են հավասարակշռության մեջ գտնվել նյութի երեք փուլերը՝ պինդ, հեղուկ և գազանման: Այս կետը (p, T) դիագրամի վրա կոչվում է

եռակի կետ: Այսպիսով, եռակի կետը որոշում է այն պայմանները, որոնց դեպքում նյութի երեք փուլերը միաժամանակ կարող են գտնվել հավասարակշռության մեջ:

Բյուրեղացման պրոցեսի վերջում հավասարակշռության մեջ կգտնվեն պինդ և գազանման փուլերը: Եթե շարունակենք նյութից ջերմության հեռացումը, ապա ջերմաստիճանը նորից կսկսի իջնել: Համապատասխանաբար կփոքրանա նաև բյուրեղային փուլի հետ հավասարակշռության մեջ գտնվող գոլորշիների ճնշումը: Նյութի վիճակը պատկերող կետը սուբլիմացիայի կորով տեղափոխվում է դեպի ներքև:

Եռակի կետի ջերմաստիճանը այն ջերմաստիճանն է, որի դեպքում հալվում է P_{tr} -ին հավասար ճնշման տակ գտնվող նյութը: Այլ ճնշումների դեպքում հալման ջերմաստիճանը կլինի ուրիշ: Հալման ջերմաստիճանի և ճնշման միջև կապը պատկերվում է հալման կորով, որը սկսվում է եռակի կետից: Այսպիսով, ստացվում է, որ եռակի կետը գտնվում է երկու փուլերի՝ պինդ և հեղուկ, հեղուկ և գազանման և, վերջապես, պինդ և գազանման փուլերի հավասարակշռության պայմանները որոշող երեք կորերի հատման կետում:

Պինդ և հեղուկ փուլերի տեսակաբար ծավալների միջև գոյություն ունեցող հարաբերակցությանից կախված հալման կորը կունենա կամ նկ. 331-ում պատկերված տեսքը ($\frac{dp}{dT} > 0$), կամ նկ. 332-ում պատկերված տեսքը ($\frac{dp}{dT} < 0$):



Նկ. 332

Սուբլիմացիայի, գոլորշիացման և հալման կորերը կոորդինատային հարթությունը բաժանում են երեք տիրույթների: Սուբլիմացիայի և հալման կորերից դեպի ձախ ընկած է պինդ փուլի տիրույթը, հալման և գոլորշիացման կորերի միջև պարփակված է հեղուկ վիճակների տիրույթը և, վերջապես, գոլորշիացման և սուբլիմացիայի կորերից դեպի աջ տարածված է նյութի գազանման վիճակների տիրույթը: Այս տիրույթներից որևէ մեկում գտնվող

ցանկացած կետը պատկերում է նյութի համապատասխան միափուլ վիճակը (միշտ նկատի են առնվում միայն հավասարակշռված վիճակները, այսինքն այն վիճակները, որոնցում նյութը անփոփոխ արտաքին պայմանների դեպքում մնում է ցանկացած չափով երկար ժամանակ): Տիրույթները սահմանագծող որևէ կորի վրա գտնվող յուրաքանչյուր կետ պատկերում է նյութի համապատասխան երկու փուլերի հավասարակշռության վիճակը: Եռակի կետը պատկերում է բոլոր երեք փուլերի հավասարակշռության վիճակը: Այսպիսով, դիագրամի վրա գտնվող յուրաքանչյուր կետ պատկերում է նյութի որոշակի հավասարակշռային վիճակ: Այդ պատճառով այն կոչվում է վիճակի դիագրամ:

Մի քանի բյուրեղային վերափոխակներ ունեցող նյութի համար վիճակի դիագրամն ունի ավելի բարդ բնույթ: Նկ. 333-ում պատկերված է դիագրամը այն դեպքի համար, երբ տարբեր բյուրեղային վերափոխակների թիվը հավասար է երկուսի: Այս դեպքում գոյություն ունեն երկու եռակի կետեր: Եռ կետում հավասարակշռության մեջ են գտնվում հեղուկը, գազը և նյութի առաջին բյուրեղային վերափոխակը, Եռ՝ կետում հավասարակշռության մեջ են գտնվում հեղուկը և երկու բյուրեղային վերափոխակները:

Յուրաքանչյուր կոնկրետ նյութի համար վիճակի դիագրամը կառուցվում է փորձնական տվյալների հիման վրա: Իմանալով վիճակի դիագրամը, կարելի է կանխատեսել, թե ինչ վիճակում կգտնվի նյութը տարբեր պայմաններում (Ս-ի և T-ի տարբեր արժեքների դեպքում), ինչպես նաև նյութի կրած վերափոխակները տարբեր պրոցեսների դեպքում Պարզենք սա հետևյալ օրինակով:

Եթե վերցնենք 1 կետին համապատասխանող վիճակում գտնվող նյութը (տե՛ս նկ. 331) և ենթարկենք իզոբար տաքացման, նյութը կանցնի 1 — 2 կետագծով պատկերված

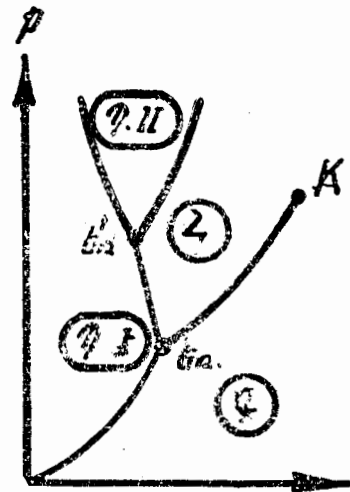
հետևյալ վիճակների հաջորդականությամբ: բյուրեղներ-հեղուկ-գազ: Եթե միևնույն նյութը գտնվում է 3 կետով պատկերված վիճակում և նույնպես ենթարկվում է իզոբար տաքացման, ապա վիճակների հաջորդականությունը (3 — 4 կետագծերով ուղիղը) այլ կլինի. բյուրեղները առանց հեղուկ վիճակի անցնելու անմիջապես փոխարկվում են գազի:

Վիճակի դիագրամից հետևում է, որ հեղուկ փուլը կարող է հավասարակշռային վիճակում գտնվել միայն եռակի կետին համապատասխանող ճնշումից ոչ ավելի փոքր ճնշումների դեպքում (նույնը վերաբերում է նաև նկ. 333-ում պատկերված II պինդ փուլին): p_{tr} ճնշումից ավելի փոքր ճնշումների դեպքում դիտվում են միայն գերսառեցրած հեղուկները:

Սովորական նյութերի մեծամասնության եռակի կետը զգալիորեն ավելի ցածր է մթնոլորտային ճնշումից, որի հետևանքով այս նյութերի անցումը պինդ վիճակից գազանման վիճակի իրականացվում է միջանկյալ հեղուկ փուլի միջոցով: Այսպես, ջրի եռակի կետին համապատասխանում է 4,58 մմ/սնդ. սյան ճնշում և $0,0075^{\circ}\text{C}$ ջերմաստիճան:

Ածխածխածնի եռակի կետի ճնշումը հավասար է 5,11 մթն (եռակի կետի ջերմաստիճանը հավասար է $-56,6^{\circ}\text{C}$ -ի): Ուստի մթնոլորտային ճնշման դեպքում ածխածխածնի կարող է գոյություն ունենալ միայն պինդ և գազանման վիճակներում: Պինդ ածխածնի (չոր սառույցը) անմիջականորեն փոխակերպվում է գազի: Մթնոլորտային ճնշման դեպքում ածխածնի սուբլիմացիայի ջերմաստիճանը հավասար է -78°C -ի:

Եթե բյուրեղների տեսակարար ծավալը ավելի մեծ է հեղուկ փուլի տեսակարար ծավալից, ապա նյութի վարքը որոշ պրոցեսների դեպքում կարող է խիստ յուրահատուկ լինել: Օրինակ, վերցնենք նման մի նյութ, որը գտնվում է 1 կետով պատկերված վիճակում (տե՛ս նկ. 332) և են-



Նկ. 333

Թարկենք իզոթերմիկ սեղմման: Այսպիսի սեղմման դեպքում ճնշումը աճում է և պրոցեսը դիագրամի վրա պատկերվում է ուղղաձիգ գծով (տե՛ս 1 — 2 կետագիծը): Ինչպես հետևում է նկ. 332-ից, ճնշումը բարձրացնելիս նյութը անցնում է վիճակների հետևյալ հաջորդականությունը՝ գազ-բյուրեղներ-հեղուկ վիճակ: Ակնհայտ է, որ նման հաջորդականությունն նկատվում է եռակի կետին համապատասխանող ջերմաստիճանից ավելի ցածր ջերմաստիճանների դեպքում:

Վերջում նշենք վիճակի դիագրամի մի առանձնահատկություն ևս: Գոլորշիացման կորը վերջանում է կրիտիկական X կետում: Ուստի հնարավոր է հեղուկ վիճակների տիրույթից անցնել գազանման վիճակների տիրույթը, շրջանցելով կրիտիկական կետը՝ առանց հատելու գոլորշիացման կորը (տե՛ս կետագծերով պատկերված 3—4 անցումը նկ. 332-ում): Այսպիսի անցման տեսքը (p, V) դիագրամի վրա ցույց է տրված նկ. 276-ում: Այս դեպքում անցումը հեղուկ վիճակից գազանման վիճակի (և հակառակը) կատարվում է անընդհատ, միափուլ վիճակների հաջորդականություններով:

Հեղուկ և գազանման վիճակների միջև անընդհատ անցումը հնարավոր է, որովհետև նրանց միջև գոյություն ունեցող տարբերությունը կրում է ավելի քանակական, քան թե որակական բնույթ, մասնավորապես, այս երկու վիճակների համար բացակայում է անիզոտրոպիան: Բյուրեղային վիճակից հեղուկ կամ գազանման վիճակներին անընդհատ անցումը անհնար է, որովհետև բյուրեղային վիճակի բնորոշ գիծը, ինչպես գիտենք, անիզոտրոպիան է: Անցումը անիզոտրոպիայով օժտված վիճակից անիզոտրոպիայից գուրկ վիճակի կարող է կատարվել միայն թռիչքներով, որովհետև անիզոտրոպիան չի կարող գոյություն ունենալ մասնակիորեն, այն կամ առկա է, կամ բացակայում է, երբորդ հնարավոր դեպքը բացառվում է: Այդ պատճառով սուբլիմացիայի և հալման կորերը չեն կարող խզվել այնպես, ինչպես խզվում է գոլորշիացման կորը կրիտիկական կետում: Սուբլիմացիայի կորը գնում է դեպի $p=0$ և $T=0$ կետը, իսկ հալման կորը՝ դեպի անսահմանություն:

Ճիշտ նույնպես անհնար է մեկ բյուրեղային վերափոխակից մյուսին անընդհատ անցումը: Նյութի տարբեր բյուրեղային վերափոխակները իրարից տարբերվում են յուրաքանչյուրին հատուկ սիմետրիայի տարրերով: Քանի որ սիմետրիայի որևէ տարրը կարող է միայն առկա լինել կամ բացակայել, ապա մեկ պինդ փուլից մյուսին անցումը կատարվում է միայն թռիչքով: Այդ պատճառով երկու պինդ փուլերի հավասարակշռության կորը հալման կորի նման գնում է դեպի անսահմանություն:

Յ Ա Ն Կ

Ա Ռ Ա Ջ Ի Ն Մ Ա Ս

ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ա Ռ Ա Ջ Ի Ն Գ Լ Ո Ւ Խ: ԿԻՆԵՄԱՏԻԿԱ

§ 1 Կէտի տեղափոխումը: Վեկտորներ և սկալյարներ 9

§ 2 Որոշ տեղեկություններ վեկտորների մասին 11

§ 3 Արագություն 22

§ 4 Անցած ճանապարհի հաշվումը 26

§ 5 Հավասարաչափ շարժում 29

§ 6 Արագության վեկտորի պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա 30

§ 7 Արագացում 31

§ 8 Առդրագիծ հավասարաչափ շարժում 32

§ 9 Արագացումը կորագիծ շարժման ժամանակ 34

§ 10 Պատահան շարժման կինեմատիկան 41

§ 11 \vec{v} և $\vec{\omega}$ վեկտորների կապը 48

Ե Ր Կ Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

§ 12 Գասական մեխանիկա: Նրա կիրառելիության սահմանները 53

§ 13 Նյութտանի առաջին օրենքը: Հաշվանքի լինեցիալ համակարգերը 55

§ 14 Նյութտանի երկրորդ օրենքը 57

§ 15 Ֆիզիկական մեծությունների չափման միավորները և չափայնությունները 63

§ 16 Նյութտանի երրորդ օրենքը 68

§ 17 Գալիլեյի հարաբերականությունից սկզբունքը 70

§ 18 Ծանրություն ուժը և կշիռը 74

§ 19 Շփման ուժեր 77

§ 20 Կորագիծ շարժման ժամանակ ազդող ուժերը 84

§ 21 Նյութտանի օրենքների գործնական կիրառումը 85

§ 22 Իմպուլս 88

§ 23 Իմպուլսի պահպանման օրենքը 90

Ե Ր Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԱՇԽԱՏԱՆՔ ԵՎ ԷՆԵՐԳԻԱ

§ 24 Աշխատանք 95

§ 25 Հզորություն 102

§ 26 Աւժերի պոտենցիալային դաշտը: Կոնսերվատիվ և ոչ կոնսերվատիվ ուժեր 104

§ 27	Էներգիա: Էներգիայի սահպանման օրենքը	109
§ 28	Ուժի և պոտենցիալ էներգիայի կապը	121
§ 29	Մեխանիկական համակարգի հավասարակշռության պայմանները	123
§ 30	Գնդերի կենտրոնական հարվածը	126

+

Չ Ո Ր Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՀԱՇՎԱՆՔԻ ՈՉ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

§ 31	Իներցիայի ուժեր	132
§ 32	Իներցիայի կենտրոնախույս ուժ	135
§ 33	Կորիոլիսի ուժը	137

Հ Ի Ն Գ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՄԵՆԱՆԻԿԱՆ

§ 34	Պինդ մարմնի շարժումը	151
§ 35	Պինդ մարմնի իներցիայի կենտրոնի շարժումը	156
§ 36	Պինդ մարմնի պտտումը: Ուժի մոմենտ	158
§ 37	Նյութական կետի իմպուլսի մոմենտը: Իմպուլսի մոմենտի սահպանման օրենքը	167
§ 38	Պտտական շարժման դինամիկայի հիմնական հավասարումը	173
§ 39	Իներցիայի մոմենտ	178
§ 40	Պինդ մարմնի կինետիկ էներգիան	185
§ 41	Պինդ մարմնի դինամիկայի օրենքների կիրառումը	191
§ 42	Ազատ առանցքներ: Իներցիայի դիսպոզիտ առանցքները	204
§ 43	Պինդ մարմնի իմպուլսի մոմենտը	209
§ 44	Գիրոսկոպներ	212
§ 45	Պինդ մարմնի դեֆորմացիաները	219

Վ Ե Ց Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՏԻԵՉԵՐԱԿԱՆ ՉԳՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

§ 46	Տիեզերական ձգողականությունից օրենքը	228
§ 47	Ծանրություն ուժի արագացման կախումը տեղանքի լայնությունից	232
§ 48	Իներտ մասսա և գրավիտացիոն մասսա	235
§ 49	Կեպլերի օրենքները	237
§ 50	Տիեզերական արագություններ	240

Յ Ո Թ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԳԱՉԵՐԻ ՍՏԱՏԻԿԱՆ

§ 51	Ճնշում	243
§ 52	Ճնշման բաշխումը հանգստի վիճակում գտնվող հեղուկում և գազում	247
§ 53	Արտամղող ուժ	249

§ 54	Հասանքի դժեր և խողովակներ: Շրթի անխղելիությունը	251
§ 55	Բեռնուկի հավասարումը	254
§ 56	Հասող ճեղուկի ճնշման շափումը	259
§ 57	ճեղուկի շարժման նկատմամբ կիրառվող իմպուլսի պահպանման օրենքը	261
§ 58	Ներքին շփման ուժեր	264
§ 59	Լամինար և և տուրբուլենտ հոսանքներ	268
§ 60	Մարմինների շարժումը ճեղուկներում և դաղերում	270

Ե Ր Կ Ր Ո Ր Դ Մ Ա Ս

SUSUNOBUTER EY ALIFUNER

Ի Ն Ն Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: SUSUNOZAYAN ZAROTIB

§ 61	Ընդհանուր տեղեկություններ տատանումների մասին	277
§ 62	Հարմոնիկ տատանումներ	279
§ 63	Հարմոնիկ տատանման էներգիան	286
§ 64	Հարմոնիկ օսցիլյատոր	288
§ 65	Համակարգի փոքր տատանումները հավասարակշռության դիրքի մոտակայքում	292
§ 66	Մաթեմատիկական ճոճանակ	293
§ 67	Ֆիզիկական ճոճանակ	295
§ 68	Հարմոնիկ տատանումների զրաֆիկական պատկերումը: Վեկտորական դիագրամ	299
§ 69	Միենույն ուղղությունն ունեցող տատանումների գումարումը	300
§ 70	Զարկեր	302
§ 71	Փոխուղղահայաց տատանումների գումարումը	305
§ 72	Լիսածուր պատկերներ	310
§ 73	Մարդ տատանումներ	312
§ 74	Ինքնատատանումներ	318
§ 75	Ստիպողական տատանումներ	320
§ 76	Պարամետրական սեզոնանս	329

S A Y U N E P O R Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԱԼԻՔՆԵՐ

§ 77	Ալիքների տարածումը առաձգական միջավայրում	331
§ 78	Հարթ և սֆերիկ ալիքների հավասարումները	335
§ 79	Կամայական ուղղությունում տարածվող հարթ ալիքի հավասարումը	339
§ 80	Ալիքային հավասարում	342
§ 81	Առաձգական ալիքների տարածման արագությունը	344
§ 82	Առաձգական ալիքի էներգիան	347

§ 83 Ալիքների ինտերֆերենցիան և դիֆրակցիան	355
§ 84 Կանգուն ալիքներ	358
§ 85 Լարի տատանումները	362
§ 86 Դուպլերի էֆեկտը	363
§ 87 Չայնային ալիքներ	365
§ 88 Չայնային ալիքների արագությունը գազերում	367
§ 89 Չայնի ուժի մակարդակների սանդղակը	373
§ 90 Ուլտրաձայն	378

Ե Ր Ր Ո Ր Դ Մ Ա Ս

ՄՈԼԵԿՈՒԼՅԱՐ ՖԻԶԻԿԱ ԵՎ ԹԵՐՄՈԴԻՆԱՄԻԿԱ

Տ Ա Ս Ն Մ Ե Կ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՆԱԽՆԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 91 Մոլեկուլյար-կինետիկ տեսություն (վիճակագրություն) և թերմոդինամիկա	382
§ 92 Մոլեկուլների մասսան և չափերը	384
§ 93 Համակարգի վիճակը: Պրոցես	387
§ 94 Համակարգի ներքին էներգիան	390
§ 95 Թերմոդինամիկայի առաջին սկզբունքը	391
§ 96 Մարմնի կատարած աշխատանքը ծավալի փոփոխման դեպքում	395
§ 97 Ջերմաստիճան	398
§ 98 Իդեալական գազի վիճակի հավասարումը	400

Տ Ա Ս Ն Ե Ր Կ Ո Ւ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԳԱՋԵՐԻ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

§ 99 Գազերի կինետիկ տեսության հավասարումը ճնշման համար	409
§ 100 Մոլեկուլների՝ ըստ սկզբությունների արագությունների բաշխման խիստ հաշվառումը	419
§ 101 Էներգիայի հավասարաչափ բաշխումը ըստ ազատության աստիճանների	425
§ 102 Ներքին էներգիան և իդեալական գազի ջերմունակությունը	431
§ 103 Իդեալական գազի ադիբատի հավասարումը	441
§ 104 Պոլիտրոպիկ պրոցեսներ	444
§ 105 Իդեալական գազի կատարած աշխատանքը տարբեր պրոցեսների ժամանակ	447
§ 106 Գազի մոլեկուլների բաշխումը ըստ արագությունների	450
§ 107 Մաքսվելի բաշխման օրենքի ստուգումը փորձառական եղանակով	463
§ 108 Բարոմետրական բանաձև	467
§ 109 Բուլցմանի բաշխումը	470
§ 110 Ավոգադրոյի թվի որոշումը ըստ Պերբենի	474
§ 111 Ազատ վազքի միջին երկարությունը	476
§ 112 Փոխանցման երևույթներ: Գազերի մածուցիկությունը	481
§ 113 Գազերի ջերմահաղորդությունը	488

§ 114	Ֆազերի դիֆուզիան	493
§ 115	Գերնոսարացած գազեր	499
§ 116	Էֆուզիա	503

Տ Ա Ս Ն Ե Ր Ե Բ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԻՐԱԿԱՆ ԳԱՁԵՐ

§ 117	Ֆազերի շեղումը իդեալականությունից	507
§ 118	Վան-դեր-Վաալսի հավասարումը	512
§ 119	Փորձառական իզոթերմեր	518
§ 120	Ֆերհագեցած գոլորշի և գերսաքացած հեղուկ	524
§ 121	Իբական գազի ներքին էներգիան	527
§ 122	Ջոուլ-Թոմսոնի էֆեկտը	529
§ 123	Ֆազերի հեղուկացումը	534

Տ Ա Ս Ն Չ Ո Ր Ս Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԹԵՐՄՈՂԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆԲ-ՆԵՐԸ

§ 124	Ներածություն	538
§ 125	Ջերմային մեքենայի օդտակար գործողության գործակիցը	540
§ 126	Թերմոդինամիկայի երկրորդ սկզբունքը	543
§ 127	Կարնոյի ցիկլը	545
§ 128	Դարձելի և ոչ դարձելի մեքենաների օդտակար գործողության գործակիցները	548
§ 129	Իդեալական գազի կարնոյի ցիկլի օ.դ.դ.-ը	553
§ 130	Ջերմաստիճանների թերմոդինամիկական սանդղակը	555
§ 131	Վերածված ջերմության քանակ: Կլաուզիուսի անհավասարությունը	559
§ 132	Էնտրոպիա	563
§ 133	Էնտրոպիայի հատկությունները	568
§ 134	Ներնստի թեորեմը	576
§ 135	Էնտրոպիա և հավանականություն	576
§ 136	Իդեալական գազի էնտրոպիան	580

Տ Ա Ս Ն Հ Ի Ն Գ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿ

§ 137	Բյուրեղային վիճակի տարբերիչ դժերը	584
§ 138	Բյուրեղների դասակարգումը	587
§ 139	Բյուրեղային ցանցերի ֆիզիկական տեսակները	590
§ 140	Ջերմային շարժումը բյուրեղներում	593
§ 141	Բյուրեղների ջերմունակությունը	594

Տ Ա Ս Ն Վ Ե Ց Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՀԵՂՈՒԿ ՎԻՃԱԿ

§ 142	Հեղուկների կառուցվածքը	598
§ 143	Մակերևութային լարում	601
§ 144	Ճնշումը հեղուկի կորացած մակերևույթի տակ	606
§ 145	Երևույթներ հեղուկի և պինդ մարմնի սահմանում	609
§ 146	Մագաղան երևույթներ	614

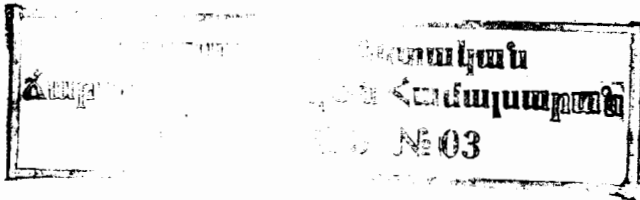
Տ Ա Ս Ն Յ Ո Թ Ե Ր Ո Ր Դ Գ Լ Ո Ւ Խ: ՓՈՒԼԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ՓՈՒԱԿԵՐՊՈՒՄՆԵՐ

§ 147	Ներածություն	619
§ 148	Գոլորշիացում և խտացում	620
§ 149	Հալում և բյուրեղացում	624
§ 150	Կլապետորոն-կլաուզիուսի հավասարումը	627
§ 151	Եռակի կետ: Վիճակի դիագրամը	630

ԻԳՈՐ ՎԼԱԴԻՄԻՐՈՎԻՉ ՍԱՎԵԼԵՎ

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՅ

I ՀԱՏՈՐ



Թարգմանիչ՝ Վ. Մ. Գաբուզյան
Մասնագետ խմբագիր՝ Վ. Վ. Վարդանյան
Խմբագիր՝ Կ. Մ. Լաբոյան
Նկարիչ՝ Հ. Կ. Մնացականյան
Գեղ. խմբագիր՝ Խ. Հ. Գյուլամիրյան
Տեխն. խմբագիր՝ Ռ. Ե. Ախիրյան
Վերստուղող սրբագրիչ՝ Ա. Գ. Խաչատրյան

Պատվեր՝ 897

Տպաքանակ՝ 10.000

Հանձնված է շարվածքի 26/IV 1977 թ.: Ստորագրված է տպագրության
6/XII 1977 թ.: Թուղթ՝ № 2, 84 × 108¹/₃₂: Տպագր. 20,0 մամ. =
== պայմ. 33,6 մամ., հրատ. 29,64 մամ.: Գինը՝ 1 ու. 10 կոպ.: ИБ № 204
«Լույս» հրատարակչություն, Երևան — 9, Կիրովի փող. 19ա:
Издательство „Луйс“, Ереван — 9, ул. Кирова, 19а.

ՀՍՍՀ Մինիստրների խորհրդի հրատարակչությունների, պոլիգրաֆիայի
և գրքի առևտրի գործերի պետական կոմիտեի Հակոբ Մեղապարտի ան-
վան պոլիգրաֆկոմբինատ, Երևան—9, Տերյան 91:

Полиграфкомбинат им. Акопа Мегاپарта Госкомитета Совета
Министров Арм. ССР по делам издательств, полиграфии и
книжной торговли, Ереван-9, ул. Теряна 91.